

**L'usage de la calculatrice N'EST PAS AUTORISÉ.****AVERTISSEMENT**

- On veillera au respect du nombre de chiffres significatifs. Pour les calculs approchés, deux chiffres significatifs suffiront.
- La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les expressions littérales seront encadrées et les résultats des applications numériques seront soulignés.
- On donne  $\sqrt{2} \approx 1,4$  ;  $\log 2 \approx 0,3$

**EX1**

Dans la colonne du tableau de classification périodique comprenant l'azote, on trouve aussi le phosphore *P*, l'arsenic *As* et l'antimoine *Sb*.

Données :  ${}^7\text{N}$ ,  ${}^8\text{O}$ ,  ${}^{15}\text{P}$ ,  ${}^{33}\text{As}$ .

1) Ecrire la structure électronique complète de N, P et As.

2) A quelle colonne et à quel bloc du tableau ces éléments appartiennent-ils?

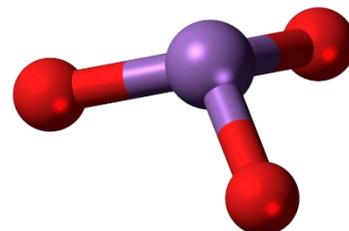
3) L'arsenic peut donner deux bromures :  $\text{AsBr}_3$  et  $\text{AsBr}_5$ .

(As possède 5 électrons de valence et Br en possède 7). Représenter le schéma de Lewis de chacun d'eux. Peut-on obtenir les mêmes bromures avec N et P? Justifier.

4) A quelle famille chimique le brome (Br) appartient-il? Citer et ranger quatre éléments de cette famille par ordre d'électronégativité croissante.

5) L'arsenic est susceptible de donner des ions arsénite  $\text{AsO}_3^{3-}$  et arséniate  $\text{AsO}_4^{3-}$ . Donner une représentation de Lewis de chacun de ces ions, sachant que l'atome de As est central.

- 6) La géométrie de l'ion arsénite est illustrée par le modèle ci-contre. Quant à l'ion arséniate, il a une structure tétraédrique. Indiquer pour chaque ion s'il est polaire et représenter le cas échéant son moment dipolaire (justifier).

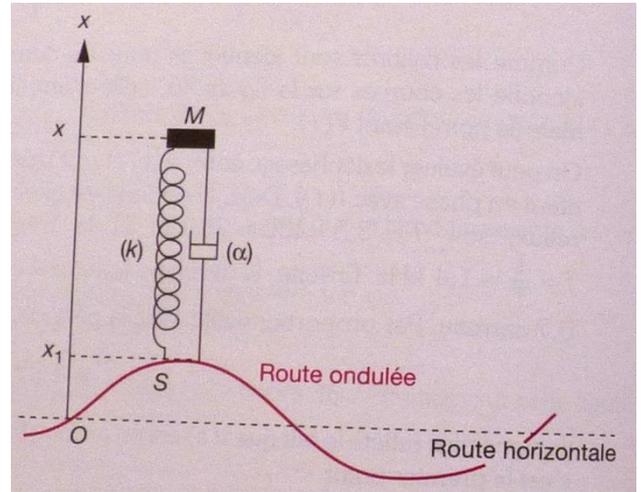
**EX2 Etude de la suspension d'un véhicule**

Dans le cadre d'un modèle simplifié de suspension, on assimile le véhicule à un point matériel *M* (de masse *m*) posé sur un ressort dont l'extrémité *S* peut se déplacer le long d'une route horizontale plane ou d'une route déformée en « tôle ondulée ». Le ressort a une constante de raideur *k* et une longueur  $l_0$  au repos.

On repère les positions de M et de S par leurs abscisses  $x$  et  $x_1$  sur un axe vertical  $Ox$  tel que  $x_1 = 0$  lorsque S se déplace sur la route horizontale .

En outre le point matériel est soumis à l'action d'un amortisseur fluide ,de coefficient d'amortissement  $\alpha$  disposé entre les points S et M ,S étant le point bas du dispositif d'amortissement ,le dispositif subit de la part de l'amortisseur une force de frottement de type

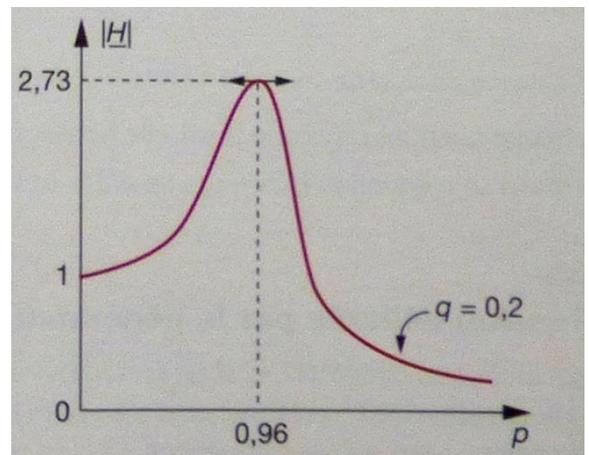
$\vec{f}_d = -\alpha(v-v_1) \vec{u}_x$  en notant  $v = \dot{x}$  et  $v_1 = \dot{x}_1$  les vitesses de M et S lors de leurs déplacements verticaux ( $\vec{u}_x$  vecteur unitaire de l'axe des  $x$  )



