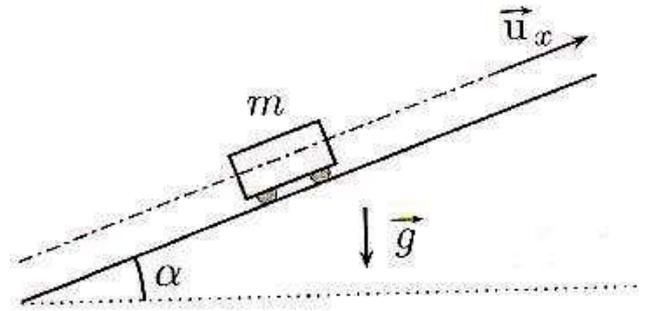


(Sans calculatrice - 4h)

EX1. Soit un plan incliné par rapport à l'horizontale d'un angle α . Un chariot de masse m est mobile sans frottement sur des rails posés parallèlement à la ligne de plus grande pente ; sa position est repérée sur l'axe (O, \vec{u}_x) par l'abscisse x de son centre d'inertie G . A $t=0$, le chariot est lancé vers le haut depuis sa position $x=0$ avec la vitesse v_0 \vec{u}_x (avec $v_0 > 0$)

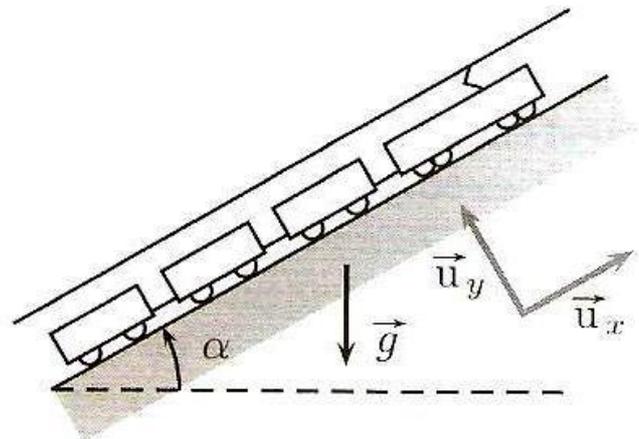


1) En appliquant le PFD, établir les équations horaires de x et \dot{x} afin de trouver pour quelle valeur de v_0 , la vitesse du chariot s'annule au point A d'abscisse $x=a$. On exprimera v_0 en fonction de g, a et α .

2) Reprendre la question précédente par application d'un théorème énergétique

3) Exprimer la valeur de la force de réaction qu'exercent les rails sur le chariot.

4) Sur cette même pente gravit un train de masse m , assimilé ici à un point matériel ; on utilisera la base cartésienne représentée. On suppose que l'effet de la locomotive est équivalent à celui d'un opérateur externe qui tirerait le train en fournissant une puissance constante P et que le contact entre les roues et le rail donne lieu à des frottements solides dont on note \vec{T} la composante tangentielle.



a) Exprimer le théorème de la puissance cinétique sous forme d'une équation différentielle liant $v = \dot{x}$, m, g, T, P et α . Déterminer la vitesse limite v_{lim} du train.

b) Montrer qu'on peut écrire :

$$\left(1 + \frac{v_{lim}}{v - v_{lim}}\right) dv = -R \frac{dt}{m} \quad \text{avec } R = T + mg \cdot \sin \alpha.$$

Le train démarre à vitesse nulle à $t=0$, intégrer l'équation précédente pour exprimer $v + v_{lim} \cdot \ln \left(1 - \frac{v}{v_{lim}}\right)$ en fonction de R, t et m .

