Programme de colle n°6

Un élève ne sachant pas son cours n'a pas la moyenne. La colle comportera une question de cours sans démonstration, une application directe de cours puis un ou plusieurs exercices dont une question d'informatique

Révisions de probabilités et compléments

- **Vocabulaire probabiliste :** (événement, intersection, union, complémentaire etc..)
- **Espace probabilisé** : tribu (définition et propriété), probabilité (définition et propriétés) , définition d'événement négligeable ou quasi-certain, système complet d'événements, probabilité , probabilité uniforme.
- **Probabilité conditionnelle and co :** définition de $P_A(B)$, P_A est une probabilité sur Ω, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales (pour un système complet et un système quasi complet), formule de Bayes.
- **Indépendance** : pour deux événements, indépendance mutuelle de n événements, indépendance d'une suite d'événements.

Variables aléatoires

- **Cas général :** définition d'une variable aléatoire, fonction de répartition, définition d'une variable aléatoire réelles discrète (VARD).
- **Loi de probabilité et fonction de répartition d'une VARD :** définition de la loi de probabilité d'une VARD, de sa fonction de répartition avec ses propriétés, à partir d'une VARD, comment obtenir un SCE.
- **Espérance et moments** : $E(X)$ pour une VARD finie et infinie, linéarité de l'espérance, définition d'une var centrée, théorème de transfert, variance, formule de Huygens, propriétés de la variance, définition d'une variable centrée réduite puis celle associée à X, moments d'ordre r, moments centrés.
- **Lois usuelles :** certaine, uniforme sur $[\![1, n]\!]$, uniforme sur $[\![a, b]\!]$, Bernoulli de paramètre p, binomiale $\mathcal{B}(n, p)$, Loi géométrique $\mathcal{G}(p)$ (loi sans mémoire), Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$.

  Pour chacune des lois finies , vous devez connaître : situation type, $X(\Omega)$, $P(X = k)$ pour $k \in X(\Omega)$ (c'est à dire la loi), l'espérance et la variance.

Informatique

Révisions des instructions `If`, `for` , `while` , les listes, `random()`, `randint(a,b)` , `choice(L)` et les programmes pour les variables aléatoires suivant une loi usuelle (sauf pour la loi de Poisson). On revu des simulations d'expériences aléatoires **mais pas encore des estimations de proba ou d'espérance**. Les colleurs peuvent glisser une question de Python dans un exercice...

Questions de cours

✓ **Probabilités**

1) Définir une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$ et donner $P(A \cup B)$ et $P(\overline{A})$ pour A et B deux événements.
2) Définir la notion d'événement négligeable et d'événements quasi-certain.
3) Définir un système complet d'événements.
4) Enoncer la formule des probabilités totales
5) Enoncer la formule des probabilités composées
6) Enoncer la formule de Bayes
7) Définition de la notion d'indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.

✓ **Variables aléatoires discrètes**

1) Définir puis représenter graphiquement la fonction de répartition d'une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur $[\![1, 3]\!]$.
2) Définition de l'espérance d'une variable aléatoire discrète X à valeurs dans $[\![0, n]\!]$ ($n \in \mathbb{N}^*$) puis à valeurs dans $\mathbb{N}$.
3) Enoncer le théorème de Transfert dans le cadre d'une variable aléatoire discrète$X$ à valeurs dans $[\![0, n]\!]$ ($n \in \mathbb{N}^*$) puis à valeurs dans $\mathbb{N}$.
4) Définition de la variance d'une variable aléatoire discrète à valeurs dans $\mathbb{N}$ admettant un moment d'ordre 2. Enoncer la formule de Huyghens.
5) Définir le moment d'ordre r pour une variable aléatoire discrète à valeurs dans $\mathbb{N}$.
6) Donner l'inégalité de Markov.
7) Enoncer l'inégalité de Bienaymé-Tchebycheff.
8) Pour A un événement, définir la fonction indicatrice $\mathbb{1}_A$ et donner sa loi, son espérance et sa variance.
9) Soit X une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur $[\![1, n]\!]$. Expliciter la loi de X, et donner son espérance et sa variance. Donner un exemple concret de variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur $[\![1, n]\!]$.
10) Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p. Expliciter la loi de X, et donner son espérance et sa variance. Donner un exemple concret de variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p.
11) Soit X une variable aléatoire suivant une loi géométrique de paramètre p. Expliciter la loi de X, et donner son espérance et sa variance. Donner un exemple concret de variable aléatoire qui suit une loi géométrique de paramètre p.
12) Enoncer la propriété d'absence de mémoire pour une variable aléatoire X suivant une loi géométrique de paramètre p.
13) Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre λ. Expliciter la loi de X, et donner son espérance et sa variance.