- 1) Lorsque le véhicule se déplace sur route horizontale ,  $x$  est constante de valeur  $x_e$  en régime dit stabilisé. Déterminer  $x_e$  en fonction des paramètres ( $m, g, k$  et  $l_0$  ). Pour cela , veiller à représenter les forces appliquées et exprimer littéralement celle exercée par le ressort en compression sur M ; vérifier que le sens est conforme .
- 2) Le véhicule se déplace à présent sur la route en tôle ondulée. On pose  $X(t) = x(t) - x_e$  . Montrer que  $X(t)$  vérifie une équation différentielle de la forme  $m\ddot{X} + \alpha\dot{X} + kX = F(t)$   $F(t)$  étant une fonction de  $x_1(t)$  , de  $\dot{x}_1(t)$  ,de  $k$  et  $\alpha$  que l'on précisera.

- 3) a) Le profil de la route est sinusoïdal d'amplitude  $F_m$ , de pulsation  $\omega$  ; on donne  $F(t) = kx_1 + \alpha\dot{x}_1$  . Calculer l'amplitude  $X_m$  de  $X$  et l'amplitude  $v_m$  de  $v$  pour ce régime sinusoïdal forcé en fonction de  $F_m, k, m, \omega$  et  $\alpha$  . On utilisera la notation complexe appliquée à  $F, X, x_1$  et leurs dérivées pour résoudre l'équation différentielle ; on pourra poser ainsi  $\underline{F} = F_m \exp(j\omega t)$  etc ...

- b) On pose  $\underline{H} = \frac{\underline{X}}{\underline{x_1}}$  . on note  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,  $q = \frac{\alpha}{2\sqrt{km}}$  et  $p = \frac{\omega}{\omega_0}$  Exprimer  $\underline{H}$  en fonction de  $j, p$  et  $q$  . On donne l'allure du graphe de  $|\underline{H}|$  en fonction de  $p$  pour  $q=0,2$  Exprimer  $|\underline{H}|$  . Quelle est la signification physique de  $|\underline{H}|$  ? Quel phénomène la courbe illustre-t-elle ?

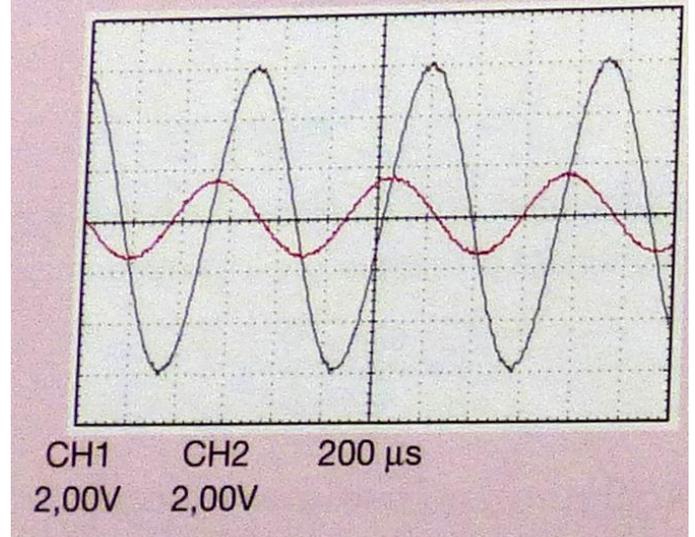
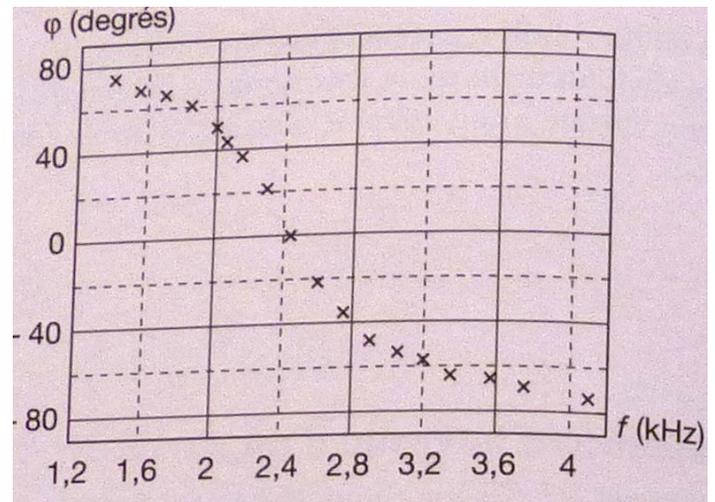
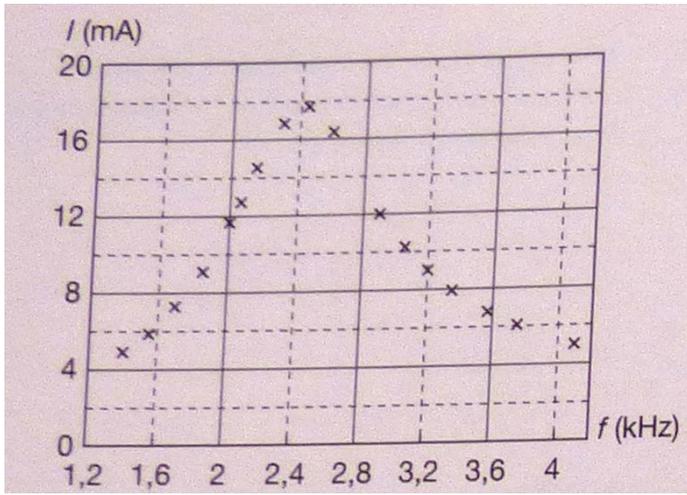


