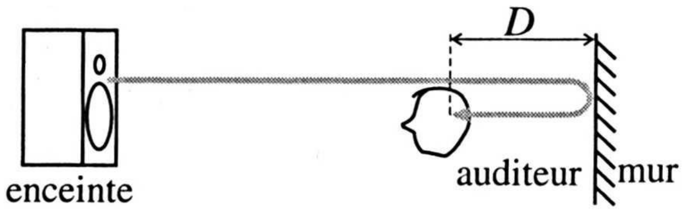
PTSI DS de Physique Chimie n°2 17/10/14 -4h

Calculatrice et téléphone portable interdits

ExI. Ecoute musicale et interférences

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaine hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. On dit qu'il faut absolument éviter la configuration représentée sur la figure : présence d'un mur à distance D, trop courte derrière l'auditeur.



Comme représenté sur la figure, l'onde issue de l'enceinte se réfléchit sur le mur.

On note $v = 342\ m.s^{-1}$ la célérité du son dans l'air.

La réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage pour la surpression acoustique, grandeur à laquelle l'oreille est sensible.

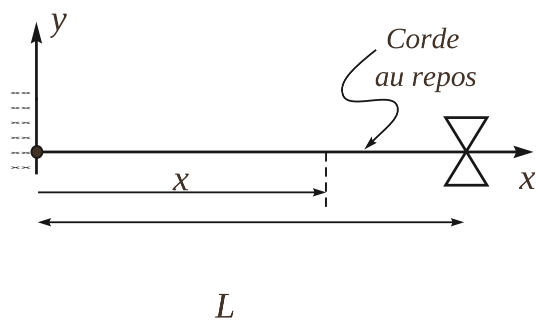
1) Exprimer le décalage temporel τ qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditeur : onde arrivant directement et onde réfléchie.

2) En déduire le déphasage $\Delta\phi$ de ces deux ondes supposées sinusoïdales de fréquence f. 3) Expliquer pourquoi il y a un risque d'atténuation de l'amplitude de l'onde pour certaines fréquences. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier p. Quelle condition devrait vérifier D pour que la fréquence la plus basse ne soit dans le domaine audible? Même question pour p quelconque .Commenter.

4) Expliquer qualitativement pourquoi on évite l'effet nuisible si l'auditeur se rapproche de l'enceinte (et donc s'éloigne aussi du mur).

ExII. Onde stationnaire et cordes de guitare

Une corde de guitare de longueur L est fixée à ses deux extrémités. Elle est considérée comme étant homogène, inélastique et sans raideur, de masse linéique μ (masse par unité de longueur), tendue par une tension constante T.



La célérité des ondes de déformation sur la corde est $c=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$.

Initialement la corde est horizontale et au repos. On l'écarte localement de cette position en la grattant avec un doigt, puis on la laisse évoluer librement : une onde stationnaire apparaît alors, pour laquelle on cherche une expression de l'élongation de la forme

$$y(x,t) = A.\sin(kx + \psi).\cos(\omega t + \phi)$$

1) Que vaut k ? Que peut-on dire de l'élongation aux points $x = 0$ et $x = L$ à chaque instant?
2) Montrer que λ ne peut prendre qu'une série de valeurs discrètes λ_n que l'on exprimera en fonction de L et n.
3) En déduire que ω ne peut prendre qu'une série de valeurs discrètes ω_n, dites pulsations propres, avec n entier positif. Exprimer ω_n en fonction de L, n et c.

A chaque valeur de ω_n correspond un mode propre. Le mode $n = 1$ est appelé mode fondamental.

4) Comment sont appelés les modes correspondant à $n > 1$?

5) Exprimer $y_n(x,t)$ du mode d'indice n, en fonction de son amplitude A_n, de la phase ϕ_n, de la pulsation ω_1 du fondamental, ainsi que de x, L, n et t.
6) Donner les positions des ventres et des nœuds de vibration dans le mode de rang n. Combien de nœuds et de ventres comporte ce mode de vibration?
7) Donner une représentation graphique de la corde en mouvement (à un instant donné) pour les trois premiers harmoniques.
8) Justifier qualitativement comment varie la hauteur de la note fondamentale quand on augmente la tension de la corde ou quand on diminue sa masse linéique.

ExIII Décomposition de la vapeur d'eau

La vapeur d'eau se décompose, en phase gazeuse, suivant certaines conditions en dihydrogène et en dioxygène :

$$2H_2O_{(g)} \longrightarrow 2H_{2(g)} + O_{2(g)}$$

On étudie cette réaction à une température T dans un récipient de volume constant. On introduit à l'instant t = 0 une quantité de matière n_0 de vapeur d'eau et on suit l'évolution de la pression totale P au cours du temps, ce qui est traduit dans le tableau ci-dessous :

t (s)	0	2	4	10	20	30
P (bar)	20,00	20,71	21,19	22,70	24,68	26,15

Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.

1)Exprimer la vitesse de réaction en fonction de $[H_2O]$,qui correspond ici en fait à un nombre de moles gazeuse par unité de volume .

