Programme de Colle - Semaine 8

2BCPST 2 16 Novembre 2026 Année 2026 - 2027

On débutera la colle par une question de cours choisie parmi les questions listées à la fin du document

Nombres complexes (Rappels)

- Forme algébrique, conjugué, module. Opérations.
- Interprétation graphique des nombre complexes, notion d'affixe.
- Inégalité triangulaire $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$, cas d'égalité
- Forme trigonométrique. Argument.
- Résoudre $a\cos x + b\sin x = c$ d'inconnue x.
- Forme exponentielle, propriétés (produit, quotient, puissance, module)
- Exponentielle complexe : $e^{a+ib} = e^a e^{ib}$, propriétés.
- Formules d'Euler
- Linéarisation de $\cos^p(x)\sin^q(x)$
- Technique de l'angle moitié
- Résolution dans $\mathbb{C}$ d'équations de degré 2 : $ax^2 + bx + c$ avec $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Polynômes (Rappels)

- Définition générale des polynômes à l'aide de leurs coefficients. Ensembles $\mathbb{C}[X], \mathbb{R}[X]$. Fonction polynômiale associée.
- Opérations : combinaison linéaire, produit, composition, dérivée de polynôme.
- Correspondance entre la fonction polynômiale et le polynôme.
- Degré des polynômes, degré et opérations. Ensembles $\mathbb{C}_n[X], \mathbb{R}_n[X]$
- Coefficient dominant, coefficient constant.
- Racines d'un polynôme.
- α est racine $\iff$ on peut factoriser par $(X - \alpha)$
- $(\alpha_i)_i$ sont racines distinctes $\iff$ on peut factoriser par $\prod_{i=1}^{n}(X - \alpha_i)$
- Un polynôme de degré n admet au maximum n racines distinctes.
- α est racine de multiplicité ℓ définition : $P(\alpha) = P'(\alpha) = \ldots = P^{(\ell-1)}(\alpha) = 0$ et $P^{(\ell)}(\alpha) \neq 0$.
- α est racine de multiplicité $\geq \ell$ si et seulement si $P = (X - \alpha)^\ell Q$.
- Polynômes scindés
- Théorème de d'Alembert-Gauss

Questions de Cours

1. Définition d'une application $f : E \to F$ injective.
2. Définition d'une application $f : E \to F$ surjective.
3. Définir la notion d'application bijective et de bijection réciproque.
4. Pour une application $f : E \to F$ bijective de E vers F, définition de la fonction réciproque f^{-1}.
5. Définition des parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe.
6. Définition du module d'un nombre complexe.
7. Définir le degré d'un polynôme à coefficients réels ou complexes.
8. Qu'appelle-t-on *racine* d'un polynôme ? Qu'appelle-t-on *ordre de multiplicité* d'une racine d'un polynôme ?
9. Somme et produit des racines d'une équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ et $a \neq 0$.
10. Pour $n \in \mathbb{N}$ et $k \in \mathbb{N}$, que vaut la dérivée k-ème du polynôme X^n ?
11. Théorème de D'Alembert-Gauss (Tout polynôme non constant admet au moins une racine complexe)

117. Comment déterminer les lois marginales d'un couple (X, Y) de variables aléatoires réelles discrètes si on connaît la loi conjointe ?

120. Lien(s) entre l'indépendance de deux variables aléatoires discrètes et leur covariance.

121. Variance de la différence de deux variables aléatoires. Cas particulier où les deux variables sont indépendantes.

122. Formule de l'espérance de $Z = u(X, Y)$ où X et Y sont des variables aléatoires discrètes à valeurs dans $[\![1, n]\!]$ et u une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$.

Meme de la semaine :