- c) On veut établir le lien entre la vitesse horizontale  $v_y$  du véhicule supposée constante et la pulsation  $\omega$ . La position de S sur la route est à présent repérée sur un axe horizontal  $Oy$  .Le profil de la route en S est du type  $x_1 = a \cdot \sin(\frac{2\pi y}{\lambda})$  où  $\lambda$  désigne la distance entre deux bosses successives. Exprimer  $v_y$  pour ce véhicule en mouvement uniforme ; en déduire  $\omega$  en fonction de  $v_y$  et  $\lambda$ .
- d) D'après l'étude faite, pour limiter l'amplitude du mouvement d'oscillation vertical du véhicule en régime permanent, à quelle allure convient-il de rouler ?
- e) Commenter qualitativement la situation particulière où le ressort du système est très raide .

### EX3 Détermination des paramètres d'un circuit RLC série

Un circuit RLC série est alimenté par une source  $e(t) = e_0 \cos \omega t$ ,  $e_0$  restant constante. On note  $I$  la mesure de l'intensité affichée sur un ampèremètre lorsque la fréquence  $f$  du générateur varie , la courbe obtenue est ci-jointe . On précise que le maximum est atteint exactement au point indiqué. Un oscilloscope en bicourbe donne accès au déphasage  $\varphi$  de l'intensité  $i$  par rapport à la tension  $e$  . (cf courbe de  $\varphi$  ) . enfin , on a reproduit les tensions  $e$  aux bornes du générateur et  $u$  aux bornes de la résistance

(cf oscillogramme bicourbe )



**1. Résultats théoriques**

- a) Donner en notation complexe l'expression du courant  $\underline{i}$  dans le circuit en fonction de  $\underline{e}$ , tension du générateur, R, L, C et  $\omega$ .
- b) Exprimer l'amplitude  $i_0$  de  $i$  en fonction de  $e_0$ , R, L, C et  $\omega$
- c) Exprimer la pulsation de résonance d'intensité  $\omega_r$ , les pulsations de coupure  $\omega_{C1}$  et  $\omega_{C2}$  ainsi que la bande passante  $\Delta\omega$  en fonction des paramètres du circuit.
- d) Exprimer  $\tan \phi$  en fonction de  $\omega$ , R, L, C.

**2. Exploitation des courbes**

- a) Faire le schéma du montage à réaliser pour obtenir l'oscillogramme donné. Identifier  $u(t)$  et  $e(t)$ . Retrouver l'un des points de la courbe de  $\phi$
- b) Que vaut  $\omega_r$  ?
- c) Evaluer le plus simplement possible la valeur de R.
- d) Comment évaluer  $\omega_{C1}$ ,  $\omega_{C2}$ , et Q le facteur de qualité ? Comment en déduire L ?

**EX4** Rq : Aucune connaissance préalable du multiplieur AD633 n'est nécessaire.

Rappel :  $\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a + b) + \cos(a - b))$

Soient deux tensions : 
$$\begin{cases} a(t) = A\sqrt{2} \cdot \cos(2\pi f_a t) \\ e_0(t) = E_0\sqrt{2} \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \end{cases} \quad f_a = 1420 \text{ Hz}$$
  
 $f_0 = 1450 \text{ Hz}$

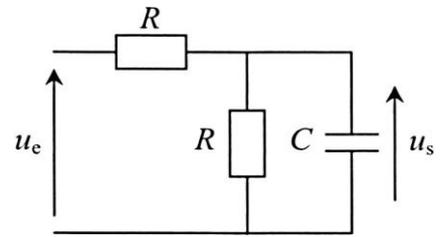
Ces deux tensions sont mises aux entrées d'un multiplieur AD633. On obtient en sortie une tension :  $m(t) = a(t) \cdot e_0(t)$

- 1) Démontrer que  $m(t)$  est la superposition de deux signaux sinusoïdaux de fréquence  $f$  et  $f > f$  tels que :  $m(t) = M \cdot [\cos(2\pi f t + \varphi_0) + \cos(2\pi f' t + \varphi_0)]$

Calculer  $f$  et  $f'$ .