2) Montrer que, si la réaction est d'ordre 1, la pression totale P obéit à la relation :

$$\ln\left(3 - 2\frac{P}{P_0}\right) = -2kt$$

où k est la constante de vitesse et P_0 la pression initiale à la date origine. Pour cela , dresser un tableau d'avancement et relier $[H_2O]$ à sa pression partielle.

3)Une régression linéaire donne $\ln(3\text{-}2\frac{P}{P_0}) = -3{,}163.10^{-2}\ s^{-1}\ .t + b$ avec $b = 2{,}182.10^{-3} \simeq 0$ (avec coefficient de régression linéaire $R^2 = 0{,}9998 > 0{,}99$) .Que peut –on en déduire ? Donner la constante k de la réaction à la température T.

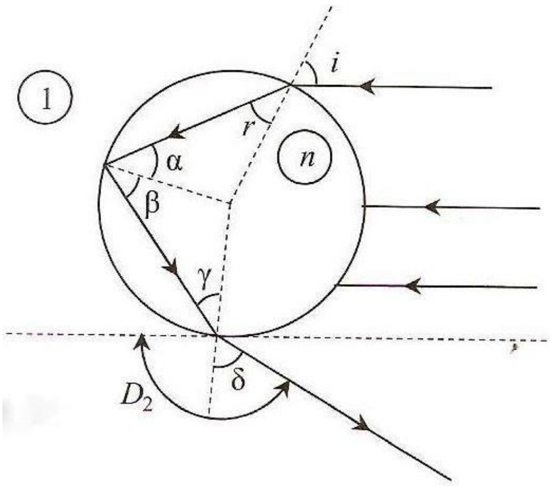
4)Etablir l'expression du temps de demi-réaction et calculer sa valeur à la température T.

5)On donne le temps de demi-réaction $\tau_1 = 1841\ s$ à $T_1 = 1000\ K$ et $\tau_2 = 0{,}256\ s$ à $T_2 = 1500\ K$. Déterminer l'expression de l'énergie d'activation E_a de la réaction , du facteur préexponentiel A (facteur de fréquence) et de la température T de travail.
Calculer de manière approchée E_a
On donne : $\ln(0{,}12) \approx -2{,}1$; $\ln 10 \approx 2{,}3$

ExIV L'arc en ciel

Lorsque le soleil illumine un rideau de pluie , on peut admettre que chaque goutte d'eau se comporte comme une sphère recevant un faisceau de rayons parallèles .On recherche les conditions pour que cette lumière émergente , issue d'une goutte d'eau se présente elle aussi sous forme d'un faisceau de lumière parallèle (c'est à cette condition que l'intensité de la lumière sera maximale donc observable pour l'œil) .Pour cela , on appelle D l'angle de déviation de la lumière à travers la goutte d'eau, mesuré entre le rayon incident et le rayon émergent. Cet angle D dépend de l'angle d'incidence i. On admettra que la condition de parallélisme des rayons émergents se traduit par $\frac{dD}{di} = 0$

1)Utiliser la loi de Descartes pour la réfraction puis exprimer la dérivée $\frac{dr}{di}$ exclusivement en fonction de l'indice n de l'eau et de sin i.

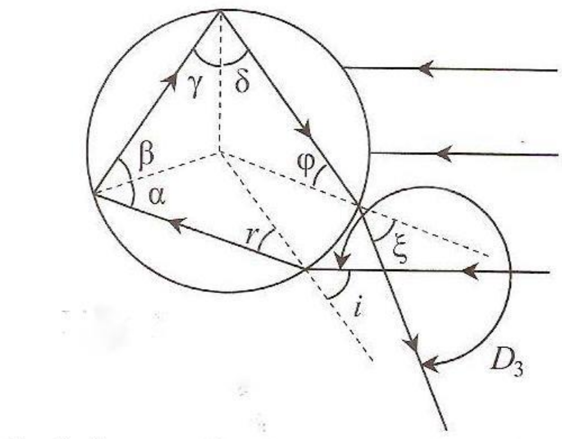


2)Une goutte d'eau quelconque sphérique est atteinte par la lumière solaire sous des incidences variables comprises entre 0° et 90°. L'indice de réfraction vaut n, celui de l'air vaut 1

Répondre aux questions a), b) et c) pour chacun des deux cas suivants :

-lumière transmise après une réflexion partielle interne (déviation D_2 -voir schéma)

- lumière transmise après deux réflexions partielles internes
(déviation D_3 -voir schéma)



a)Exprimer en fonction de i ou de r, tous les angles marqués par des lettres grecques

b)En déduire la déviation D propre à chaque cas, en fonction de i et de r.

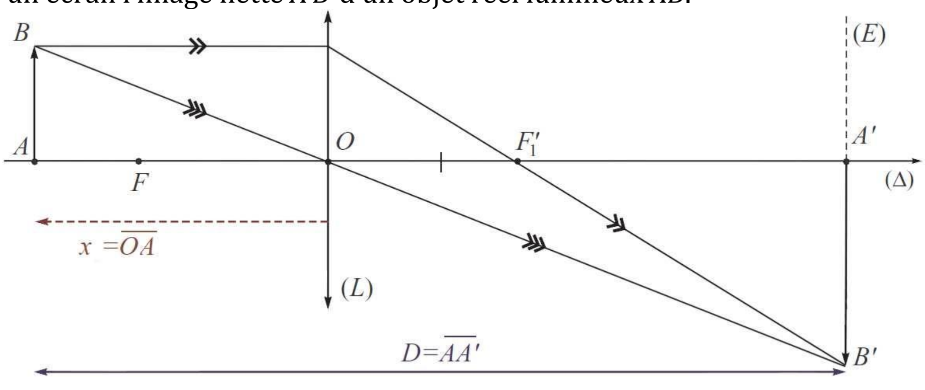
c)Rechercher si elle existe la a condition d'émergence d'un faisceau parallèle, comme une relation entre sin i et n.