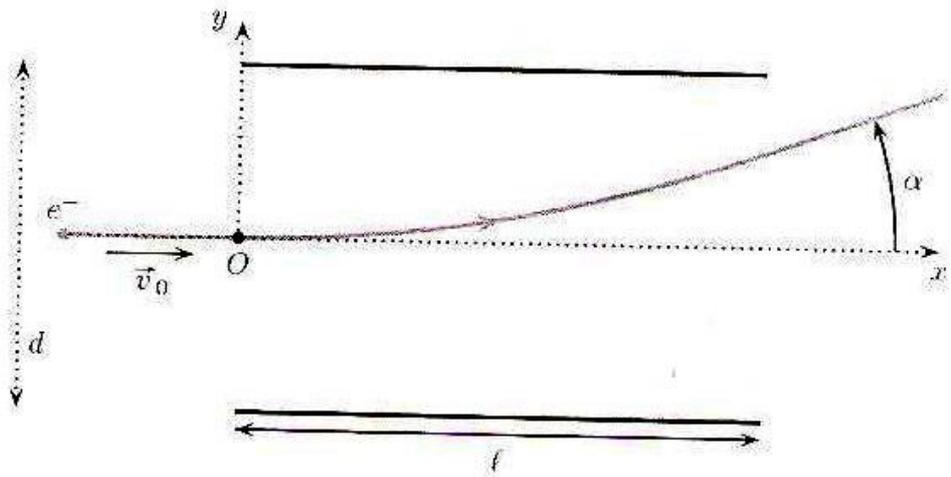
EX2. On considère un faisceau d'électrons dans le vide, de charge $q = -e$, de masse m , de vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$ arrivant au point O dans une région de longueur l (déflecteur) où règne un champ électrostatique uniforme vertical $\vec{E} = E \vec{u}_y$. On négligera l'action du poids des particules.

1. Indiquer le vecteur champ électrique sur le schéma.

2. A la sortie de cette zone, les électrons ont une vitesse déviée de l'angle α . Exprimer $\tan \alpha$ en fonction des données.

3. Le champ électrostatique est créé par un condensateur plan dont les armatures P_1 et P_2 sont distantes de d ; quelle est la différence de potentiel U à appliquer entre ces plaques ?

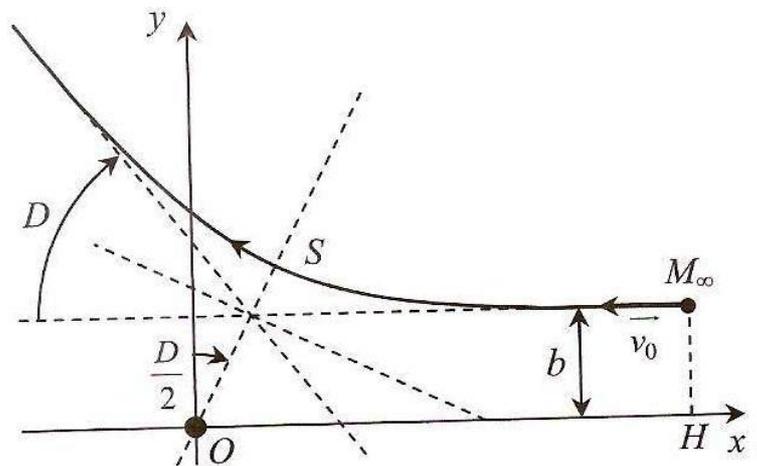
4. Si on veut réaliser la même déflexion grâce à un champ magnétique uniforme régnant dans le même volume de longueur l que précédemment, (càd qu'à la sortie de ce volume, la vitesse ait la même orientation) comment doit-il être dirigé et que vaut sa norme B ?



EX3 Expérience de Rutherford (1909 -1910)

Rutherford et ses deux étudiants Geiger et Marsden bombardent une mince feuille d'or avec un faisceau de particules α (noyaux d'Hélium). Ils observent que la plupart des particules traversent la feuille sans être affectées (donc ne rencontrent que du vide) mais que certaines sont déviées, parfois très fortement : les angles de déviation pouvaient être reliés aux dimensions microscopiques d'où la découverte du noyau et de sa taille.

On considère une particule de masse m et de charge $+2e$ (avec $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ C) venant de l'infini à vitesse $v_0 \vec{e}_x$, et s'approchant avec le paramètre d'impact b d'un noyau cible de numéro atomique Z (positif), supposé rester immobile durant le processus, par rapport au référentiel terrestre, qui est le référentiel adopté. Le repère étant centré sur O le centre du noyau. La particule décrit une branche d'hyperbole.