On utilise le filtre ci-contre.

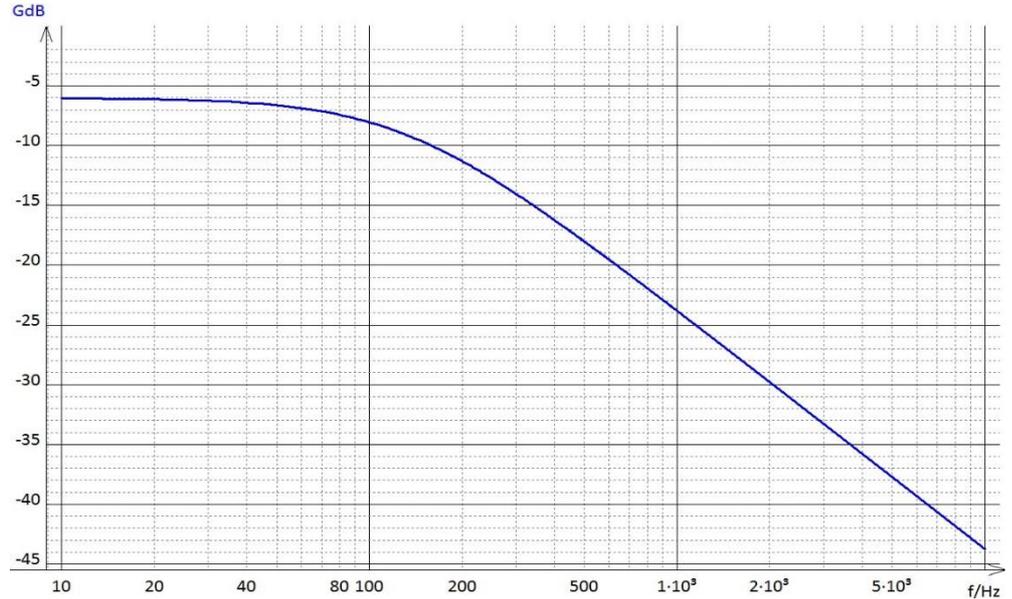
- 2) En effectuant un schéma équivalent en basse fréquence), puis un autre en haute fréquence), déterminer sans calcul le type de ce filtre.
- 3) Déterminer la fonction de transfert  $H(x)$  de ce filtre en fonction de  $x = RC\omega$ .



Quel est le gain maximal  $H_{max}$  de ce filtre?

4) Déterminer sa pulsation de coupure  $\omega_c$  en fonction de  $R$  et de  $C$ .

5) On a tracé ci-après le diagramme de Bode en gain de ce filtre :



Déterminer un ordre de grandeur de  $RC$ .

Vérifier l'accord entre le gain en dB maximal  $G_{dB}(max)$  lu sur ce diagramme et votre réponse en 3).

6) En haute fréquence, pourquoi parle-t-on d'intégration? Comment vérifie-t-on cette propriété sur le diagramme de Bode?

Vers quelle valeur tend alors le déphasage de  $s(t)$  par rapport à  $e(t)$ ?

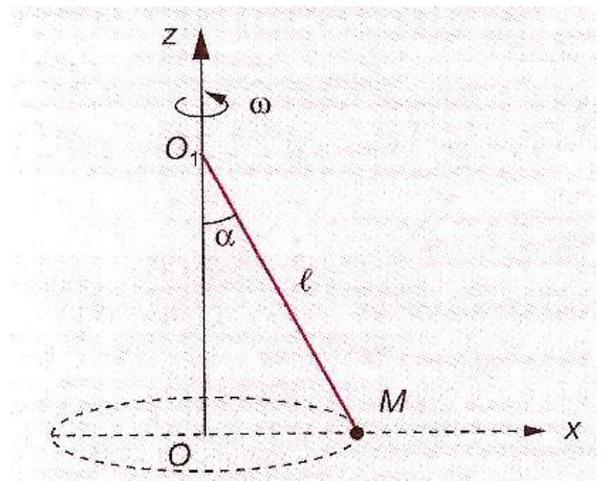
7) dédoublement de fréquences et filtrage

On place à l'entrée de ce filtre le signal  $m(t)$  ; évaluer à l'aide du diagramme de Bode le rapport  $S'/S$  : amplitude du signal de sortie de fréquence  $f'$  sur amplitude du signal de sortie de fréquence  $f$ . Commentaire ?

