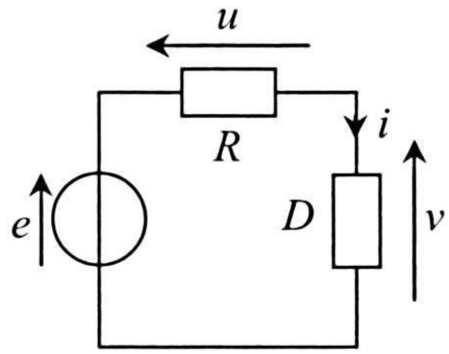
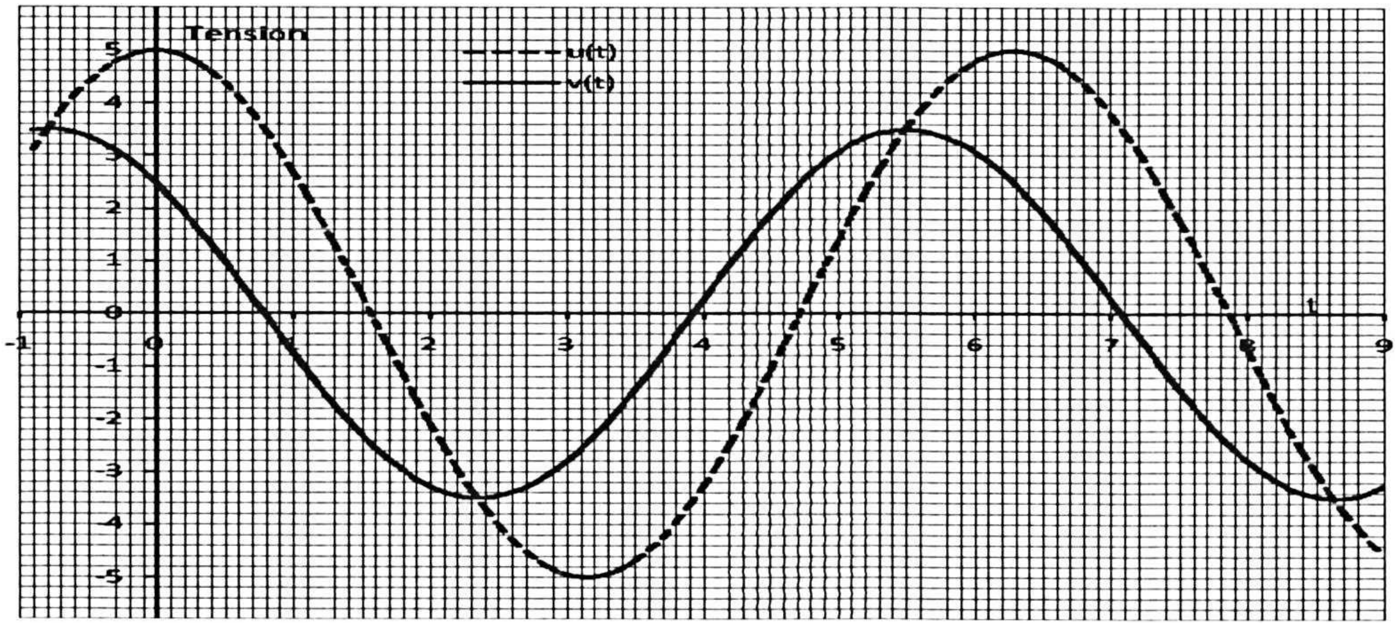
EXI Caractéristiques d'un dipôle inconnu

Dans le montage suivant ,le GBF Délivre une tension e(t) sinusoïdale de pulsation ω ; R est une résistance et D un dipôle inconnu. On note u(t) =$U_m \cos(\omega t)$ et v(t) =$U_m \cos(\omega t + \varphi)$ les tensions indiquées sur le schéma .



On les visualise à l'oscilloscope et on obtient les graphes suivants :

v(t) est un trait continu ; u(t) en traits tiretés.



L'unité de l'axe des temps est en 10^{-2} *s* et celle de l'axe des tensions est en *V* ; on a *R* = 100 Ω.

1) Déterminer V_m, U_m ainsi que la pulsation ω . *On prendra* $2\pi \approx 6{,}3$
2) La tension *v* est-elle en avance ou en retard sur la tension *u*? En déduire le signe de ϕ et la valeur de ϕ à partir du graphe *(*$|\phi|$ *est égal à une fraction simple de* π *).*
3) En représentation de Fresnel , porter les amplitudes complexes associées à u ,v et e .

