Chap 4 : Circuit fixe dans un champ magnétique dépendant du temps (cas de Neuman)

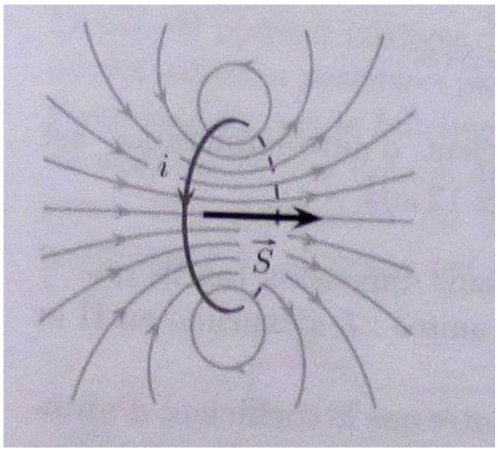
Introduction : e= $-\frac{d\Phi}{dt}$ a été établie historiquement en faisant varier $\vec{B}$ (créé par un aimant) et en mesurant i induit <u>mais</u> le circuit traversé par un courant induit créée lui –même un champ magnétique (propre) .Ce champ n'a pas été pris en compte dans le chap 3 , il contribue au flux magnétique à travers le circuit , donc peut varier et participer à l'induction .C'est **<u>l'autoinduction.</u>**

<u>I)Autoinduction</u>

<u>1)Champ propre</u>

C'est celui créé par le circuit ; champ extérieur= celui créé par d'autres sources (circuits , aimants)
Le champ $\vec{B}$ régnant au voisinage du circuit étudié est $\vec{B} = \overrightarrow{B_{ext}} + \overrightarrow{Bpropre}$

2)<u>Flux propre ; inductance propre</u>.(cf doc ch4)



Φ_{propre} = flux propre : c'est le flux du champ propre à travers lui – même

En tout point M , on a $\vec{B}$ (M) = B$\vec{u}$ or B_{propre}(M)=ki avec k>0 ∀ M de l'espace

Dc $\Phi_{propre} = \iint \overrightarrow{Bpropre}.\overrightarrow{dS}$ >0 si i>0 et Φ_{propre}< 0 si i<0

$\Phi_{propre} = \iint ki\vec{u}.\overrightarrow{dS}$ = i .$\iint k\vec{u}.\overrightarrow{dS}$ = i.L avec L>0 dans tous les cas , on peut donc mettre Φ_{propre} sous la forme :

<u>Φ_{propre} = L .i avec L>0</u> quelle que soit l'orientation choisie pour le circuit

L =coefficient d'inductance propre (en H) déjà rencontré en électrocinétique

L ne dépend que de la <u>géométrie</u> du circuit si la bobine est dans l'air =le vide (avec éventuellement la présence d'un matériau ferromagnétique comme le fer doux à la place de l'air :remplacer alors μ_0 par µ)

Le calcul de Lest à priori complexe , sauf pour un solénoïde infini (voir exo)

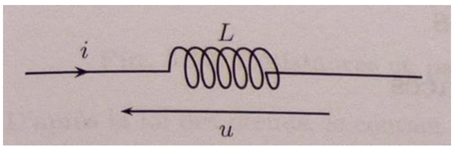
On a donc $\Phi = \Phi_{ext} + \Phi_{propre} = \Phi_{ext}$ + L.i dc e=$-\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi ext}{dt} - \frac{d(Li)}{dt}$

<u>Si le circuit est indéformable ,</u> alors L indépendante de t donc e=$-\frac{d\Phi ext}{dt}$ -L $\frac{di}{dt}$ soit e=e_{ext} +e_L

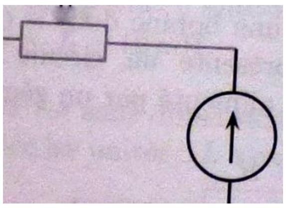
Avec **e_L=-L $\frac{di}{dt}$ = f.é.m. autoinduite**

Deux cas extrêmes : _ soit $|e_L| << |e_{ext}|$: l'autoinduction est négligeable

_ $|e_L| >> |e_{ext}|$: la fem induite par le champ extérieur est négligeable : l'autoinduction est prépondérante , alors e= -L $\frac{di}{dt}$ on retrouve le **u_L = L $\frac{di}{dt}$ +ri** vu en électrocinétique (donné en convention <u>récepteur</u>)