**EX5**

Un enfant fait tourner un pendule constitué d'une ficelle de faible masse de longueur  $l$  fixée en  $O_1$  et à laquelle est fixé en  $M$  un caillou de masse  $m$  de manière à ce que le caillou effectue un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire  $\omega$  dans le plan  $xOy$ . Le fil garde donc un angle constant  $\alpha$ .

- 1) Trouver une relation entre  $\omega$ ,  $l$ ,  $\alpha$  et  $g$ , la norme du champ de pesanteur en projetant sur la base la plus adaptée le principe fondamental de la dynamique appliqué à  $m$ . (on donne : coordonnées du vecteur accélération dans la base cylindrique :  $(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2, r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}, \ddot{z})$ )
- 2) Montrer que pour obtenir un tel mouvement,  $\omega$  est forcément supérieure à une vitesse angulaire critique que l'on exprimera
- 3) Commenter dans le cas où  $\omega$  devient très grande.
- 4) Exprimer la tension  $T$  de la ficelle.



**EX1**

Corr

**EX1**

1) On écrit les sous-couches et on applique la règle de Klechkowski

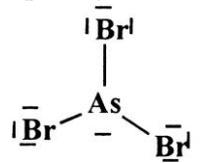
- 5s
- 4s 4p 4d 4f
- 3s 3p 3d
- 2s 2p
- 1s

N :  $1s^2 2s^2 2p^3$  3 e- célibataires ; 5 e- de valence.  
 P :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$  3 e- célibataires ; 5 e- de valence  
 As :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^3$  3 e- célibataires ; 5 e- de valence

Mais As est hypervalent

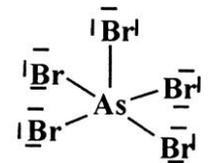
2) Colonne 18-3 = 15 puisqu'il y a 8-3 = 5 e- de valence, bloc p car sous-couche p en cours de remplissage. (les e- de valence sont ceux de la dernière couche s pleine + ceux des sous-couches incomplètes)

3)  $AsBr_3$   $n_e = 26, n_d = 13$



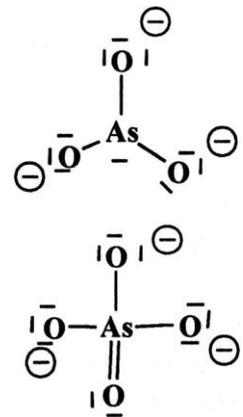
$AsBr_5$   $n_e = 40, n_d = 20$

4) Br est un halogène (avant dernière colonne). Dans une même colonne,  $\chi$  décroît qd Z augmente : donc  $\chi I < \chi Br < \chi Cl < \chi F$



5)  $AsO_3^{3-}$   $n_e = 26, n_d = 13$

$AsO_4^{3-}$   $n_d = 16$



6) Arsénite : polaire

Arséniate : apolaire vu la symétrie parfaite de répartition dans l'espace des liaisons AS-O (en supposant leurs moments dipolaires quasi égaux)

**EX2**

1) Système { masse m }

A l'équilibre,  $v = v_1 = 0$  dc pas de frottement fluide

$$m\vec{g} + k(l_0 - (x_e - x_1))\vec{u}_x + \vec{0} = \vec{0} \quad \text{or } x_1 = 0 \text{ dc en projetant sur } \vec{u}_x : -mg + k(l_0 - (x_e)) = 0 \text{ dc } x_e = l_0 - \frac{mg}{k}$$

2)  $m\vec{g} + k(l_0 - (x_e - x_1))\vec{u}_x - \alpha(v - v_1)\vec{u}_x = m\vec{a}$  dc en projetant sur  $\vec{u}_x$  et avec  $X = x - l_0 + \frac{mg}{k}$

$$-mg + mg - kX + kx_1 - \alpha(\dot{x} - \dot{x}_1) = m\ddot{x} \quad \text{mais } \ddot{x} = \ddot{X} \text{ et } \dot{x} = \dot{X}$$

$$\text{Dc } m\ddot{X} + \alpha\dot{X} + kX = kx_1 + \alpha\dot{x}_1$$

3)a) Avec  $\underline{F} = F_m \exp(j\omega t)$  ,  $\underline{X} = X_m \exp(j\omega t + \varphi_x)$  ,  $\underline{x}_1 = x_1 \exp(j\omega t + \varphi_{x1})$  ,  $\underline{v} = v_m \exp(j\omega t + \varphi_v)$  ,  $\underline{x}'_1 = \dot{x}_1 \exp(j\omega t)$

Rq :Le profil de la route étant sinusoïdal ,  $x_1$  est sinusoïdale fonction du temps si la vitesse du véhicule est constante , donc  $\dot{x}_1$  aussi ; il est donc normale que  $F(t)$  , combinaison linéaire de  $x_1$  et  $\dot{x}_1$  soit aussi sinusoïdale .Sa phase est prise nulle à  $t=0$  par commodité