1. Donner l'expression de la force électrostatique subie par la particule en fonction du vecteur \vec{e}_r de la base cylindrique ; donner l'expression de son énergie potentielle d'interaction.

2. Pourquoi l'énergie de la particule E_m est-elle une constante du mouvement ? Donner son expression à tout instant ainsi que sa valeur initiale.

3. Montrer que le moment cinétique \vec{L}_O de la particule par rapport à O est constant. et l'exprimer en fonction des conditions initiales. On utilisera les coordonnées cylindriques dans le plan (O, x, y) pour exprimer \vec{L}_O à tout instant. En déduire une relation entre v_0 , b , r et $\dot{\theta}$.

4. Montrer que E_m peut s'écrire $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + E'_p(r)$; expliciter $E'_p(r)$.

5. On note S le point de passage le plus proche du noyau d'or, et $r_{\min} = OS$ distance minimale d'approche. Que devient E_m lorsque $r = r_{\min}$, en utilisant l'expression du 4. ?

En déduire $r_{\min} = \frac{K}{mv_0^2} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{mbv_0^2}{K} \right)^2} \right)$ en utilisant les résultats du 2. et 3, K étant à préciser.

6. En déduire l'ordre de grandeur de la taille du noyau d'or. On donne : $\epsilon_0 \approx 10^{-11}$; $e \approx 10^{-19}$; $Z \approx 100$; $2\pi \approx 10$; $m \approx 10^{-26}$; $v_0 \approx 2 \cdot 10^7$; $b \approx 2 \cdot 10^{-15}$ (SI)

EX4 Structures cristallines

L'oxyde de zinc peut exister dans la nature sous forme de poudre ou de cristal massif.

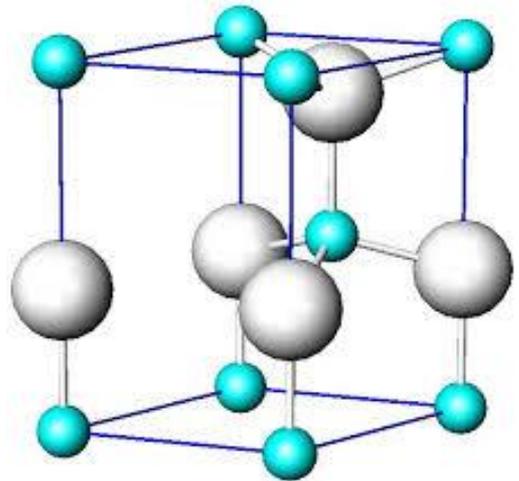
Du point de vue cristallographique, ZnO peut exister selon les conditions d'élaboration, sous trois types de structures différentes. La première est la structure Würtzite, stable dans les conditions usuelles ; la seconde est la structure cubique, qui est instable et qui apparaît sous des pressions élevées ; la troisième est la structure Rocksalt qui apparaît sous des pressions très élevées.

Ces différentes structures sont formées des ions Zn^{2+} et O^{2-} , de rayons respectifs $r_{Zn^{2+}}$ et $r_{O^{2-}}$.

Pour la structure cubique, les atomes d'oxygène sont aux sommets du cube et un atome de zinc occupe le centre du cube.

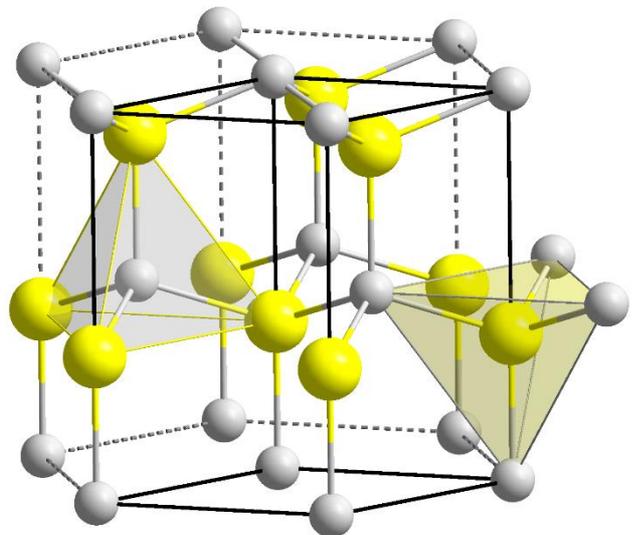
Pour la structure Rocksalt, les atomes d'oxygène occupent les sommets du cube et le milieu de chaque face ; les atomes de zinc occupent tous les sites octaédriques de cette structure.