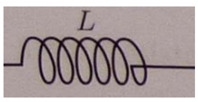
…équivaut à… un géné de fém e_L en série avec résistance interne r



avec **e_L=-L $\frac{di}{dt}$**

on a bien u= L $\frac{di}{dt}$ +ri (si la bobine présente une résistance interne)

On peut aussi avoir les 2 phénomènes à prendre en compte ensemble ; dans tous les cas , qd l'autoinduction existe , on représentera dans le circuit le symbole d'une inductance

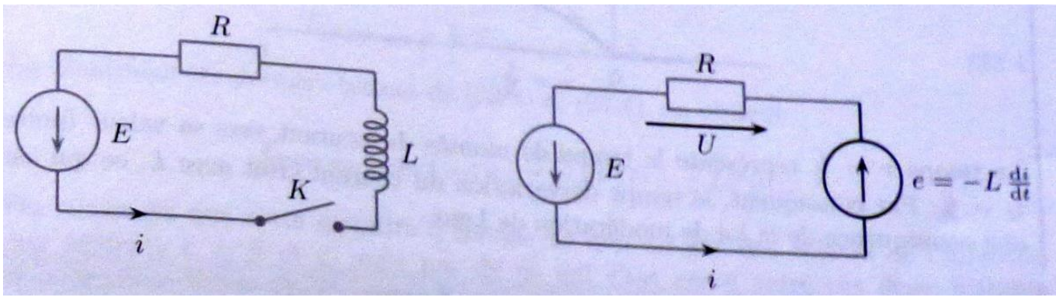


Et on mentionne la grandeur L , inductance propre (se fier à ce que dit l'énoncé)

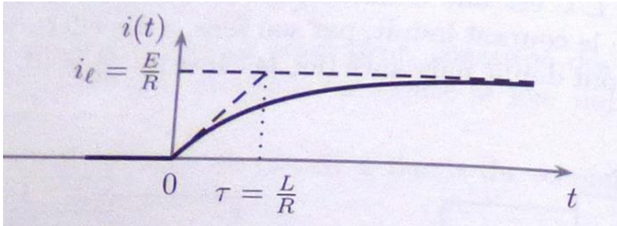
3)Autoinduction et loi de modération de Lenz

Soit le circuit : $B_{ext}=0$

Voici le schéma du *vrai* circuit et à côté celui du *circuit électrique équivalent :*



On ferme K , donc i↑ donc $\frac{di}{dt}>0$ donc $e_L<0$: la fém autoinduite s'oppose à l'établissement du courant dans la bobine .C'est conforme à la loi de Lenz.



$\frac{di}{dt}+\frac{Ri}{L}=\frac{E}{L}=\frac{I_P}{\tau}$ (cf électrocinétique)

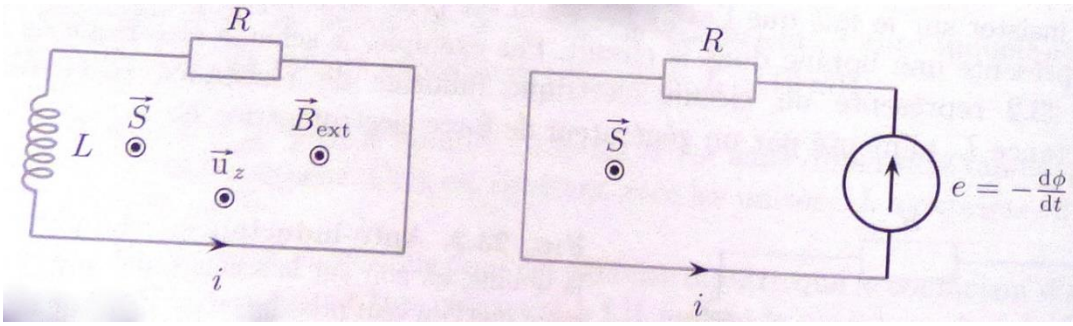
Bilan énergétique (cf crs électrocinétique) Etablissement du courant dans un circuit RL : Eidt=Ri²dt +Lidi conduit à définir l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine $\mathbf{E_m=\frac{1}{2}Li^2}$

4)Ex d'application.