3)Le soleil étant supposé au ras de l'horizon, normal au dos de l'observateur, montrer que celui – ci ne pourra observer la lumière transmise que si les gouttes d'eau se trouvent sur 2 cônes d'axe confondu avec la direction de la lumière solaire et de ½ angle au sommet θ_2 et θ_3, à exprimer en fonction de D_2 et D_3.

4)Expliquer pourquoi on observe un phénomène d'irisation (« l'arc en ciel «) et comment calculer r, D et θ pour une radiation monochromatique donnée, dans chacun des 2 cas.

ExV Méthodes de Bessel et de Silbermann

Une lentille sphérique mince convergente, notée L, est utilisée dans le cadre de l'approximation de Gauss. Elle est caractérisée par son centre optique *O* et par sa distance focale image *f* = *OF'*. Grâce à cette lentille, on projette sur un écran l'image nette *A'B'* d'un objet réel lumineux *AB*.



Objet et écran sont fixes (et donc distants d'une distance D constante et positive) sur un banc optique et orthogonaux `a l'axe.

On pose $\overline{OA} = x$ (x<0 !).

1) Exprimer, en fonction de x et D, la quantité algébrique $\overline{OA'}$.

2) A l'aide de la formule de conjugaison de Descartes, établir une relation entre x, D et f, relation qui se présente sous la forme d'une équation du second degré en x.

3) Montrer qu'en-dessous d'une valeur D_{min} de D, il n'existe plus de valeur de x physiquement acceptable, correspondant à une image nette sur l'écran. Déterminer, en fonction de f, la distance minimale D_{min}.

4) Pour $D \geq D_{min}$, il existe deux positions O_1 et O_2 de la lentille L pour lesquelles on observe une image nette de l'objet sur l'´ecran.

On pose $x_1 = \overline{O_1A}$, $x_2 = \overline{O_2A}$ (avec $0 > x_1 > x_2$) et $d = O_1O_2$.
Exprimer, en fonction de D et f, chacune des deux solutions x_1 et x_2. Où se trouvent O_1 et O_2 vis-à-vis du milieu de AA' ?(s'aider d'un schéma)

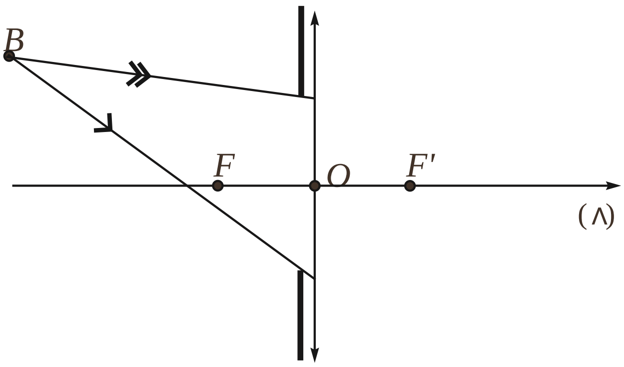
5) Représenter les deux constructions géométriques de $A_1'B_1'$ et $A_2'B_2'$, images de AB correspondantes aux deux positions O_1 et O_2 de la lentille. On fera les deux constructions l'une au-dessous de l'autre en prenant soin de garder les mêmes dimensions pour D, AB et f. Que peut-on dire du grandissement transversal dans chacun des cas?

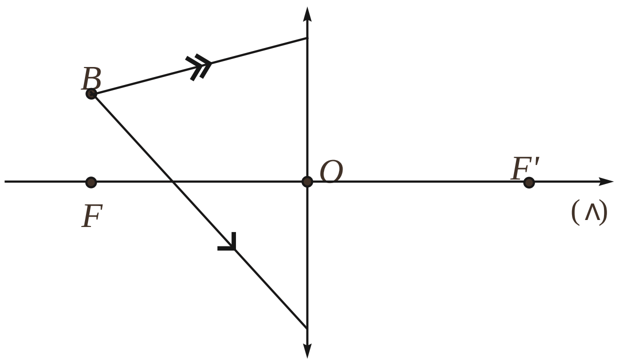
6) Calculer le produit des grandissements transversaux G_{t1} et G_{t2} correspondant aux deux positions possibles de la lentille. Que remarque-t-on ?

7) Déterminer, en fonction de D et d la distance focale image f'.