On note $\underline{Z} = X + jY$ *l'impédance du dipôle D.*

4) Déterminer à partir des résultats précédents les expressions littérales puis les valeurs de *X* et *Y* .
   On prendra $3{,}4/5 \approx 0{,}68$ *et* $34/(5\sqrt{2}) \approx 4{,}8$
5) Par quel dipôle (condensateur, bobine...) peut-on modéliser *D* ? Donner ses caractéristiques.

EXII

OBTENTION D'UN FILTRE ADSL

Les lignes téléphoniques acheminent les signaux téléphoniques traditionnels (fréquences f comprises entre 0 et $5{,}0\ kHz$) qui permettent les échanges de conversation et les signaux informatiques « Internet » (fréquences f comprises entre $25\ kHz$ et $2{,}5\ MHz$) (figure **I.1**). Le but de cette partie est d'étudier un filtre qui permet de « récupérer » un seul type de signaux.

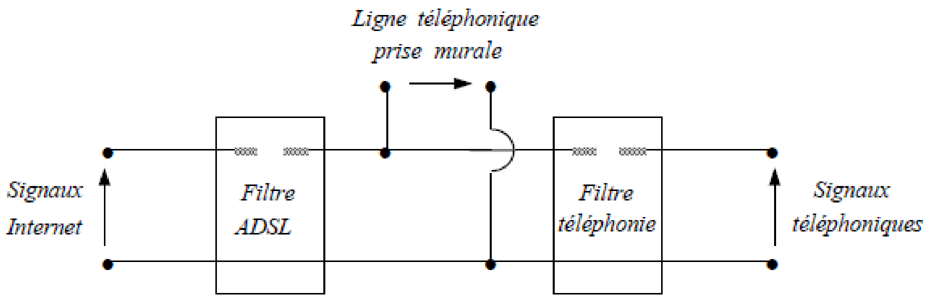


Figure **I.1**

Tous les signaux (tension et intensité) considérés dans cet exercice sont supposés alternatifs sinusoïdaux : les grandeurs complexes associées sont soulignées (avec $j^2 = -1$).

A. Questions préliminaires

Le montage de la figure **I.2**, alimenté par une tension $\underline{u}$ et parcouru par un courant $\underline{i}$, est constitué de deux impédances $\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_2}$ associées en série.

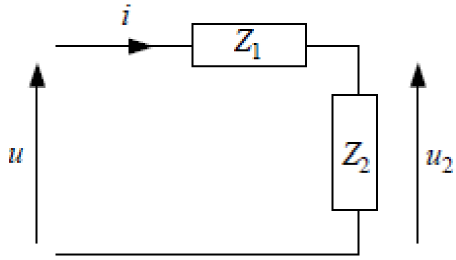


Figure **I.2**

IA.1. Exprimer (démonstration non exigée) la tension complexe $\underline{u_2}$ en fonction des grandeurs complexes $\underline{Z_1}$, $\underline{Z_2}$ et $\underline{u}$.

I.A.2. Comment se nomme un tel montage ?

B. Les deux types de filtres

Quatre grands types de filtres sont disponibles : filtres passe-bas, passe-haut, coupe-bande et passe-bande.

I.B.1. Préciser, sans calcul, le type de filtre à utiliser pour ne « récupérer » que les signaux informatiques.

I.B.2. Même question pour les signaux « téléphoniques » (destinés à la conversation).

I.B.3. Donner, sans démonstration, un ordre de grandeur de la fréquence de coupure f_c nécessaire.

C. Étude d'un filtre

Soit le filtre suivant, constitué de deux résistors identiques de résistance R et de deux bobines idéales identiques d'inductance L. La tension d'alimentation et la tension de sortie de ce quadripôle s'écrivent respectivement : $u_e = U_{e,m} \cos \omega t$ et $u_s = U_{s,m} \cos(\omega t + \varphi)$ (figure **I.3**). on donne $\log 3 \approx 0,5$.

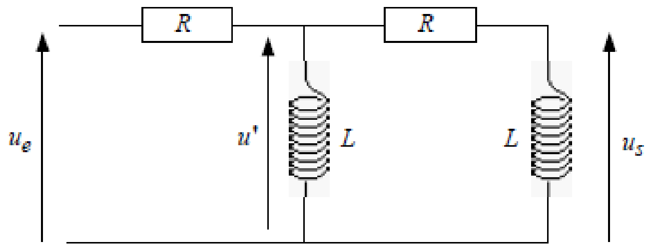


Figure **I.3**

I.C.1. En dessinant un schéma équivalent en basse fréquence ($f \to 0$), puis en haute fréquence ($f \to +\infty$), déterminer, sans calcul, la nature (ou le type) de ce filtre. En déduire la nature des signaux que ce quadripôle laisse « passer ».