1. Dessiner sur l'annexe fournie (et à rendre avec la copie) les deux structures cubique et Rocksalt décrites précédemment.
2. Pour chaque maille, calculer le nombre d'atomes en propre de zinc et d'oxygène (c'est à dire le nombre d'atomes de zinc et d'oxygène réellement contenu dans la maille).
3. L'électronéutralité à l'intérieur de ces mailles conventionnelles est-elle respectée ?
4. Pour la structure cubique, préciser suivant quel axe s'effectue le contact entre atomes (arête, diagonale d'une face, diagonale du cube ?). En déduire l'expression littérale puis la valeur du paramètre de maille a correspondant.
5. Mêmes questions pour la structure Rocksalt.
6. Exprimer puis calculer la masse volumique de ces édifices. Exprimer leur compacité.



La structure Würtzite (la plus stable) est caractérisée par des atomes d'oxygène disposés suivant une structure hexagonale compacte et des atomes de zinc occupant la moitié des sites tétraédriques de ce réseau hexagonal compact (voir les deux schémas ci-contre). Pour les questions suivantes, on considèrera la maille conventionnelle de cette structure (premier schéma , et surlignée en noir sur le second schéma).

7. Calculer le nombre d'atomes en propre d'oxygène.
8. L'électronéutralité est-elle respectée sachant que l'on a dans cette maille conventionnelle 2 atomes de zinc en propre ?
9. Exprimer puis calculer la masse volumique de ce cristal.



Données (toutes ne sont pas utiles):

$$r_{Zn^{2+}} = 72 \text{ pm} ; r_{O^{2-}} = 140 \text{ pm} ; \frac{RT}{F} \ln 10 \approx 0,06$$

Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse molaire : $M(\text{ZnO}) = 81,38 \text{ g.mol}^{-1}$

$T_{fus}(\text{ZnO}) = 2248 \text{ K}$; $T_{fus}(\text{Zn}) = 693 \text{ K}$; $T_{eb}(\text{Zn}) = 1180 \text{ K}$

Structure Würtzite : $a = 325 \text{ pm}$; $c = 521 \text{ pm}$

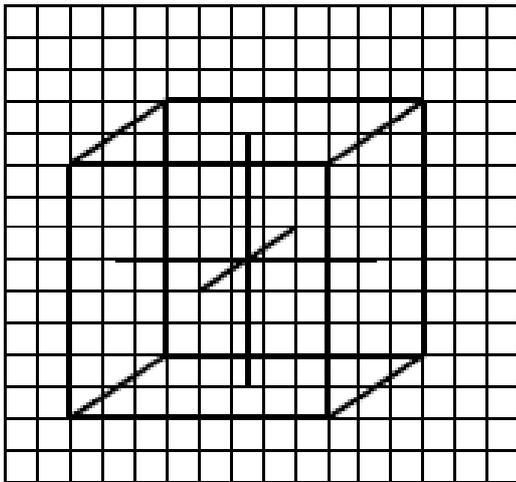
Aides numériques

$$\frac{81,38 \cdot 10^7}{6,02 \times (245)^3} \approx 9,192 ; \quad \frac{81,38 \cdot 10^7}{6,02 \times (424)^3} \approx 1,773 ; \quad \frac{424}{\sqrt{3}} \approx 245 ; \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \times (325)^2 \times 521 \cdot 10^{-7} \approx 4,77 ;$$