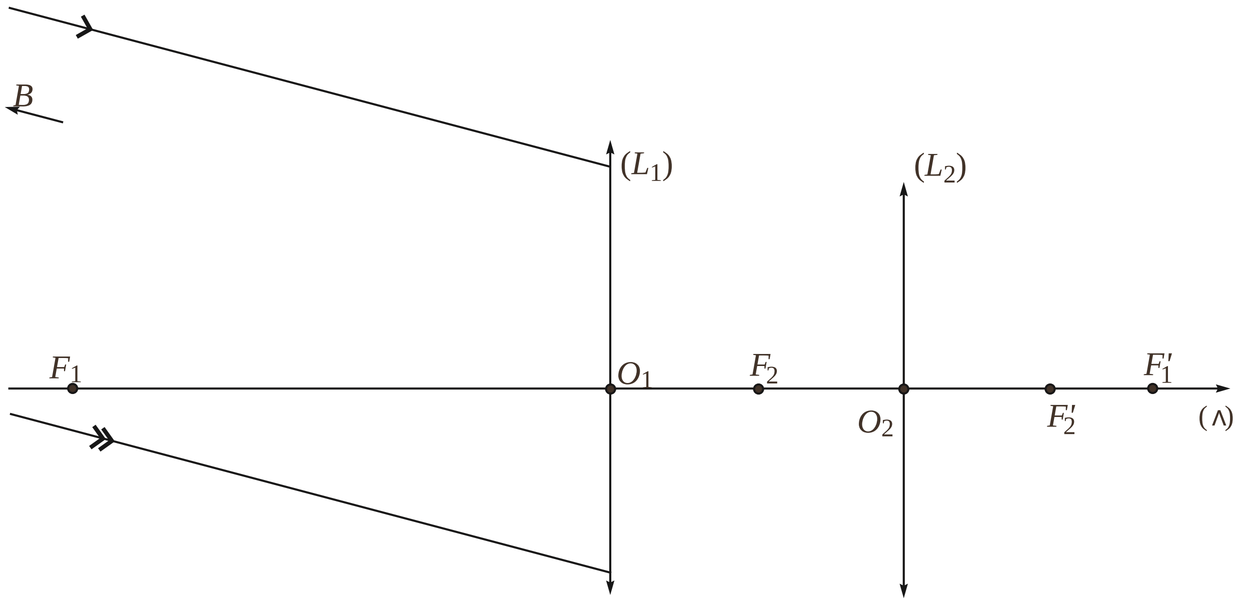
ExVI Construction avec lentilles minces

1) Tracer les faisceaux lumineux qui, issus des points B, émergent des lentilles :





2) Un faisceau lumineux émis par un point B très éloigné arrive sur la lentille (L_1).
- Construire l'image B_1 de B par la lentille (L_1);
- Tracer la suite du faisceau lumineux entre les deux lentilles;
- Construire l'image B_2 de B_1 par la lentille (L_2); - Tracer le faisceau qui émerge de la lentille (L_2).



3)

Un objet AB de taille 1,0 cm est placé 6,0 cm avant le centre optique O d'une lentille convergente, de distance focale f' = 2,0 cm (AB est perpendiculaire à l'axe optique).Orienter l'axe optique dans le sens de propagation de la lumière.

1) Calculer la vergence de la lentille et préciser son unité.
2) Construire l'image $A'B'$ de AB. Mesurer $A'B'$ et OA'.
3) Retrouver $\overline{OA'}$ et $\overline{A'B'}$ par le calcul.
4) Calculer le grandissement G_t. Que peut-on dire de l'image?
5) Nommer et rappeler les conditions d'utilisation des expressions précédentes.

ExVII Méthode de Poggendorff

1.Montrer que lorsque le miroir plan tourne d'un angle α le rayon réfléchi tourne de 2α. (on peut ainsi mesurer l'angle dont tourne un objet mobile en collant un petit miroir sur lequel on envoie un rayon lumineux et en mesurant l'angle dont tourne le réfléchi.)

2.Tracer l'image d'un objet AB de 2,0 cm , parallèle à un miroir et distant de celui -ci de 4cm. Refaire le tracé en superposé quand le miroir a pivoté sur lui-même de α (15° environ)

Correction DS2

EXI/ 1) Soit L la distance entre les enceintes et le mur. L'onde incidente a parcouru une distance $L-D$ lorsqu'elle arrive au niveau de l'auditeur. La réflexion sur le mur de l'onde de surpression acoustique ne s'accompagnant d'aucun déphasage, l'onde réfléchie lorsqu'elle arrive au niveau de l'auditeur correspond à une onde émise par l'enceinte qui a parcouru une distance $L + D$. On en déduit le décalage temporel entre les deux ondes

$$\tau = \frac{L+D}{v} - \frac{L-D}{v} = \frac{2D}{v}$$

2) Les ondes arrivent donc avec un déphasage

$$\Delta\phi = \omega\tau = 2\pi . f . \frac{2D}{v} = \frac{4\pi . f D}{v}$$

3) il y a atténuation lorsqu'il y a interférence destructive, soit lorsque :

$$\Delta\phi = \pi\ [2\pi] \quad \Rightarrow \quad 2\pi . f . \frac{2D}{v} = \pi + p2\pi \Rightarrow f = \frac{v}{2D}\left(\frac{1}{2} + p\right) \qquad \text{avec : } p \in \mathbb{N}$$

Si ces fréquences sont dans le domaine audible $[f_{min}, f_{max}] = [20\ Hz, 20\ kHz]$:

$$f_{min} < f < f_{max} \quad \Leftrightarrow \quad f_{min} < \frac{v}{4D}(1+2p) < f_{max} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{v}{f_{min}}\frac{1+2p}{4} > D > \frac{v}{f_{max}}\frac{1+2p}{4}$$

Si la fréquence minimale d'interférence destructive ($p = 0$) est dans le domaine audible alors on a environ

4 m > D > 4 mm

Pour qu'aucune fréquence d'interférences destructives soit dans le domaine audible, il faut D >4m ou D<4mm ; ces conditions sont rarement réalisées ou impossible à réaliser.