En régime sinusoïdal forcé , on a  $\underline{\dot{X}} = j\omega \underline{X}$  et  $\underline{\ddot{X}} = (j\omega)^2 \underline{X} = -\omega^2 \underline{X}$  on a aussi  $\underline{\dot{x}}_1 = j\omega \underline{x}_1$

L'équa diff en complexe  $m\underline{\ddot{X}} + \alpha \underline{\dot{X}} + k\underline{X} = k \underline{x}_1 + \alpha \underline{\dot{x}}_1 = \underline{F}$  devient

$$(-m\omega^2 + \alpha j\omega + k) \underline{X} = \underline{F} \quad \text{dc} \quad \underline{X} = \frac{\underline{F}}{(-m\omega^2 + \alpha j\omega + k)} \quad \text{dc} , \text{ en passant au module}$$

$$X_m = \frac{F_m}{\sqrt{(k-m\omega^2)^2 + (\alpha\omega)^2}}$$

De même pour  $\underline{v} = \dot{x} = \dot{X}$  , cela donne  $(mj\omega + \alpha + \frac{k}{j\omega}) \underline{v} = \underline{F}$  dc

$$v_m = \frac{F_m}{\sqrt{(m\omega - \frac{k}{\omega})^2 + \alpha^2}}$$

$$b) \underline{X} = \frac{\underline{F}}{(-m\omega^2 + \alpha j\omega + k)} \quad \text{mais} \underline{F} = k \underline{x}_1 + \alpha \underline{\dot{x}}_1 = k \underline{x}_1 + \alpha j\omega \underline{x}_1 = \underline{x}_1 (k + \alpha j\omega)$$

$$\underline{X} = \frac{\underline{x}_1 (k + \alpha j\omega)}{(-m\omega^2 + \alpha j\omega + k)} \quad \text{dc} \quad \underline{H} = \frac{k + \alpha j\omega}{k - m\omega^2 + \alpha j\omega} = \frac{\omega_0^2 + \alpha j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_0} \quad \text{en effet} , \frac{\alpha j\omega}{m} = \dots = 2j\omega\omega_0$$

$$\text{Finalement} , \underline{H} = \frac{1+2jq\omega}{1-p^2+2jq\omega} \quad \left| \underline{H} \right| = \sqrt{\frac{1+4q^2\omega^2}{(1-p^2)^2+4q^2\omega^2}}$$

$\left| \underline{H} \right|$  représente le rapport de l'amplitude de la position de la voiture (par rapport à l'équilibre) sur celle l'amplitude de la variation du profil de la route . La courbe illustre la résonance d'élongation (ou de position). Elle correspond à une pulsation excitatrice proche mais inférieure à  $\omega_0$  (voir valeur de  $p$  au pic) .  $\left| \underline{H} \right|$  doit être le plus faible possible pour le confort du passager et aussi pour éviter que des éléments du véhicule trop secoué ne se mettent à vibrer trop et se détacher . Il faut dc être en dehors de la résonance.

c) on a  $v_y = \frac{\lambda}{T}$  ( entre 2 bosses successives, il s'écoule une période,  $T$  période associée à  $\omega$  , période du mouvement vertical de  $S$ ) donc  $v_y = \frac{\omega\lambda}{2\pi}$  et  $\omega = \frac{2\pi v_y}{\lambda}$  donc la pulsation , donc  $p$  est proportionnelle à la vitesse  $v_y$  du véhicule.

$$x_1 = a \cdot \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\right) \quad \text{comme le mouvement est RU} , y = v_y t + C_{\text{stte}} = v_y t \quad \text{si } y=0 \text{ à } t=0 \text{ donc } x_1 = a \cdot \sin\left(\frac{2\pi v_y t}{\lambda}\right) = a \sin \omega t$$

On a donc le lien entre  $\omega$  et la vitesse du véhicule

d) d'après la courbe , et comme  $\omega$  , donc  $p$  proportionnel à  $v_y$  , il faut être soit à vitesse proche de 0 , soit tendant vers l'infini !

e)  $k$  est grande donc  $\omega_0$  aussi et  $p$  plus faible donc  $\left| \underline{H} \right| \approx 1$  les variations de hauteur de la route sont intégralement retransmises au véhicule , ce qui n'est pas souhaitable : il n'y a plus de suspension.