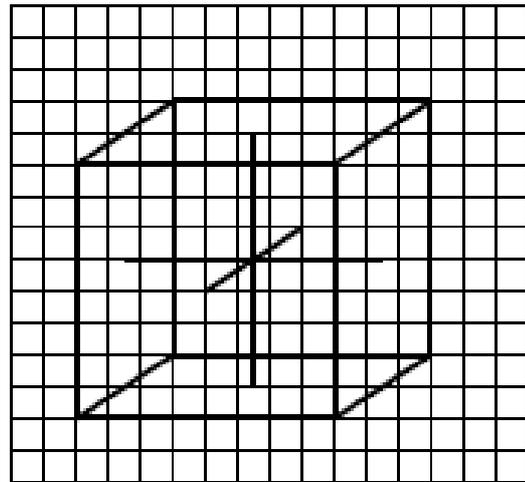
$$\frac{143}{4,64 \cdot 10^{-2}} \approx 3,08 \cdot 10^2 ; \quad 143 \times 4,64 \cdot 10^{-2} \approx 6,64 ; \quad \frac{4,64 \cdot 10^{-2}}{143} \approx 3,24 \cdot 10^{-4} ; \quad 1,773 \times 4 \approx 7,092 ;$$

$$\frac{1,773}{4} \approx 0,443 ; \quad \frac{2 \times 81,38}{6,02 \times 4,77} \approx 5,67 ; \quad \frac{52,5 \cdot 10^3}{8,314 \times 1273} \approx 4,96 ; \quad \frac{32,5 \cdot 10^3}{8,314 \times 1273} \approx 3,07 ; \quad e^{3,07} \approx 21,5 ;$$

$$e^{-3,07} \approx 4,64 \cdot 10^{-2} ; \quad e^{4,96} \approx 143 ; \quad e^{-4,96} \approx 7,01 \cdot 10^{-3} ; \quad \frac{1,049}{0,598} \approx 1,754 ; \quad \frac{0,583}{0,477} \approx 1,222 .$$



Structure cubique



Structure Rocksalt

EX5 : A vélo...

Un cycliste roule tout droit à vitesse v constante. Les roues tournent sans glisser. Le cycliste freine pour s'immobiliser en une durée Δt_{fr} . On demande la puissance moyenne P_f dissipée par les freins pour cela.

1. Exprimer la vitesse angulaire d'une roue ω dans le référentiel du cadre en fonction de v et du rayon de la roue R , puis le moment d'inertie d'une roue ; on appellera m sa masse et on supposera que toute la masse est répartie à la périphérie c'ad à la distance R de l'axe.

2. On évaluera l'énergie cinétique de l'ensemble quand il roule à vitesse v , comme somme de l'énergie cinétique de translation de l'ensemble {vélo et cycliste} de masse M et de l'énergie cinétique de rotation des deux roues évaluée dans le référentiel du cadre.

3. Exprimer enfin P_f en fonction de M , m , Δt_{fr} et v . (utiliser un théorème énergétique)

EX1

1) Système { chariot } (*Faire le schéma des forces*)

2) forces : réaction \vec{R} normale , poids $m\vec{g}$; PFD : $\vec{R} + m\vec{g} = m\vec{a}$

Que l'on projette sur \vec{u}_x : $0 - mg\sin\alpha = m\dot{x}$ (1)

Et sur \vec{u}_y : $R - mg\cos\alpha = 0$ (2) avec \vec{u}_y normal au plan et orienté vers le haut

D'où les coordonnées de \vec{a} ($\ddot{x} = -g\sin\alpha$, $\ddot{y} = 0$) , puis par intégration compte tenu des CI ,celles de

\vec{v} ($\dot{x} = -g\sin\alpha t + v_0$, $\dot{y} = 0$) puis par intégration compte tenu de CI ,celles de \vec{OM} ($x = -g\sin\alpha t^2/2 + v_0 t + 0$, $y = 0$)

On cherche t tel que $\dot{x} = 0$, cela se produit pour $t = \frac{v_0}{g\sin\alpha}$ et alors en reportant dans l'expression de x :

$$x_A = -\frac{v_0^2}{2g\sin\alpha} \quad \text{dc} \quad v_0 = \sqrt{2gx_A \sin\alpha}$$

2) E_m se conserve (pas de frottements). Evaluons E_m en O , puis en A , avec l'axe Oz vertical ascendant puis égalisons :