4)Du fait de l'éloignement du mur ,l'onde réfléchie parcourt une distance plus grande et l'onde incidente une distance plus courte or, l'amplitude de l'onde reçue diminue avec la distance (soit par amortissement si l'onde est plane soit parceque l'onde n'est pas plane tout simplement) .De ce fait , la part de l'onde réfléchie devient moindre et l'on évite le phénomène d'interférence.

EXII

1) $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$; La corde étant fixe en ses extrémités : $y(0,t) = 0\ \forall t$ (1) et $y(L,t) = 0\ \forall t$ (2)

2)Les conditions aux limites imposent :

$$(1) \Rightarrow A\sin(\psi) = 0 \quad \Rightarrow \quad \psi = 0\ [\pi] \xrightarrow{\text{Choix } \psi = 0} y(x,t) = A\sin(kx)\cos(\omega t + \phi)$$

$$(2) \Rightarrow A\sin(kL) = 0 \quad \Rightarrow \quad kL = 0\ [\pi] \quad \Rightarrow \quad kL = n\pi \qquad \text{avec : } n \in \mathbb{N}^* \text{ car } kL > 0$$

Soit : $L = n\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n} = \frac{\lambda_1}{n}$ avec : $\lambda_1 = 2L$

3)Fréquences correspondantes : $f_n = \frac{c}{\lambda_n}$

En supposant le milieu non dispersif, càd de vitesse c indépendante de la longueur d'onde de l'onde stationnaire : $f_n = n\frac{c}{\lambda_1} = n f_1$ avec $f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L}$ $\qquad \omega_n = \frac{n\pi c}{L}$

4)harmoniques

5)Pour l'harmonique de rang n :

$$y_n(x,t) = A_n.\sin(k_n x)\cos(\omega_n t + \varphi_n) = A_n.\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_n}x\right).\cos(2\pi f_n.t + \varphi_n)$$

Soit, en posant $\omega_1 = 2\pi f_1$: $\boxed{y_n(x,t) = A_n.\sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right).\cos(n\omega_1.t + \phi_n)}$

6)

Les ventres de vibrations sont définis par : $\sin(n\frac{\pi x}{L}) = \pm 1$

$n\frac{\pi x}{L} = \frac{\pi}{2} + p\pi \Leftrightarrow x_V = (\frac{1}{2} + p)\frac{L}{n} = (\frac{1}{2} + p)\frac{\lambda 1}{2n} = (\frac{1}{2} + p)\frac{\lambda_n}{2}$

Il y a n ventres pour le mode n (de p=0 à p=n-1)

Les noeuds de vibrations sont définis par : $\sin(n\frac{\pi x}{L}) = 0$

$n\frac{\pi x}{L} = p\pi \Leftrightarrow x_N = p\frac{L}{n} = p\frac{\lambda 1}{2n} = p\frac{\lambda_n}{2}$

Il y a n +1noeuds pour le mode n (de p=0 à p=n)

7)On a respectivement 1,2 et 3 fuseaux (fondamental , harmonique n=2 , harmonique n=3)

8)Quand T↑ ou μ↓ , c↑ d'après la relation $c=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$, donc $f_1 = \frac{c}{\lambda_1}$ ↑ aussi (dans le mode fondamental λ_1 est fixe égale à 2L) ; le son se fait plus aigü .

EXIII

1) $v = -\frac{1}{2}\frac{d[H_2O]}{dt}$

2)

$H_2O_{(g)}$	$= 2H_{2(g)}$	$+O_{2\ (g)}$	(Tableau en mol)
n_0	0	0	
$n_0 - 2\xi$	2ξ	ξ	$n_T = n_0 + \xi$

Réaction d'ordre 1 : $v = k[H_2O]$ soit $-\frac{1}{2}\frac{d[H_2O]}{dt} = k[H_2O]$ soit ………(intégration à variables séparées) :

$[H_2O] = [H_2O]_0 . \exp(-2kt)$ ou $\ln(\frac{[H_2O]}{[H_2O]_0}) = -2kt$ (1) ; on a aussi $[H_2O]_0 = \frac{n_0}{V}$ V étant le volume total du réacteur , $[H_2O] = \frac{n0 - 2\xi}{V}$

La loi des GP pour un gaz pur et pour un mélange idéal gazeux donne : $p_{H2O} = [H_2O]RT$, la pression partielle en H_2O dans le mélange idéal , $P_0 = [H_2O]_0 RT = \frac{n_0}{V}RT$ la pression totale initiale ainsi que $P = \frac{n_T}{V}RT$ la pression totale , $\frac{[H_2O]}{[H_2O]_0}$ devient $\frac{p\,H2O}{P0} = \frac{n0 - 2\xi}{nT} P . \frac{1}{P_0} = \frac{n0 - 2\xi}{n0}$