### **EX3**

$$1)a) \underline{i} = \frac{\underline{e}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{e}}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

$$b) i_0 = \left| \underline{i} \right| = \frac{e_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

$$c) \omega_r = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad \text{pour le maximum de } I \text{ et } I_{\text{max}} \text{ vaut alors } I_{\text{max}} = \frac{e_0}{R}$$

$\omega_{C1}$  et  $\omega_{C2}$  sont telles que  $I = I_{\text{max}}/\sqrt{2} \dots$  Soit  $L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R$  (...cours , on trouve alors , après avoir résolu les 2 équations du 2<sup>nd</sup> d° en  $\omega$  et gardé les racines  $>0$  :

$\omega_{C2,1} = \frac{\pm RC + \sqrt{\Delta}}{2LC}$  avec  $\Delta = R^2 C^2 + 4LC$  dc la bande passante

est  $\Delta\omega = \frac{R}{L}$

d)  $\frac{i}{e} = \frac{i_0}{e_0} e^{j\varphi}$  dc  $\varphi = \arg\left(\frac{i}{e}\right) = -\arg Z$

$\tan \varphi = -\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)$

2)a) Les masses des 2 tensions à visualiser doivent être communes.

Soit  $u_0$  l'amplitude de  $u$ , tension aux bornes de  $R$ ,

$u_0 = R i_0$  or  $i_0$  max vaut  $\frac{e_0}{R}$  (cf 1)b) et ceci se produit à la résonance d'intensité pour  $\omega = \omega_r = \omega_0$ )

donc  $u_0 \leq e_0$  donc, les calibres sur les 2 voies étant identiques, la grande courbe est  $e(t)$

Mesure du déphasage  $\varphi$  de  $i$  (donc  $u = Ri$ ) par rapport à  $e$  :

$T = 7.10^{-4}$  s ;  $\tau = 1,4.10^{-4}$  s donc  $\varphi = 2\pi \cdot 1,4/7 = 1,25$  rad  $= 72^\circ$  pour  $f = 1/T = 1,4$  kHz ; c'est conforme à la courbe.

b) D'après la courbe de résonance,  $f_r = 2,4$  kHz dc  $\omega_r = 15.10^3$  rad/s

c) D'après a)  $u_0 = R i_0$ , mais on ne peut faire le calcul à  $\omega$  quelconque puisqu'on ne connaît pas  $L$  ni  $C$  donc  $Z$ , sauf à la résonance ;

la courbe de  $I$  (efficace) donne à la résonance :  $I = 18$  mA dc  $i_0 = I\sqrt{2} = 25$  mA et  $u_0 = 6,0$  V d'après l'oscillogramme, dc  **$R = 240 \Omega$**

d) D'après la courbe de résonance, en divisant le max de  $I$  par  $\sqrt{2}$  : 13 mA dc  $f_{C1} = 2,1$  kHz et  $f_{C2} = 2,8$  kHz puis  $\omega_{C1} \approx 13$  krad/s et  $\omega_{C2} \approx 18$  krad/s

$Q = \frac{\omega_c}{\Delta\omega} \approx \frac{15}{5} = 3$  puis comme  $\Delta\omega = \frac{R}{L} = 5.10^3$  (cf 1)c)) on en déduit  $L$  par  $L = \frac{R}{\Delta\omega} = 50$  mH

#### EX4

(Cf ex1 du TD)

1.  $m(t) = AE_0 (\cos(2\pi(f_a + f_0)t + \varphi_0) + \cos(2\pi(f_0 - f_a)t + \varphi_0))$

$f' = f_a + f_0 = 2870$  Hz et  $f = f_0 - f_a = 30$  Hz

2..... BF : C équivaut à un interrupteur ouvert dc  $u_s = \frac{u_e}{2}$ ,  $G = 1/2$  et  $G_{dB} = -6$  dB

.....HF : C équivaut à un fil dc  $u_s = 0$  et  $G_{dB} = -\infty$

Le filtre est un passe-bas.

3.

$\underline{H} = \frac{Z_{eq}}{R + Z_{eq}}$  avec  $\underline{Z}_{eq} = Z(C//R) = \frac{R/jC\omega}{R + 1/jC\omega} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$

$\underline{H} = \frac{1}{1 + (1 + jRC\omega)} = \frac{1}{2 + jRC\omega} = \frac{1}{2 + jx}$

$G = \frac{1}{\sqrt{4 + x^2}}$

$G_{max} = 0,5$  et  $G_{dBmax} = -6$  dB ; on retrouve le résultat du 2.

$G$  est conforme au graphe

Asymptote en  $-\infty$  à  $-6$  dB et en  $+\infty$ ,  $G_{dB} \approx -20 \log x$

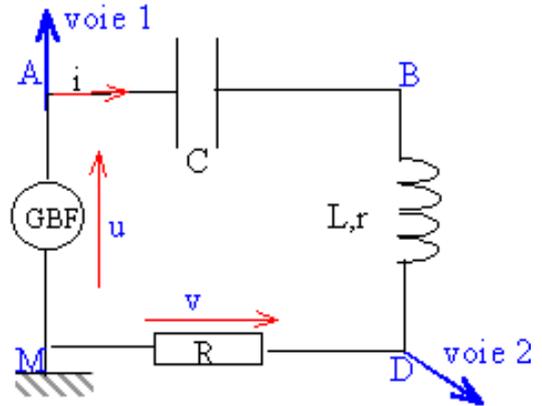
Mais le graphe est tracé non pas en fonction de  $\log x$  mais de  $\log f$  dc il y a une translation du graphe selon l'axe des abscisses :  $\log x = \log RC + \log 2\pi + \log f$