-en O : $E_m = mg z_0 + \frac{1}{2} m v_0^2$

-en A : $E_m = mg z_A + 0$ dc $mg z_0 + \frac{1}{2} m v_0^2 = mg z_A$ soit $\frac{1}{2} m v_0^2 = mg (z_A - z_0) = mg x_A \sin\alpha$ (attention au signe) dc on retrouve $v_0^2 = 2gx_A \sin\alpha$

3) l'équation (2) nous a donné : $R = mg\cos\alpha$

4) a) Système { train } forces : réaction \vec{R} normale , poids $m\vec{g}$, force propulsive \vec{F}_p et frottement solide \vec{T}

(*Faire le schéma des forces*)

Le théorème s'énonce ainsi : $\frac{dE_c}{dt} = \Sigma (\text{puissances forces ext}) = \vec{R} \cdot \vec{v} + m\vec{g} \cdot \vec{v} + P + \vec{T} \cdot \vec{v}$

P étant la puissance propulsive

Ce qui donne : $\frac{d(\frac{1}{2}mv^2)}{dt} = mv\dot{v} = 0 - vmgs\sin\alpha + P - Tv$ (attention aux signes)

Soit $mv\dot{v} + (mgs\sin\alpha + T)v = P$ équa diff en v du 1^{er} ordre avec second membre , mais non linéaire à coeff constants !

Quand la vitesse limite est atteinte , $\dot{v} = 0$ et dc $v_{lim} = \frac{P}{mgs\sin\alpha + T} = \frac{P}{R}$

b) l'équa diff s'écrit aussi $mv\dot{v} + \frac{P}{v_{lim}} \cdot v = P$ soit $v\dot{v} = \frac{R}{m}(v_{lim} - v)$ soit $\frac{v}{v_{lim} - v} dv = \frac{R}{m} dt$

$$\frac{v}{v - v_{lim}} dv = -\frac{R}{m} dt \quad \text{ou encore} \quad \left(1 + \frac{v_{lim}}{v - v_{lim}}\right) dv = -\frac{R}{m} dt$$

$$\int_0^v \left(1 + \frac{v_{lim}}{v - v_{lim}}\right) dv = -R \int_0^t \frac{1}{m} dt \quad \text{soit} \quad (v - 0) + v_{lim} [\ln |v - v_{lim}|]_0^v = -R \frac{t}{m} \quad \text{soit} \quad v + v_{lim} [\ln |v_{lim} - v|]_0^v$$

$$v = -R \frac{t}{m} \quad \text{car } v < v_{lim}$$

$$\text{Au final } v + v_{lim} \cdot \ln \left(1 - \frac{v}{v_{lim}}\right) = -R \frac{t}{m}$$

Ex2 : 1) Soit \vec{f} la force électrostatique subie par le système { électron } du fait du champ \vec{E}

$\vec{f} = q\vec{E} = -e\vec{E}$ (avec $e > 0$, c'est la charge élémentaire), donc, \vec{f} étant verticale vers le haut, \vec{E} est vertical vers le bas

2) PFD appliqué à l'électron: $-e\vec{E} = m\vec{a}$ d'où les coordonnées de \vec{a} ($\ddot{x} = 0, \ddot{y} = \frac{eE}{m}$), puis par intégration compte tenu de CI, celles de \vec{v} ($\dot{x} = v_0, \dot{y} = \frac{eE}{m}t$), puis \overrightarrow{OM} ($v_0 t, \frac{eE}{2m}t^2$)

On a, à l'instant t : $\tan \alpha = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{eEt}{mv_0}$, mais il faut évaluer l'instant t de sortie de la zone cçd pour lequel $x=1$. Il s'agit de $t = \frac{l}{v_0}$ (puisque $x = v_0 t$) et de $\tan \alpha = \frac{eEl}{mv_0^2}$

3) $E=U/d$ donc $U=Ed = \frac{mv_0^2 d \tan \alpha}{el}$

4) force de Lorentz $\vec{f} = -e \vec{v} \times \vec{B}$ soit au départ $\vec{f} = -e \vec{v}_0 \times \vec{B}$ donc \vec{B} est normal au plan de figure, venant vers le lecteur.

