

Nom :

INTERROGATION N°1A :

1 Donner un équivalent de $\sqrt{1+x}-1$ en 0

.....
.....

2 Donner le développement limité à l'ordre 4 en 0 de $\sin\left(\frac{x}{3}\right)$

.....
.....

3 Donner le développement limité à l'ordre 4 en 0 de $\ln(1+2x^2)$

.....
.....

4 Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x)-1}{(x^3+4x^2)^2}$

.....
.....
.....
.....

Nom :

INTERROGATION 1B :

1 Donner un équivalent de $e^x - 1$ en 0

.....

.....

2 Donner le développement limité à l'ordre 5 en 0 de $\cos(x^2)$

.....

.....

3 Donner le développement limité à l'ordre 2 en 0 de $\sqrt{1 + 2x}$

.....

.....

4 Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^3}\right)^{x^2}$

.....

.....

.....

.....

CORRECTION DE L'INTERRO N°1A :

1 $\sqrt{1+x} - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{1}{2}x$

2 Comme $\frac{x}{3} \underset{x \rightarrow 0}{\longrightarrow} 0$, alors $\sin\left(\frac{x}{3}\right) \underset{0}{=} \frac{x}{3} - \frac{(x/3)^3}{6} + o(x^4) \underset{0}{=} \frac{x}{3} - \frac{x^3}{162} + o(x^4)$

3 Comme $2x^2 \underset{x \rightarrow 0}{\longrightarrow} 0$, alors $\ln(1 + 2x^2) \underset{0}{=} 2x^2 - \frac{(2x^2)^2}{2} + o(x^4) \underset{0}{=} 2x^2 - 2x^4 + o(x^4)$

4 $\cos(2x) - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{(2x)^2}{2} = -2x^2$ car $\lim_{x \rightarrow 0} 2x = 0$
 $x^3 + 4x^2 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 4x^2$ donc $(x^3 + 4x^2)^2 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} (4x^2)^2 = 16x^4$.

Ainsi par quotient : $\frac{\cos(2x) - 1}{(x^2 + 4x)^2} \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{2x^2}{16x^4} = -\frac{1}{8x^2}$.

Donc $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - 1}{(x^2 + 4x)^2} = \lim_{x \rightarrow 0} -\frac{1}{8x^2} = -\infty$.

CORRECTION DE L'INTERRO N°1B :

1 $e^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$.

2 Comme $x^2 \underset{x \rightarrow 0}{\longrightarrow} 0$, alors $\cos(x^2) \underset{0}{=} 1 - \frac{x^4}{2} + o(x^5)$.

3 Comme $2x \underset{x \rightarrow 0}{\longrightarrow} 0$, alors $\sqrt{1+2x} \underset{0}{=} 1 + \frac{1}{2}(2x) - \frac{1}{8}(2x)^2 + o(x^2) \underset{0}{=} 1 + x - \frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$.

4 $\left(1 + \frac{1}{x^3}\right)^{x^2} = \exp\left(x^2 \ln\left(1 + \frac{1}{x^3}\right)\right)$

$\ln\left(1 + \frac{1}{x^3}\right) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{1}{x^3}$ car $\frac{1}{x^3} \underset{x \rightarrow +\infty}{\longrightarrow} 0$.

$x^2 \ln\left(1 + \frac{1}{x^3}\right) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{x^2}{x^3} = \frac{1}{x}$

Donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \ln\left(1 + \frac{1}{x^3}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$.

D'où par composition, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^3}\right)^{x^2} = e^0 = 1$.