Or $\xi = n_T - n_0$ donc $n_0 - 2\xi = n_0 - 2(n_T - n_0) = 3n_0 - 2n_T$ et $\frac{P}{P_0} = \frac{n_T}{n_0}$ et donc ……

$\frac{[H_2O]}{[H_2O]_0} = \frac{3\,n0 - 2\,nT}{nT} P . \frac{1}{P_0} = 3 - 2\frac{P}{P_0}$ d'où (1) qui devient : $\ln(3 - 2\frac{P}{P_0}) = -2kt$

3) On en déduit que la réaction est bien d'ordre 1 et que $-2k = -3{,}163.10^{-2}\, s^{-1}$ soit $k = 1{,}58\,.10^{-2}\, s^{-1}$

4) Cours .... ici $\tau_{1/2} = \dfrac{ln2}{2k} \approx \dfrac{1}{3.10^{-2} s^{-1}} \approx \underline{30\ s}$ en prenant $\ln 2 \approx 1$

5) La loi d'Arrhénius relie k à chaque valeur de la température T ,par le biais de A et E_a :
$k = A \exp(-E_a /RT)$ avec R =8,31 SI mais A est inconnue ; il faut donc exploiter les valeurs de k_1 et k_2 correspondant à respectivemen t T_1 et T_2 .
on a $\ln k_1 = \ln A - \dfrac{Ea}{RT_1}$ et $\ln k_2 = \ln A - \dfrac{Ea}{RT_2}$ qui combinées entre elles donnent :
$\ln\left(\dfrac{k_1}{k_2}\right) = -\dfrac{Ea}{R}\left(\dfrac{1}{T_1} - \dfrac{1}{T_2}\right)$ d'où $E_a = -R \ln\left(\dfrac{\tau_2}{\tau_1}\right) . \left(\dfrac{1}{T_1} - \dfrac{1}{T_2}\right)^{-1}$ puisque ,comme $\tau_{1/2} = \dfrac{ln2}{2k}$ pour cette cinétique d'ordre 1 , on a donc $\dfrac{k_1}{k_2} = \dfrac{\tau_2}{\tau_1}$, rapport des temps de ½ réactions aux températures T_2 et T_1.
$\underline{E_a} \approx -8.\ln(0{,}25/2000).\ (1/1000 - 1/1500)^{-1} \approx 8.(-2{,}1 - 3.2{,}3).3.10^{-4} \approx \underline{2{,}5\ .10^5\ J/mol}$

Pour trouver A , on utilise soit le couple (τ_1 , T_1) soit le couple(τ_2 , T_2) (k_1 = 1 ,8.10 $^{-4}$ s et k_2 = 1,35 s) par ex $A = k_1.\exp(\underline{E_a} /RT_1)$ (cela donne $A \approx 7.10^{8}\, s^{-1}$ et la même chose avec (k_2 , T_2)
Pour trouver la temp . de travail de l'exercice , on peut utiliser , connaissant A et $\underline{E_a}$:

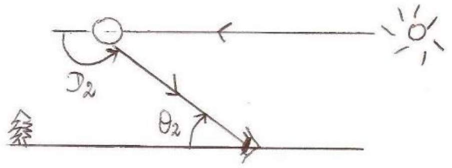
$T = -\dfrac{Ea}{R}\left(\ln \dfrac{k}{A}\right)^{-1} = \dfrac{Ea}{R}\left(\ln \dfrac{A}{k}\right)^{-1}$ avec la valeur de $k = 1{,}58\,.10^{-2}\, s^{-1}$ (cela donne $T \approx 1200K$ qui est bien compris entre T_2 et T_1 , puisque $\tau \approx 30$ s est bien compris entre τ_2 et τ_1.

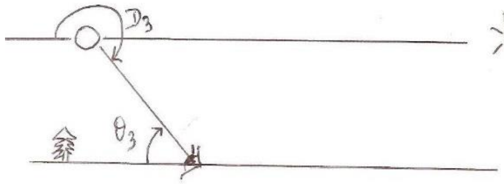
EXIV

1.Loi de s Descartes appliquée au dioptre air -> eau donne : sin i = n .sin r

D'où en différentiant : cos i di = n cosr dr d'où $\dfrac{dr}{di} = \dfrac{\cos i}{n\ \cos r} = \ldots = \sqrt{\dfrac{1-sin^2 i}{n^2 - sin^2 r}}$

