

## PROGRAMME DE COLLE N°4

*Un élève ne sachant pas son cours n'a pas la moyenne. La colle comportera une question de cours sans démonstration, une application directe de cours puis un ou plusieurs exercices dont une question d'informatique*

### DÉNOMBREMENT : RÉVISIONS DE PREMIÈRE ANNÉE

- **Cardinal** : définition, cardinal d'une union disjointe, cardinal d'une union quelconque de deux parties, cardinal d'un produit cartésien.
- **Dénombrements** : nombres de  $p$ -listes d'un ensemble  $E$  composé de  $n$  éléments, nombres de  $p$ -listes sans répétition d'un ensemble  $E$  composé de  $n$  éléments, nombre de permutations d'un ensemble  $E$  composé de  $n$  éléments, nombre de  $p$ -combinaisons d'un ensemble  $E$  composé de  $n$  éléments, cardinal de  $\mathcal{P}(E)$ .
- révisions sur des calculs de somme , binôme de Newton

### SÉRIES

- **Vocabulaire** : Série (sommes partielles, terme général) , convergence-divergence d'une série, somme d'une série, combinaison linéaire de séries convergentes.
- **Séries usuelles** : séries géométriques, séries géométriques dérivées, les séries exponentielles, télescopiques et les deux séries de Riemann.
- **Critère de convergence** : le terme général d'une série convergente tend vers 0 (réciproque est fausse , savoir donner un contre-exemple), théorème de comparaison des séries à termes positifs, critère d'équivalence, convergence absolue , lien entre convergence et convergence absolue.

### INFORMATIQUE

Révisions des instructions `If`, `for` , `while` et les listes.

Les colleurs peuvent glisser une question de Python dans un exercice...

## QUESTIONS DE COURS

✓ Dénombrément

- 1) Pour  $A$  et  $B$  deux parties de  $E$ , un ensemble fini, donner le cardinal de  $A \cup B$  (on précisera le cas disjoint et le cas non disjoint) et le cardinal du complémentaire de  $A$ .
- 2) Donner la définition d'une partition  $(A_1, \dots, A_n)$  de  $E$  un ensemble fini et donner l'expression du cardinal de  $E$  en fonction des cardinaux des parties  $A_1, \dots, A_n$ .
- 3) Définir une  $p$ -liste avec et sans répétition d'un ensemble  $E$  de cardinal  $n$  et donner le nombre de possibilités dans les deux cas.
- 4) Donner la définition d'une permutation d'un ensemble  $E$  de cardinal  $n$  et donner le nombre de permutations possibles.
- 5) Définir une  $p$ -combinaison d'un ensemble  $E$  de cardinal  $n$  et donner le nombre de  $p$ -combinaisons possibles ainsi que le cardinal de  $\mathcal{P}(E)$ .
- 6) Donner l'expression de  $\binom{n}{k}$  pour  $0 \leq k \leq n$  et pour  $k > n$  et énoncer la formule du binôme de Newton.
- 7) Enoncer la formule du triangle de Pascal et la démontrer.

✓ Séries

- 1) Donner la définition d'une série convergente et énoncer le lien avec la convergence de son terme général.
- 2) En précisant le critère de convergence, donner l'expression des sommes suivantes :  $\sum_{n=0}^{+\infty} q^n$ ,  $\sum_{n=1}^{+\infty} nq^{n-1}$  et  $\sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1)q^{n-2}$ .
- 3) Nature et somme en cas de convergence d'une série exponentielle.
- 4) Enoncer le théorème de comparaison et le critère d'équivalence des séries à termes positifs.
- 5) Définition de la convergence absolue d'une série, énoncer le lien avec la convergence.