4. Néanmoins,  $f_c$  et donc  $\omega_c$  sont données pour  $G_{dB} = G_{dBmax} - 3$  dB soit ici  $-9$  dB

A ce moment là,  $G = G_{max} / \sqrt{2} = 1/(2\sqrt{2})$  soit ....  $x_C^2 = 4$  soit  $x_C = 2$  soit  $\omega_c = \frac{2}{RC}$

5. On lit sur le graphe  **$f_c = 130$  (ou  $\approx 150$  Hz) donc  $RC \approx 2.10^{-3}$  s**

6. Intégrateur ssi  $\underline{H} \approx \frac{k}{j\omega}$  où  $k$  est une constante, ce qui est bien le cas ici si  $\omega$  tend vers  $+\infty$



$\underline{H} \approx \frac{1}{j\omega} \approx \frac{1}{jRC\omega}$  dc intégrateur avec  $k=1/RC$  on a alors  $G_{dB} \approx -20\log x \approx -20(\log RC + \log 2\pi + \log f) \approx -20\log f + Cste$  donc le diagramme de Bode admet alors **une pente -20dB par décade de fréquence**, ce qui est bien le cas, et qui est caractéristique de l'intégrateur idéal.

$\varphi = \arg \underline{H} \approx -\pi/2$  : la sortie est en retard alors de  $\pi/2$  soit  $1/4$  de période par rapport à l'entrée

7.A l'entrée, les 2 signaux de fréquence  $f$  et  $f'$  ont même amplitude ; à la sortie, celui de fréquence  $f$  est réduit de 6dB, celui de  $f'$  réduit de 33 dB

.Comme  $G = 10^{G_{dB}/20}$ , cela donne  $\frac{S'}{S} = \frac{10^{-33/20}}{10^{-6/20}} = 10^{-1,35}$  (soit un rapport entre 1/10 et 1/100). = 1/22

Donc la fréquence somme ( $f'$ ) est fortement atténuée dc quasiment éliminée, par rapport à la fréquence différence ( $f$ ). Donc en faisant agir le multiplicateur puis le filtre passe bas, on réalise un soustracteur de fréquences.

(Rq : le calcul approché à partir de  $G$  donne  $\frac{S'}{S} = \sqrt{\frac{4+(2\pi fRC)^2}{4+(2\pi f'RC)^2}} \approx \sqrt{\frac{4}{(2\pi f'RC)^2}}$  car  $f$  faible et  $f'$  élevée

Soit  $\frac{S'}{S} \approx \frac{2}{2\pi f'RC} \approx \frac{1}{6\pi} \approx 1/20 \dots$ )

### EX5

1) Pour le système { caillou } dans le réf terrestre supposé galiléen

Forces :  $m\vec{g}$ ,  $\vec{T}$

2) Trajectoire circulaire de rayon  $R$

Les coordonnées cylindriques sont suggérées, et en effet les mieux adaptées à la projection. Faire le schéma avec les vecteurs  $\vec{e}_r$  sur le rayon  $OM$ , centrifuge,  $\vec{e}_\theta$  tangent au cercle, dans les sens de la vitesse, et  $\vec{e}_z$  (indiqué par le schéma) ; ajouter les 2 vecteurs force ... et  $\vec{a}$  : dans le plan  $xOy$ , normale (à la trajectoire centripète)

$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}$  soit en projection sur  $\vec{e}_r$  : (1)  $0 - T \sin \alpha = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -mR\omega^2 = -ml(\sin \alpha)\omega^2$  puisque  $r$  est constant et vaut  $R = l \sin \alpha$

sur  $\vec{e}_\theta$  :  $0 + 0 = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = m(0 + 0)$  puisque  $\dot{\theta} = \omega$  est constant (mvt uniforme) dc cette équation n'apporte rien ...

sur  $\vec{e}_z$  : (2)  $-mg + T \cos \alpha = 0$

on a dc (1)  $T = ml\omega^2$  et (2)  $T \cos \alpha = mg$  ce qui donne en faisant le rapport :  $\cos \alpha = \frac{g}{l\omega^2}$

3) si  $\omega$  tend vers 0, on voit que  $\cos \alpha$  tend vers  $+\infty$ , ce qui est impossible ; la vitesse angulaire critique

pour laquelle  $\cos \alpha = 1$  càd pour laquelle  $\alpha$  décolle de 0 est  $\omega_c = \sqrt{\frac{g}{l}}$

4) si  $\omega$  tend vers  $+\infty$ , on a  $\alpha$  tendant vers  $90^\circ$ , ce qui est cohérent.

5)  $T = ml\omega^2$