Ex1 ** La force de résistance F exercée par l'eau sur certains navires pour des vitesses comprises entre 10 et 20 km/h est une fonction du type $F=kv^3$ (k=constante)

1.Sachant que lorsque le moteur fournit une puissance propulsive P=4 ,0MW ***(la force propulsive n'est pas constante ici mais c'est bien la puissance reçue par le bateau qui l'est)*** , la vitesse limite atteinte est de 18km/h .Exprimer puis calculer k

2. Le moteur est coupé et le navire de masse m=12,0kt se déplace à v_1=16km/h .Calculer la durée t_0 nécessaire pour que la vitesse tombe à $\mathbf{v_2}$=13km/h. ***(intégrer l'équa diff en v en séparant les variables)***

3.Montrer que la distance d parcourue s'écrit $d=A(\frac{1}{v_2}-\frac{1}{v_1})$ et exprimer A ***.(le plus simple : faire apparaître dx=vdt au lieu de dt dans l'équa diff du mvt en v)***

4.Calculer d.

Ex2* ***Des données peuvent être absentes***

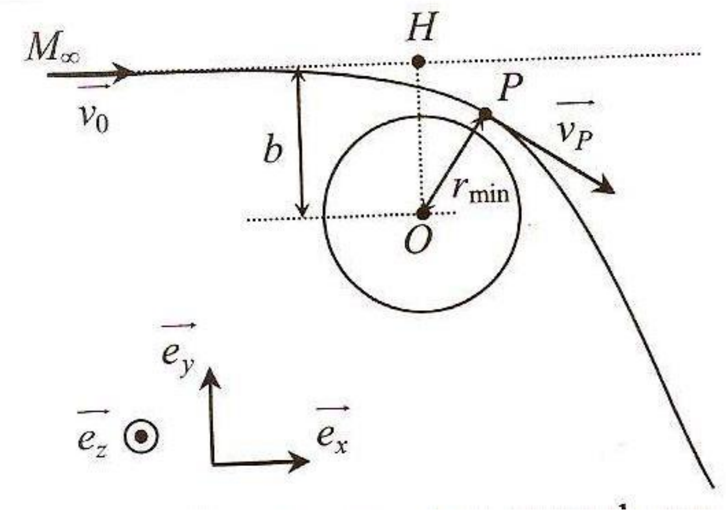
On considère une disque en liaison pivot parfaite **autour de son axe Oz de révolution**, d'orientation quelconque .Ce disque est initialement lancé avec la vitesse angulaire ω_0

1.Donner l'évolution de vitesse angulaire ω.

2. La liaison n'est maintenant plus parfaite et engendre un couple de frottement C =- αω (α>0 , constante) .Reprendre la question 1.

Ex3*

Certains objets (« géocroiseurs ») passant près de la Terre peuvent venir la heurter. Soit un astéroïde de masse m venant de l'infini et supposé éloigné de tout astre donc de vitesse $\overrightarrow{v_0}$ constante. On appelle b la distance du support de sa trajectoire initiale au centre O de la Terre (b est le « paramètre d'impact »).A l'approche de la Terre , la trajectoire se courbe vers la Terre .C'est une branche d'hyperbole. Soit P le périgée (« point le plus proche ») de cette trajectoire



1.Ecrire la conservation de deux grandeurs dynamiques (un vecteur et un scalaire) de l'astéroïde de la position M_∞ à P.

2.En déduire la distance minimale d'approche r_{min} =OP ***(on obtient une équation du second d°)***

AN : avec v_0=2,0km/s ,**G=6,67 .10^{-11} SI** , masse de la Terre M = **6,0 .10^{24}** kg et b =1 ,4.10^{5}km .Peut-il heurter la Terre ?

Corr du devoir du10/03/15

Ex1 :

1.pour le système {bateau} , les forces extérieures sont : poids m $\vec{g}$, poussée d'Archimède $\vec{\pi}$, force propulsive $\overrightarrow{F_P}$ (en fait c'est la force de réaction de l'eau sur l'hélice , force de frottement $\overrightarrow{F_f}$ de l'eau sur la coque) ***faire le schéma***

Particularité ici : la force propulsive n'est pas constante ici mais c'est bien la puissance reçue par le bateau qui l'est , F_P on ne la connait pas , il faut écrire P =$\overrightarrow{F_P}$. $\vec{v}$ = F_P v comme $\overrightarrow{F_P}$ et $\vec{v}$ sont // de même sens.

