Programme de colle n°3

Un élève ne sachant pas son cours n'a pas la moyenne. La colle comportera une question de cours sans démonstration, une application directe de cours puis un ou plusieurs exercices dont une question d'informatique

Intégration sur un segment

Il s'agit de révisions du programme de première année .

Dénombrement : Révisions de première année

- **Cardinal :** définition, cardinal d'une union disjointe, cardinal d'une union quelconque de deux parties, cardinal d'un produit cartésien.
- **Dénombrements :** nombres de p-listes d'un ensemble E composé de n éléments, nombres de p-listes sans répétition d'un ensemble E composé de n éléments, nombre de permutations d'un ensemble E composé de n éléments , nombre de p-combinaisons d'un ensemble E composé de n éléments, cardinal de $\mathcal{P}(E)$.
- révisions sur des calculs de somme , binôme de Newton

Séries

- **Vocabulaire** : Série (sommes partielles, terme général) , convergence-divergence d'une série, somme d'une série, combinaison linéaire de séries convergentes.
- **Séries usuelles** : séries géométriques, séries géométriques dérivées.

Informatique

Révisions des instructions `If`, `for` , `while`.

Les colleurs peuvent glisser une question de Python dans un exercice....les instructions if, elif, else, for, while

Questions de cours

✓ **Intégration sur un segment**

1) Quand peut-on dire qu'une fonction f admet des primitives sur un intervalle I ? Que peut-on dire dans ce cas d'une de ses primitives ?
2) Soit f une fonction continue sur un intervalle I et a un élément de I. Définir l'unique primitive de f qui s'annule en a. (Théorème fondamental de l'analyse)
3) Enoncer le théorème de positivité et de croissance de l'intégrale.
4) Enoncer le théorème de strict positivité de l'intégrale.
5) Enoncer le théorème sur les sommes de Riemann pour une fonction f continue sur $[0, 1]$ puis sur un intervalle $[a, b]$.
6) Enoncer la formule d'intégration par parties.
7) Enoncer le théorème de changement de variable.
8) Si α est un réel quelconque, déterminer sur $]0; +\infty[$ l'expression d'une primitive de la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x^\alpha}$.
9) Si f est la fonction définie sur $]0; 1[$ par : $f(x) = \sqrt{1-x}$, déterminer l'expression d'une de ses primitives sur l'intervalle $]0; 1[$ ainsi que sa dérivée.
10) Si α est un réel quelconque et f est la fonction définie sur $]0; 1[$ par : $f(x) = \dfrac{1}{(1-x)^\alpha}$, déterminer l'expression d'une de ses primitives sur l'intervalle $]0; 1[$.
11) Donner une primitive de $x \mapsto \dfrac{1}{x^2+a^2}$ sur $\mathbb{R}$ où a un réel non nul.

✓ **Dénombrement**

1) Pour A et B deux parties de E, un ensemble fini, donner le cardinal de $A \cup B$ (on précisera le cas disjoint et le cas non disjoint) et le cardinal du complémentaire de A.
2) Donner la définition d'une partition $(A_1, \cdots, A_n)$ de E un ensemble fini et donner l'expression du cardinal de E en fonction des cardinaux des parties $A_1, \ldots, A_n$.
3) Définir une p-liste avec et sans répétition d'un ensemble E de cardinal n et donner le nombre de possibilités dans les deux cas.
4) Donner la définition d'une permutation d'un ensemble E de cardinal n et donner le nombre de permutations possibles.
5) Définir une p-combinaison d'un ensemble E de cardinal n et donner le nombre de p-combinaisons possibles ainsi que le cardinal de $\mathcal{P}(E)$.
6) Donner l'expression de $\binom{n}{k}$ pour $0 \leqslant k \leqslant n$ et pour $k > n$ et énoncer la formule du binôme de Newton.
7) Enoncer la formule du triangle de Pascal et **la démontrer**.

✓ **Séries**

1) Donner la définition d'une série convergente.
2) Pour $|q| < 1$, donner l'expression des sommes suivantes : $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} q^n$, $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} nq^{n-1}$ et $\sum\limits_{n=2}^{+\infty} n(n-1)q^{n-2}$.