Le rayon de la trajectoire (cercle) vaut $R = \frac{mv}{eB}$ (le retrouver rapidement au besoin)

Soit une déviation α quand x augmente de l , telle que $\sin \alpha = \frac{l}{R}$ (faire le schéma) d'où

$$\mathbf{B} = \frac{mv}{eR} = \frac{m \sin \alpha v_0}{el}$$

EX3

1) $\vec{f} = \frac{(Ze)(2e)}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$; elle est bien répulsive. $\mathbf{E}_p = + \frac{(Ze)(2e)}{4\pi\epsilon_0 r}$ elle est bien nulle à l'infini.

2) Car la force qui agit sur la particule est conservative

$$E_m = \frac{1}{2} mv^2 + E_p = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2} mv_0^2 \text{ car au départ } E_m = \frac{1}{2} mv_0^2$$

Rq: on a aussi $v^2 = \dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2$ dans la base cylindrique choisie

3) $\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \overrightarrow{OM} \times \vec{f} = \vec{0}$ car \vec{f} et \overrightarrow{OM} sont colinéaires (à \vec{e}_r): il s'agit d'une force « centrale »

Dc \vec{L}_0 est constant; or au départ, il vaut $\vec{L}_0 = \mathbf{m} v_0 b \vec{e}_z$ (utiliser la distance de l'axe de \vec{v}_0 au point O)

et à tout instant, il vaut $\vec{L}_0 = m(r\vec{e}_r) \times (\dot{r} \vec{e}_r + r\dot{\theta} \vec{e}_\theta) = \dots = \mathbf{m} r^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$

en comparant les deux: $\underline{v_0 b = r^2 \dot{\theta}}$

4) $E_m = \frac{1}{2} m(\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2) + E_p = \frac{1}{2} m\dot{r}^2 + E'_p(r)$ avec $\mathbf{E}'_p(r) = \frac{1}{2} m(r\dot{\theta})^2 + \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 r}$ (1)

5) En S, r devient minimal dc $\dot{r} = 0$ et donc $E_m = E'_p(r) = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 r_{min}} + \frac{1}{2} m(r_{min}\dot{\theta})^2$

Par ailleurs, on a: $E_m = \frac{1}{2} mv_0^2$ et $v_0 b = r^2 \dot{\theta}$ d'après plus haut... dc à ce moment là $(r_{min}\dot{\theta})^2$

$$= r_{min}^2 \dot{\theta}^2 = (r_{min}^2 \dot{\theta})^2 / r_{min}^2 = (v_0 b)^2 / r_{min}^2$$

(1) devient alors $\frac{1}{2} m \frac{(v_0 b)^2}{r_{min}^2} + \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 r_{min}} = \frac{1}{2} mv_0^2$ soit $r_{min}^2 - \frac{Ze^2}{\pi\epsilon_0 mv_0^2} r_{min} - b^2 = 0$

r_{min} est dc solution d'une équation du 2nd d'o (qui admet 2 racines de signes opposées puisque leur produit vaut $-b^2$); on retient la solution positive:

$$r_{min} = + \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 mv_0^2} + \frac{1}{2} \left(\sqrt{\left(\frac{Ze^2}{\pi\epsilon_0 mv_0^2} \right)^2 + 4b^2} \right) = \frac{1}{mv_0^2} \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4b^2(\pi\epsilon_0 mv_0^2)^2}{(Ze^2)^2}} \right) = \frac{K}{mv_0^2} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{mbv_0^2}{K} \right)^2} \right)$$

avec $K = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0}$

6) $K \approx 10^{26}$; $r_{\min} \approx 2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ soit 2 fermis (tout comme le paramètre d'impact b)

EX4

structure cubique : O^{2-} aux sommets du cube et Zn^{2+} au centre du cube

structure Rocksalt : O^{2-} aux sommets du cube et au milieu de chaque face ; Zn^{2+} au milieu de chaque arête et au centre du cube.

cubique : $Z = 8 \times \frac{1}{8} = 1$ atome d'oxygène et 1 atome de zinc.