La méthode d'étude reste la même que dans le chap précédent sauf qu'il y a le flux propre en plus (orienter le circuit , exprimer Φ, en déduire $e=e_{ext}+e_L$,faire le schéma électrique équivalent , en déduire l'équation électrique)

Soit un circuit filiforme plan , de résistance R , de surface S , d'inductance L , plongé dans un champ $\vec{B}$ uniforme sinusoïdal de pulsation ω et ⊥ au plan du circuit : $\vec{B}=B_0.\cos(\omega t)\vec{e_z}$

Donner l'équation différentielle en i



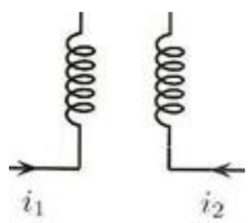
$\Phi=\Phi_{ext}+\Phi_{propre}=B_0.S.\cos(\omega t)+L.i$ dc $e=-\frac{d\Phi}{dt}=B_0.S\omega.\sin(\omega t)-L\frac{di}{dt}$ soit $e=e_{ext}+e_L$

équation électrique :e=Ri soit $L\frac{di}{dt}+Ri=B_0.S\omega.\sin(\omega t)$ soit $\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=B_0.\frac{S\omega}{L}.\sin(\omega t)$ avec $\tau=\frac{L}{R}$ on a dc un régime transitoire suivi d'un RSF à pulsation ω

II).Bobines en interaction.

1)Inductance mutuelle M entre deux bobines.

Soient 2 bobines à proximité :



i_1 créée $\vec{B_1}$ qui influe sur la bobine 2 ;elle reçoit le flux $\Phi_{1\to2}$ (noté Φ_{12})

i_2 créée $\vec{B_2}$ qui influe sur la bobine 1 ;elle reçoit le flux $\Phi_{2\to1}$ (noté Φ_{21})

Ces flux mutuels sont reliés entre eux : Φ_{12} proportionnel à B_1 lui-même proportionnel à i_1 dc on peut écrire $\Phi_{12} = M_{12} . i_1$; de même , on a $\Phi_{21} = M_{21} . i_2$; on démontre que $M_{12} = M_{21}$ (noté M)

donc **$\Phi_{12} = M\, i_1$ et $\Phi_{21} = M\, i_2$**

.M s'exprime en H (comme L)
.M dépend de la géométrie des circuits et de leur disposition relative
.M>0ou <0 (le signe dépend seulement de l'orientation choisie pour les circuits).
Rq :$M^2 \leq L_1L_2$, il y a l'égalité $M=L_1=L_2$ seulement dans le cas du couplage maximal entre les 2 circuits

2)Appl :Cicuits couplés par inductance mutuelle.(circuits fixes)

On schématisera ainsi le couplage …(cf doc bas de page ch4 :induction)…par u ne double flèche entre les bobines

Donc dorénavant il faut tenir compte des flux croisés Φ_{12} et Φ_{21}

Pour la bobine 1 , on a : $e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d}{dt}(\Phi_{propre1} + \Phi_{21}) = -L_1.\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt}$

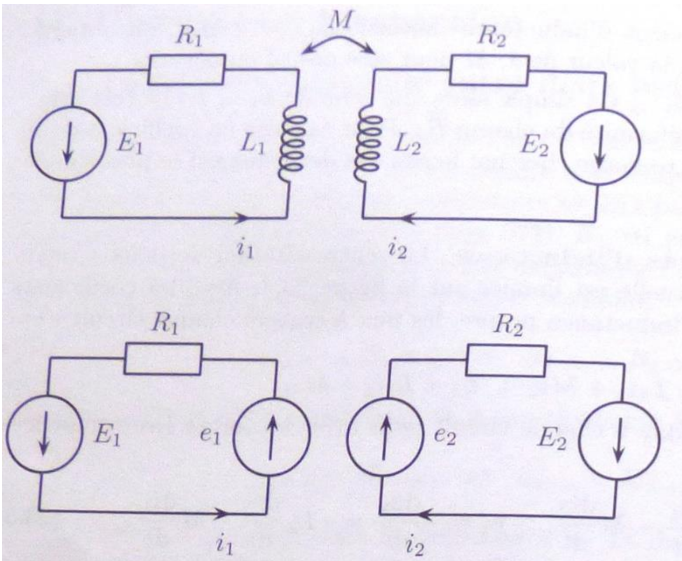
Pour la bobine 2 , on a : $e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{d}{dt}(\Phi_{propre2} + \Phi_{12}) = -L_2.\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt}$ → 2 équations couplées