Le plus simple est d' appliquer un théorème énergétique , par ex , le th de la puissance cinétique :

$\frac{dE_C}{dt}$ = Σ P (forces ext) = P($\overrightarrow{F_P}$) +P ($\overrightarrow{F_f}$) les 2 autres forces étant verticales donc orthogonales au déplacement , n'ont pas de puissance. Dc , **m$\boldsymbol{v\dot{v}}$ = P - k vv³** en notant P la puiss propulsive P($\overrightarrow{F_P}$) =4 ,0MW et comme P ($\overrightarrow{F_f}$) =$\overrightarrow{F_f}$. $\vec{v}$ =-F_f .v = -kv³ .v

C'est l'équation différentielle du mvt (on la retrouve aussi par le PFD projeté sur la direction du déplacement et en écrivant F_P =P/v

Quand v atteint v_{lim} , cela veut dire que $\dot{v}$ =0 dc P = k $v_{lim}{}^4$ dc $\mathbf{k = \frac{P}{v\,lim\ 4}}$ = 6400kg.m^{-2}.s

2. P=0 , l'équa diff devient <u>m $\dot{v}$ = -kv³</u> soit m$\frac{dv}{dt}$ = -kv³ soit $\frac{-k}{m}$dt =$\frac{dv}{v^3}$ dc en intégrant entre l'instant initial et l'instant final : $\int dt\ \frac{-k}{m}$ = $\int dv\ \frac{1}{v^3}$ soit $\frac{-k}{m}$ (t_0 -0) = $\frac{-1}{2}$ ($\frac{1}{v_2{}^2}$ - $\frac{1}{v_1{}^2}$)

Soit **$\mathbf{t_0}$ = $\boldsymbol{\frac{m}{2k}}$ ($\boldsymbol{\frac{1}{v_2{}^2}}$ - $\boldsymbol{\frac{1}{v_1{}^2}}$) =24s**

3. . P=0 on a tjs $\frac{-k}{m}$ dt =$\frac{dv}{v^3}$ (1) soit ;comme dx =vdt : $\frac{-k}{m}\frac{dx}{v}$ =$\frac{dv}{v^3}$ soit $\frac{-kdx}{m}$ =$\frac{dv}{v^2}$ dc en intégrant entre l'instant initial et l'instant final : $\int dx\ \frac{-k}{m}$ = $\int dv\ \frac{1}{v^2}$ soit $\frac{-k}{m}$ d = (- $\frac{1}{v_2}$ + $\frac{1}{v_1}$) dc **d=$\boldsymbol{\frac{m}{k}}$ ($\boldsymbol{\frac{1}{v_2}}$ - $\boldsymbol{\frac{1}{v_1}}$)**

(on peut aussi établir l'équation horaire x(t) mais c'est plus long : en intégrant (1) , on obtient v= $\sqrt{\frac{1}{\frac{1}{v_1^2}+\frac{2kt}{m}}}$ =$\frac{dx}{dt}$ que l'on intègre encore entre l'instant initial et l'instant final : d =$\frac{m}{k}$ ($\sqrt{\frac{1}{v_1^2}+\frac{2kt_0}{m}}$ - $\sqrt{\frac{1}{v_1^2}}$) =…=$\frac{m}{k}$ ($\frac{1}{v_2}$ - $\frac{1}{v_1}$) **)**

4. 97m

EX2

1.O applique la loi du moment cinétique scalaire autour de Oz pour le système disque

$J_{Oz}\ \dot{\boldsymbol{\omega}}$ = Σ $\mathcal{M}_{Oz}$ (forces ext) = $\mathcal{M}_{Oz}$ ($\overrightarrow{P}$) + $\mathcal{M}_{Oz}$ (liaison) = 0+0 puisque le poids s'applique en C , centre d'inertie qui est un point de l'axe Oz , et la liaison est parfaite.

dc $\dot{\omega}$ =0 : **ω reste constante.**

2. l'équation devient $J_{Oz}\ \dot{\boldsymbol{\omega}}$ = C soit $J_{Oz}\ \dot{\boldsymbol{\omega}}$ **= -** αω , équa diff en ω du 1er ordre , la résolution donne ω = K.exp(- $\frac{\alpha}{JOz}t$) soit , avec ω = ω_0 à t=0 **ω = $\boldsymbol{\omega_0}$.exp(- $\boldsymbol{\frac{\alpha}{JOz}t}$)** qui tend bien vers 0 qd t tend vers l'infini : le disque finit par s'arrêter.

EX3 1)-conservation du moment cinétique $\overrightarrow{L_O}$ pour un mouvement à force centrale dirigée vers O .

Soit ,($\overrightarrow{OM}$ x m $\vec{v}$)$_\infty$ = ($\overrightarrow{OM}$ x m $\vec{v}$)$_P$ soit b m v_0= r_{min} m v_P soit **b $\mathbf{v_0}$= $\mathbf{r_{min}}$ $\mathbf{v_P}$**

-conservation de l'énergie mécanique :

$\frac{1}{2}$ m $v_0{}^2$ +0 = $\frac{1}{2}$ m $v_P{}^2$ - $\frac{GmM}{r_{min}^2}$ avec M la masse de la Terre

2) En combinant ces 2 équations , on obtient :

$r_{min}^2 . v_0^2 + 2GM\, r_{min} - b^2\, v_0^2 = 0$, on ne retient que la racine >0 .
Soit une équa du second d° avec pour coefficients (attention convertir les distances en m) : a $=4.10^6$, b$=8.10^{14}$, c= - $7{,}8.10^{22}$ soit encore a =4 , b$=8.10^8$, c= - $7{,}8.10^{16}$
On trouve à la calculatrice $r_{min} = 7{,}2 \,.\, 10^7$ m
(voir aussi http://calculis.net/resoudre-equation-second-degre) $r_{min} > R_T$ donc l'astéroïde est évité ,ouf !