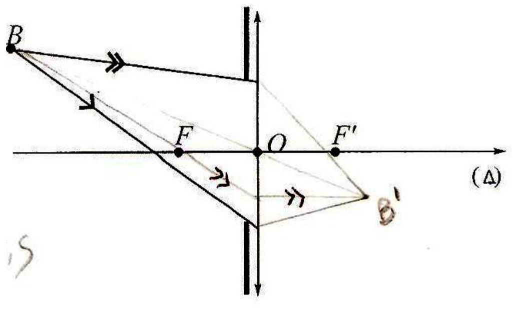
2.**Cas1 a)** Chaque triangle .. étant isocèle … α=r et β=γ , par ailleurs (loi de la réflexion) α= β
On a donc γ = r et donc δ = i
b) on trouve D=(i-r) +(π -2r) +(i-r) =2i+ π -4r
c) $\dfrac{dr}{di} = \dfrac{1}{2}$ soit …$\sin^2 i = \dfrac{4-n^2}{3}$
Cas2 a) Là encore , avec des arguments identiques à ceux du cas 1 , on trouve α= β=γ= δ=φ= r
Et ξ = i
b) on trouve D=… 2(i-3r+ π)
c) $\dfrac{dr}{di} = \dfrac{1}{3}$ soit …$\sin^2 i = \dfrac{9-n^2}{8}$
3.$\theta_2 = \pi - D_2$ et $\theta_3 = D_3 - \pi$

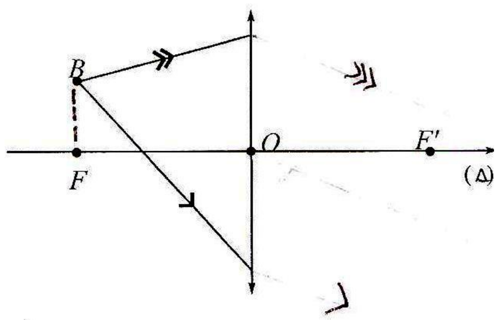


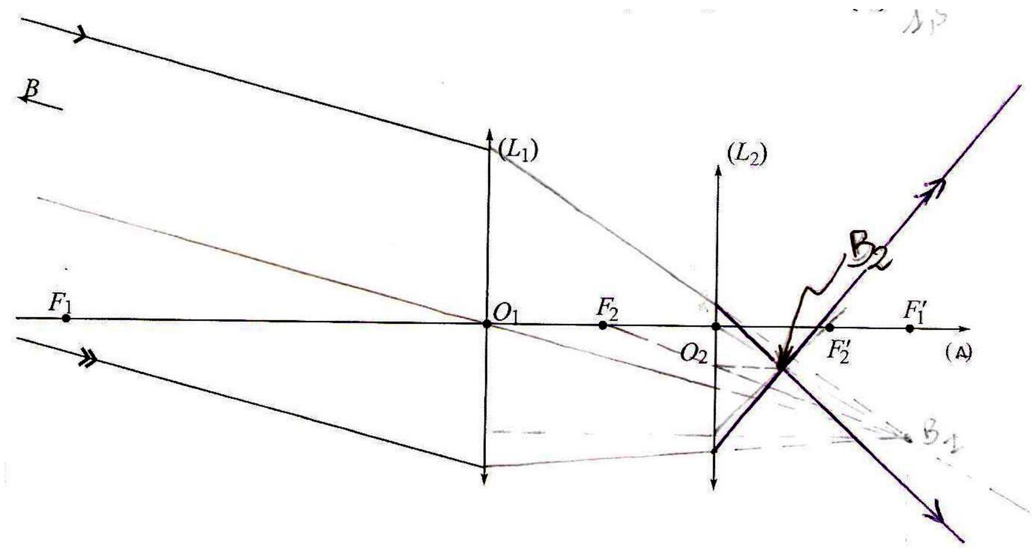


Où θ = angle entre l'horizon et la direction (œil –goutte d'eau)
.Toute goutte telle que cet angle est vérifié envoie un maximum de lumière vers l'œil .Ces gouttes sont réparties sur un cône d'axe = à la direction horizontale et de ½ angle au sommet θ.
On observe donc 2 arcs en ciels (cas 1 et cas 2)

EXV







1. x' $= \overline{OA'} = \overline{OA} + \overline{AA'}$ = x+D

2. $\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$ devient $\frac{x-x'}{xx'} = \frac{1}{f'}$ d'où $\frac{-D}{x(x+D)} = \frac{1}{f'}$ soit $x^2+xD+Df'=0$ équa du 2nd d° en x

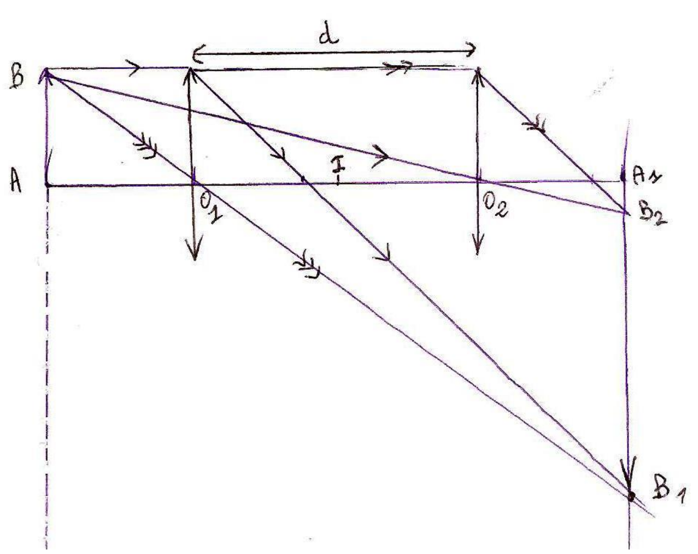
3 ;Elle n'admet de solutions (réelles) que si le discriminant Δ >0 ou nul
Soit $D^2-4Df' \geq 0$ soit > $D_{mini} = 4f'$