*La réponse proposée à la question **I.A.1.** peut être utilisée pour résoudre la question suivante (**I.C.2.**).*

I.C.2. Exprimer, d'une part, la tension de sortie complexe $\underline{u'}$ en fonction des grandeurs $\underline{u_e}$, R et $\underline{Z_L}$ (impédance complexe de la bobine), puis, d'autre part, la tension complexe $\underline{u_s}$ en fonction des grandeurs R, $\underline{u'}$ et $\underline{Z_L}$.

I.C.3. Il est rappelé que l'impédance complexe de la bobine s'écrit $\underline{Z_L} = jL\omega$. Écrire la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{u_s}/\underline{u_e}$ de ce filtre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A}{B + jC}$$

avec A, B et C trois nombres réels.

I.C.4. En déduire l'expression de ω_0 en fonction de R et L permettant de mettre la fonction de transfert sous la forme $\underline{H}(jx) = \frac{-x^2}{1-x^2+3jx}$ et la valeur numérique du gain maximal G_{max}.

I.C.5. Donner les expressions approchées, voire les valeurs numériques le cas échéant, du gain, en décibels, $G_{dB} = 20 \log|\underline{H}(jx)|$ pour $x \to 0$, $x = 1$ et $x \to +\infty$. Rassembler ces résultats dans le tableau ci-dessous (tableau à recopier) :

Valeurs de x	$x \to 0$	$x = 1$	$x \to +\infty$
G_{dB} (en décibels)			

I.C.6. En déduire le diagramme de Bode asymptotique $G_{dB} = f(\log x)$ de ce filtre. Esquisser, sur ce graphe, l'allure de la courbe réelle correspondante.

Corr devoir du 20 janv2015

EXI

1) on lit V_m=3,4V ; U_m =5,0V ; T=6,3. $10^{-2}\,s$ dc $\omega = \frac{2\pi}{T}$ = 1,0. 10^2 *rad/s*

2) v est en avance sur u de τ *= 8 ,0 ms soit* $\phi = \omega\,\tau = \frac{\pi}{4}$

3)

La phase de V est mesurée par rapport à u càd par rapport aussi à i .

4) En amplitudes complexes , on a $\underline{U}$ = R $\underline{I}$ et $\underline{V} = \underline{Z}\ \ \underline{I}$ dc en faisant le rapport

$\underline{V} = \frac{\underline{Z}}{R}\underline{U}$ ce qui implique $|\underline{V}| = \frac{|\underline{Z}|}{R}|\underline{U}|$ et arg $\underline{V}$ = arg $\underline{Z}$ - arg R + arg $\underline{U}$

soit $Vm = \frac{Z}{R}\ Um$ et ϕ = arg $\underline{Z}$ -0-0 = arg $\underline{Z}$

on trouve Z= $|\underline{Z}|$ = = $\frac{Vm}{Um}$. R $= \frac{3.4}{5}$ .100 = 68 Ω

et arg $\underline{Z} = \frac{\pi}{4}$ or X=Zcos $\phi = \frac{68}{\sqrt{2}}$ =48 Ω et Y=Zsin $\phi = \frac{68}{\sqrt{2}}$ =48 Ω

5)D correspond à une résistance de valeur X =48 Ω en série avec une inductance L d'impédance Y=L.ω =48 Ω (soir L=0,48H) . c'est un dipôle dit « inductif ».

EXII OBTENTION D'UN FILTRE ADSL

A. Questions préliminaires

I.A.1.

$$\boxed{\underline{u_2} = \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}}\underline{u}}$$

I.A.2. Ce montage est appelé pont diviseur de tension.

B. Les deux types de filtres

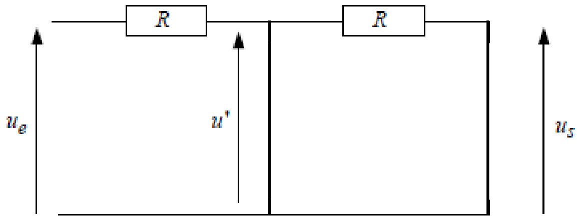
I.B.1. Pour ne « récupérer » que les signaux informatiques, on veut que les hautes fréquences « passent » et que les basses fréquences soient coupées. On utilisera donc un filtre passe-haut.

