

Indication pour l'exercice 1. Considérer F une primitive de $t \mapsto e^{-t^2}$ et exprimer l'intégrale en fonction de F .

Indication pour l'exercice 2. Appliquer le théorème des valeurs intermédiaires à f , pour cela majorer/minorer $\int_a^b fg$.

Indication pour l'exercice 3. Reconnaître une somme de Riemann.

Indication pour l'exercice 4.

Indication pour l'exercice 5.

Indication pour l'exercice 6. 1. Convergence absolue et majorer $|\sin(t)|$ par 1.

2. Faire un DL en $+\infty$, pour cela, factoriser par le terme dominant dans la racine.

3. Couper $]0; 1[$, chercher un équivalent en 1.

4. Pour le PB en 0, faire un DL. Pour $+\infty$, majorer (on pourra supposer que $a > b$).

5. Écrire la puissance sous forme d'exponentielle puis changement de variable pour se débarrasser de $\ln(x)$.

6. Majorer.

7. Équivalent

8. Minorer

9. Équivalent en 0, puis montrer que l'intégrande est majorée par $e^{-\frac{x}{2}}$ pour x assez grand.

10. DL en 0, majorer en valeur absolue sur $[1; +\infty[$

11. Étudier la limite en 1

Indication pour l'exercice 7. 1. Décomposition en éléments simples
2.

3. Reconnaître une primitive d'une fonction de référence et intégrer sur $[x; 0]$ où $x \leq 0$.

4. Changement de variable $x = e^t$

5. IPP

6. Double IPP : il est conseillé de la faire sur $[0; x]$

7. Traiter le cas $n = 0$ à part, puis IPP.

8. Changement de variable $t = \sqrt{x}$

9. Changement de variable pour se ramener à une intégrale de $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$.

10. Double IPP

Indication pour l'exercice 8.

Indication pour l'exercice 9. 1. Comparaison en 0 et en $+\infty$.

2. Formule d'Euler et binôme de Newton

3. Écrire l'intégrale comme $\lim_{x \rightarrow 0} \int_x^{+\infty}$ puis remplacer $\sin^3(t)$ par son expression trouvée précédemment. Faire un changement de variable pour ne plus avoir de $\sin(3t)$.

4. DL de \sin

5. Intégrer $\frac{\sin(t) - t}{t^2}$ par linéarité.

Indication pour l'exercice 10. Distinguer les cas selon α :

1. Si $\alpha = 1$, on peut trouver une primitive

2. Si $\alpha > 1$, montrer la convergence en comparant à une intégrale de Riemann

3. Si $\alpha < 1$, montrer la divergence en comparant à une intégrale de Riemann

Indication pour l'exercice 11.

Indication pour l'exercice 12. Changement de variable $t = x^2$.

Indication pour l'exercice 13.

Indication pour l'exercice 14.

Indication pour l'exercice 15.

Indication pour l'exercice 16. 1. Comparaison

2. Changement de variable $u = 1/t$.

3. Factoriser par a^2 au dénominateur, puis changement de variable.

Indication pour l'exercice 17. Utiliser la fonction $t \mapsto 1$.

Indication pour l'exercice 18.

Indication pour l'exercice 19.

Indication pour l'exercice 20.