4. Les 2 solutions sont $x_1 = \frac{-D+\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$ et $x_2 = \frac{-D-\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$ $0 > x_1 > x_2$ mais $|x_1| < |x_2|$

On a , d'après l'équation du 2nd degré , $D=-(x_1+x_2)$

Soit $\overline{O_1A} + \overline{O_2A} = D$ on peut montrer que cela entraîne que O_1 et O_2 sont symétriques par rapport au milieu I de [AA']

($\overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{O_2A} = \overrightarrow{AA'}$ soit $\overrightarrow{O_1I} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{O_2I} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{AA'}$ or $2\,\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{AA'}$ dc $\overrightarrow{O_1I} + \overrightarrow{O_2I} = \vec{0}$ cqfd)



5.On peut prendre D=10cm, f'=1,9 cm , x_1=-2,5cm ; x_2 =-7,5cm

$|Gt_1| > |Gt_2|$

6. la relation de conjugaison donne $\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$ soit $\frac{x'}{x} = \frac{f'}{f'+x}$ et ceci est valable pour chaque couple (x_1, x'_1) et (x_2, x'_2) donc $Gt_1 . Gt_2 = \frac{x'_1}{x_1} . \frac{x'_2}{x_2} = \frac{f'}{f'+x_1} . \frac{f'}{f'+x_2} = \frac{f'^2}{(f'+x_1)(f'+x_2)}$

$=\frac{f'^2}{Df'+D\,f'+f'^2}$ après développement et d'après $-D=x_1+x_2$

Soit $Gt_1 . Gt_2 = 1$: les grandissements transversaux sont inverses l'un de l'autre .

7.Vue la symétrie du pb (O_1 et O_2 sont symétriques par rapport au milieu I) , on a :
$x'_1=-x_2$ et $x'_2=-x_1$

Il suffit de considérer la relation de conjugaison pour l'un des 2 couples , par ex (x_1 ,x'_1) : cela donne $\frac{1}{x'1}$ - $\frac{1}{x1}$ = $\frac{1}{f'}$,d'utiliser $x'_1=-x_2$, puis d'exprimer x_1 et x_2 en fonction de d et D :

Rappel : $x_1+x_2=-D$ équivalent à $x_1=\frac{d-D}{2}$

et $x_1-x_2=d$ et $x_2=\frac{-d-D}{2}$

donc $\frac{-1}{x2}$ - $\frac{1}{x1}$ = $\frac{1}{f'}$ équivaut à $\frac{2}{D+d}+\frac{2}{D-d}=\frac{1}{f'}$ d'où $f'=\frac{D^2-d^2}{4D}$

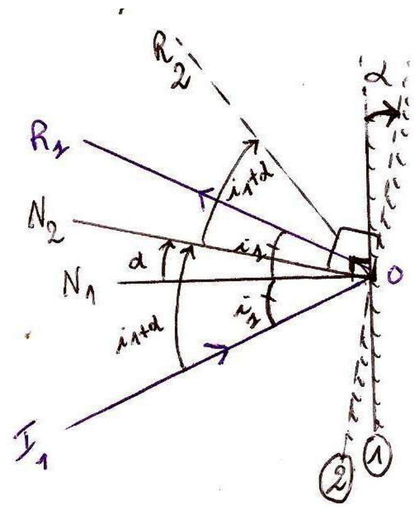
EXVI
…

2. 1.c (ou V) $=\frac{1}{f'}$ $=\frac{1}{0{,}02m}$ = +50 δ 2 .Construction à l'échelle de son choix ; ne pas omettre d'orienter + les axes (axe optique **et** axe transversal càd vertical)
3. Avec les notations habituelles , $x'=\overline{OA'}$ et $x=\overline{OA}$: $x'=\frac{xf'}{f'+x}=\frac{-6cm.2cm}{(-6+2)cm}$ = 3cm
4. $\overline{A'B'}=\overline{AB}.\frac{x'}{x}$ = … = - 0,5 cm ; Gt = - 0,5 l'image est réelle , renversée (Gt <0) et diminuée ($|Gt|$ <1)
5. Toutes ces relations (conjugaison etc …) ne sont valides que dans les Conditions de Gauss (càd rayons lumineux paraxiaux et passant proche de O)

EXVI voir schéma

Soit i1 l'angle d'incidence par rapport au miroir dans la position 1.

Qd le miroir est en position 2 , sa normale N_2 a pivoté de α par rapport à N_1 dc l'angle d'incidence vaut maintenant $i_1+\alpha$. l'angle de réflexion entre N_2 et R_2 vaut donc aussi $i_1+\alpha$ et l'écart entre les 2 réfractés (OR_1,OR_2) =(OR_1, ON_1) +(ON_1, ON_2)+ (ON_2, OR_2) = $-i_1+\alpha+i_1+\alpha=2\alpha$



L'image est le symétrique de l'objet par rapport au miroir ….