Rocksalt : $Z = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$ atomes d'oxygène et $Z = 12 \times \frac{1}{4} + 1 = 4$ atomes de zinc

charge +2 pour Zn et -2 pour O avec autant d'atomes dans chaque maille : électroneutralité respectée.

cubique : contact suivant la grande diagonale du cube car charges opposées. Ainsi

$$a\sqrt{3} = 2r_{O^{2-}} + 2r_{Zn^{2+}} \text{ soit } a = \frac{2r_{O^{2-}} + 2r_{Zn^{2+}}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times 140 + 2 \times 72}{\sqrt{3}} = \frac{424}{\sqrt{3}} = 245 \text{ pm}.$$

Rocksalt. : contact suivant l'arête ou la grande diagonale du cube (charges opposées). Or

$a < a\sqrt{3}$ d'où contact suivant l'arête et $a = 2r_{Zn^{2+}} + 2r_{O^{2-}} = 2 \times 72 + 2 \times 140 = 424 \text{ pm}$.

$$\text{cubique : } \rho = \frac{m_{\text{atomes}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{Z \times M_{ZnO}}{N_A V} = \frac{1 \times 81,38 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23} \times 245 \cdot 10^{-12}^3} = \frac{81,38}{6,02 \times 245^3} \times 10^{-3-23+36}$$

$$\rho = 9,192 \cdot 10^{-7} \times 10^{10} = 9,19 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 9,19 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$\text{Rocksalt : } \rho = \frac{m_{\text{atomes}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{Z \times M_{ZnO}}{N_A V} = \frac{4 \times 81,38 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23} \times 424 \cdot 10^{-12}^3} = 4 \times \frac{81,38}{6,02 \times 424^3} \times 10^{-3-23+36}$$

$$\rho = 4 \times 1,773 \cdot 10^{-7} \times 10^{10} = 7,09 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 7,09 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$\text{Compacité : -cubique } C = \frac{1 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 + 1 \cdot \frac{4}{3}\pi r_{\mp}^3}{a^3}$$

$$\text{-Rocksalt } C = \frac{4 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 + 4 \cdot \frac{4}{3}\pi r_{\mp}^3}{a^3} \quad (\text{mais a n'a pas la même valeur..})$$

Würtzite

7)

$$Z = \frac{1}{3} \left(12 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{2} + 3 \right) = 2 \text{ atomes d'oxygène (maille conventionnelle)}$$

2 $Zn^{2+} + O^{2-}$: électroneutralité ok.

$$\rho = \frac{Z \times M_{ZnO}}{N_A V} \text{ où } V = \frac{1}{3} \left(c \times 6 \times \frac{a}{2} \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a^2 \times c = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 325 \cdot 10^{-12}^2 \times 521 \cdot 10^{-12}$$

$$V = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 325^2 \times 521 \cdot 10^{-12 \times 2 - 12} = 4,77 \times 10^7 \times 10^{-36} = 4,77 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3. \text{ Ainsi}$$

$$\rho = \frac{2 \times 81,38 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23} \times 4,77 \cdot 10^{-29}} = \frac{2 \times 81,38}{6,02 \times 4,77} \cdot 10^{-3-23+29} = 5,67 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 5,67 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

EX5

1) Dans le référentiel du cadre du vélo, puisqu'il y a roulement sans glissement, un point de la roue tourne à vitesse v autour de son axe donc $\omega = \frac{v}{R}$

$J_{\Delta} = \sum m_i r_i^2 = mR^2$ vu la répartition supposée de la masse.

$$2) E_C = \frac{1}{2} Mv^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$$

$$\text{Soit } E_C = \frac{1}{2} Mv^2 + mR^2 \omega^2 = \frac{1}{2} (M + 2m) v^2$$

3) Théorème de la puissance cinétique appliqué au système (vélo + cycliste) dans son entier : $\frac{dE_C}{dt} = \Sigma$ (puissances forces ext+int) = P_f (le poids et la réaction de la route ne travaillent pas ici)

$$\text{En moyenne, } P_f = \frac{E_{cf} - E_{ci}}{\Delta t_{fr}} = \frac{1}{2} (M + 2m) v^2$$