Appli :Charge à distance par couplage inductif (voitures électriques) , cartes RFID (Radio Frequency Identification , puces d'animaux ,plaques de cuisson par induction , courants de Foucault.

3)Bilan énergétique

Soit le montage où E_1 et E_2 sont variables :

2circuits couplés par inductance mutuelle et leur schéma équivalent :



$E_1+e_1 = E_1-L_1.\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} = R_1i_1$; $E_2+e_2 = E_2-L_2.\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} = R_2i_2$

Dc $E_1i_1 + E_2i_2 = (R_1i_1^2 + R_2i_2^2) + [L_1.i_1\frac{di_1}{dt} + L_2.i_2\frac{di_2}{dt} + M(i_1\frac{di_2}{dt} + i_2\frac{di_1}{dt})]$

Soit : P (fournie par les générateurs) =P(Joule) + P(fournie par les générateurs pour faire croître le champ $\vec{B}$ total quand les courants varient)

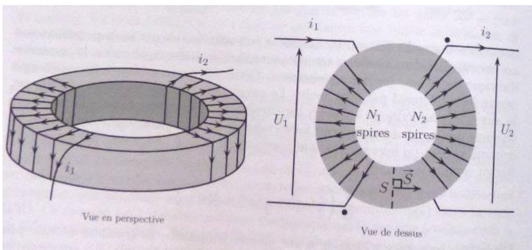
soit $P_{génés} = P_{Joule} + P_m$ avec $P_m = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}L_1.i_1^2 + \frac{1}{2}L_2.i_2^2 + M\, i_1\, i_2)$

Donc **$\frac{1}{2}L_1.i_1^2 + \frac{1}{2}L_2.i_2^2 + M\, i_1\, i_2 = E_m$ =Energie potentielle magnétique** (dépensée pour créer $\vec{B}$ lors des variations des courants)

4)Le transformateur

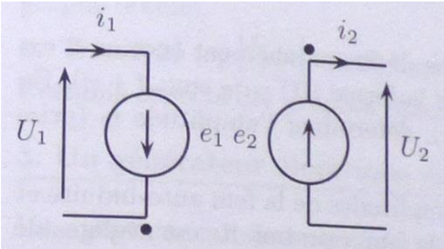
C'est un quadrupôle

Les 2 bobines sont couplées par un « circuit magnétique » (cf doc ch4)



Au primaire : N_1 spires , tension u_1 , courant i_1 ; Au secondaire : N_2 spires , tension u_2 , courant i_2
Rôle : convertir une tension alternative de valeur efficace U_1 en une tension alternative de même fréquence mais de valeur efficace U_2 différente
Appl :Abaisser ou élever la tension … ou bien , étant donné que le primaire et le secondaire ne sont pas reliés électriquement , éliminer la mise à la masse (transformateur d'isolement avec $U_1 = U_2$).

Si le couplage magnétique est parfait, les lignes de champ ne sortent pas du circuit magnétique et le flux Φ est alors commun aux 2 bobines , donc :
(attention bien regarder comment se fait l'enroulement des bobines et la convention d'orientation des courants)



Soit Φ le flux de $\vec{B}$ à travers une spire (c'est le même que cette spire appartienne au I^aire ou au II^aire)

A travers le I^aire : $\Phi_1 = N_1 \Phi$; $e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$

A travers le II^aire : $\Phi_2 = N_2 \Phi$; $e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$ d'où $\frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1}$

Comme ici $u_1 = -e_1$ et $u_2 = +e_2$, alors $\frac{u_2}{u_1} = -\frac{N_2}{N_1}$ dc aussi , en valeurs efficaces **:** $\boldsymbol{\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}}$