I.B.2. Pour ne « récupérer » que les signaux téléphoniques, on veut que les basses fréquences « passent » et que les hautes fréquences soient coupées. On utilisera donc un filtre passe-bas.

I.B.3. La fréquence de coupure de ces filtres devra être d'environ $10\ kHz$.

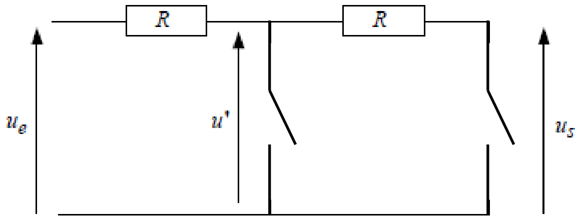
C. Etude d'un filtre

I.C.1. Schéma équivalent en basse fréquence :



Donc $u_s = 0$ lorsque $f \to 0$.

Schéma équivalent en haute fréquence :



Donc $u_s = u_e$ lorsque $f \to +\infty$

Ce quadripôle laisse donc « passer » les signaux de haute fréquence : c'est un filtre passe-haut.

I.C.2. La formule du pont diviseur de tension donne :

$$\boxed{\underline{u_s} = \frac{\underline{Z_L}}{R + \underline{Z_L}} \underline{u'}}$$

Notons $\underline{Z_{eq}}$ l'impédance équivalente à la bobine en parallèle avec l'ensemble en série (résistance+bobine). On a :

$$\underline{Z_{eq}} = \frac{\underline{Z_L}\left(R + \underline{Z_L}\right)}{R + 2\,\underline{Z_L}}$$

La formule du pont diviseur de tension donne alors :

$$\underline{u'} = \frac{\underline{Z_{eq}}}{R + \underline{Z_{eq}}} \underline{u_e} = \frac{\underline{Z_L}\left(R + \underline{Z_L}\right)}{R\left(R + 2\,\underline{Z_L}\right) + \underline{Z_L}\left(R + \underline{Z_L}\right)} \underline{u_e}$$

$$\boxed{\underline{u'} = \frac{\underline{Z_L}\left(R + \underline{Z_L}\right)}{R^2 + \underline{Z_L}^2 + 3R\underline{Z_L}} \underline{u_e}}$$

I.C.3. D'après les réponses précédentes :

$$\underline{H} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u'}} \frac{\underline{u'}}{\underline{u_e}} = \frac{\underline{Z_L}}{R + \underline{Z_L}} \frac{\underline{Z_L}\left(R + \underline{Z_L}\right)}{R^2 + \underline{Z_L}^2 + 3R\underline{Z_L}}$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{Z_L}^2}{R^2 + \underline{Z_L}^2 + 3R\underline{Z_L}}$$

$$\boxed{\underline{H} = \frac{-(L\omega)^2}{R^2 - (L\omega)^2 + 3jRL\omega}}$$

I.C.4. En factorisant par R^2 au dénominateur de la fonction de transfert, on a :

$$\underline{H} = \frac{-\left(\frac{L}{R}\omega\right)^2}{1-\left(\frac{L}{R}\omega\right)^2 + 3j\frac{L}{R}\omega}$$

La pulsation propre de ce filtre est donc :

$$\boxed{\omega_0 = \frac{R}{L}}$$

Sachant que le facteur de qualité de ce filtre vaut $1/3$, il n'y a pas de résonance donc le gain maximum se trouve pour $\omega \to \infty$. Le gain maximal est donc :

$G_{dBmax} = \lim_{\omega\to\infty} 20\log[|\underline{H}(j\omega)|] \quad G_{max} = 1$

$$\boxed{G_{dBmax} = 0}$$

I.C.5.

$$G_{dB} = 20\log\left|\frac{-x^2}{1-x^2+3jx}\right| = 40\log x - 10\log[(1-x^2)^2 + 9x^2]$$

Valeurs de x	$x \to 0$	$x = 1$	$x \to +\infty$
G_{dB} (en décibels)	$40\log x$	-10	0

II.C.6. Le filtre étudié est un filtre passe-haut du second ordre dont le facteur de qualité vaut $1/3$ donc il n'y a de résonance. On en déduit l'allure du diagramme de Bode en amplitude :