

PROGRAMME DE COLLE N°2

Un élève ne sachant pas son cours n'a pas la moyenne. La colle comportera une question de cours sans démonstration, une application directe de cours puis un ou plusieurs exercices dont une question d'informatique

RÉVISIONS D'ANALYSE DE PREMIÈRE ANNÉE

Il s'agit de révisions du programme de première année portant sur les parties du programme suivantes :

- Les suites
- Les fonctions (limites, continuité, dérivabilité, dérivées successives, équivalence, négligeabilité, DL).
- Les intégrales

INFORMATIQUE

Révisions des instructions `If`, `for`, `while`.

Les colleurs peuvent glisser une question de Python dans un exercice....les instructions `if`, `elif`, `else`, `for`, `while`

QUESTIONS DE COURS

✓ Les suites

- 1) Énoncer le théorème sur la convergence des suites monotones (théorème de limite monotone).
- 2) Énoncer la définition et le théorème des suites adjacentes.
- 3) Croissances comparées entre les suites puissance n^α (avec $\alpha > 0$), géométrique q^n (avec $q > 1$) et factorielle $n!$.

✓ Les fonctions

- 1) Allure des représentations graphiques des fonctions exponentielles et logarithme népérien.
- 2) Allure de la représentation graphique de la fonction arctangente en précisant les limites en $+\infty$ et en $-\infty$ et donner sa dérivée.
- 3) Allure des représentations graphiques des fonctions $x \mapsto \ln(x)$ et $x \mapsto |\ln(x)|$
- 4) Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires
- 5) Énoncer le théorème de la bijection pour une fonction d'une variable réelle ainsi que la dérivée de sa réciproque.
- 6) Énoncer le théorème de dérivation d'une fonction composée.
- 7) Énoncer le théorème de Rolle.
- 8) Rappeler la formule des accroissements finis
- 9) Donner la définition de la dérivée d'une fonction f en un point a .
- 10) Définition des deux fonctions équivalentes.
- 11) Donner un équivalent de $\sin(x)$ et de $\cos x - 1$
- 12) Donner un équivalent de $\ln(1+x)$ et de $e^x - 1$ au voisinage de 0.
- 13) Donner le développement limité au voisinage de 0, à l'ordre 4, de la fonction $x \mapsto \frac{1}{1+x}$.
- 14) Donner le développement limité de $\sin(x)$ à l'ordre 5 en 0
- 15) Donner le développement limité de $\cos(x)$ à l'ordre 5 en 0
- 16) Développement limité à l'ordre 4 de $\ln(1+x)$ lorsque x est au voisinage de 0.
- 17) Donner la formule de Taylor-Young.

✓ Intégration sur un segment

- 1) Quand peut-on dire qu'une fonction f admet des primitives sur un intervalle I ? Que peut-on dire dans ce cas d'une de ses primitives?
- 2) Soit f une fonction continue sur un intervalle I et a un élément de I . Définir l'unique primitive de f qui s'annule en a . (Théorème fondamental de l'analyse)
- 3) Énoncer le théorème de positivité et de croissance de l'intégrale.
- 4) Énoncer le théorème de strict positivité de l'intégrale.
- 5) Énoncer le théorème sur les sommes de Riemann pour une fonction f continue sur $[0, 1]$ puis sur un intervalle $[a, b]$.
- 6) Énoncer la formule d'intégration par parties.
- 7) Énoncer le théorème de changement de variable.
- 8) Si α est un réel quelconque, déterminer sur $]0; +\infty[$ l'expression d'une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x^\alpha}$.
- 9) Si f est la fonction définie sur $]0; 1[$ par : $f(x) = \sqrt{1-x}$, déterminer l'expression d'une de ses primitives sur l'intervalle $]0; 1[$ ainsi que sa dérivée.
- 10) Si α est un réel quelconque et f est la fonction définie sur $]0; 1[$ par : $f(x) = \frac{1}{(1-x)^\alpha}$, déterminer l'expression d'une de ses primitives sur l'intervalle $]0; 1[$.
- 11) Donner une primitive de $x \mapsto \frac{1}{x^2 + a^2}$ sur \mathbb{R} où a un réel non nul.