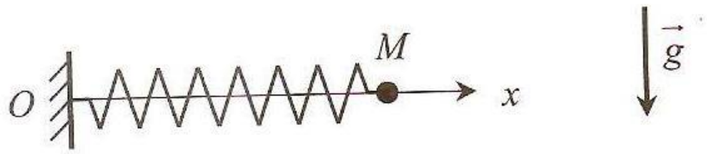
PTSI DS de Physique Chimie n°1 25/10/15 -4h

Calculatrice autorisée ; téléphone portable interdit.

EX I A. Un ressort de raideur k=200 N .m^{-1} et longueur à vide l_0 =30cm disposé à l'horizontale oscille avec une amplitude X_m ; une masse de valeur M=300 g y est accrochée . Il n'y a pas de frottements.



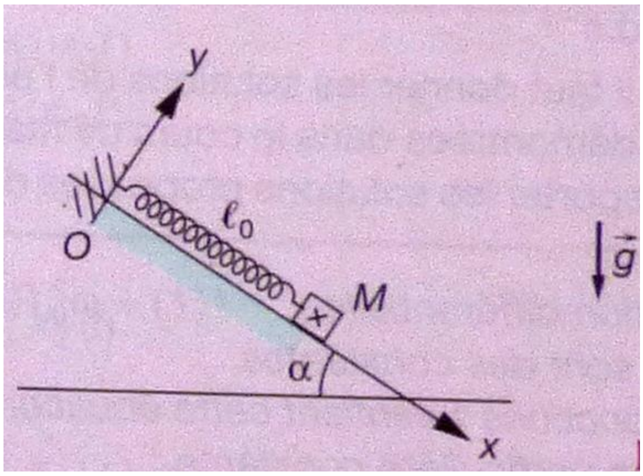
1)Etablir l'équation différentielle du mouvement (méthode au choix)
2)La résoudre et exprimer numériquement x(t) sachant qu' à t=0 , le ressort est comprimé d'un longueur a =10,0cm puis abandonné sans vitesse initiale. Tracer l'allure de $x(t)- l_0$
3)Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur ; préciser à quels instants son énergie cinétique est maximale , minimale (justifier) ; même question pour son énergie potentielle .
4)Calculer la vitesse max de la masse ,le temps qu'elle met à l'atteindre la première fois , et son énergie mécanique.
5)Tracer le portrait de phase de l'oscillateur (préciser certaines valeurs numériques caractéristiques sur les axes , et le sens de parcours)
6)L'origine des temps est à présent décalée (l'instant de mise en mouvement de l'oscillateur ne correspond plus à t=0) ; les oscillations ont une amplitude de 10,0cm.
M franchit le point d'équilibre dans le sens des x croissants à l'instant t_1= 0,10 s .
a)Déterminer x(t) numériquement. (préciser en particulier la phase à l'origine) Tracer l'allure de $x(t)- l_0$

b) A quels instants le ressort atteint-il ses longueurs mimimale et maximale ?
c)Déterminer à t= 0 la force exercée par le ressort ainsi que son allongement

B. Un diapason vibre à la fréquence du La_4 soit $f = 440\ Hz$. On mesure sur une photo l'amplitude du mouvement de l'extrémité des branches : $A = 0,5\ mm$.
Quelle est la vitesse maximale de l'extrémité du diapason? Quelle est l'accélération maximale de ce point?

EXII

Un masse m est attachée à un ressort (de paramètres k et l_0) disposé sur un plan incliné .Elle peut glisser sans frottements



1)Obtenir l'équation différentielle du mouvement en x (méthode au choix). Déterminer $x_{éq}$ à l'équilibre du système.
2) Faire un changement de variable judicieux puis résoudre l'équation sachant que le ressort est étiré de a (a>0) à partir de sa position d'équilibre à t=0 et abandonné ainsi sans vitesse initiale.
3)Exprimer les énergies de l'oscillateur en fonction du temps.(mécanique , cinétique et potentielle)

EXIII En océanographie, les ondes de surface se matérialisent par une déformation de l'interface entre l'océan et l'atmosphère. Les particules d'eau mises en mouvement au passage d'une onde se déplacent avec un petit mouvement qui leur est propre, mais restent en moyenne à la même position.
La houle est formée par le vent: c'est un phénomène périodique, se présentant sous l'aspect de vagues parallèles avec une longueur d'onde λ de l'ordre de 100 m au large, où la profondeur moyenne de l'océan est d'environ 4000 m.
On peut classer les ondes de surface, en fonction de leurs caractéristiques et de celles du milieu de propagation, en "ondes courtes" et en "ondes longues".

- Ondes courtes: lorsque la longueur d'onde λ est faible par rapport à la profondeur locale h de l'océan (au moins $\lambda < 0,5.h$).

Leur célérité v est définie par : v = $\sqrt{\frac{g.\lambda}{2\pi}}$.

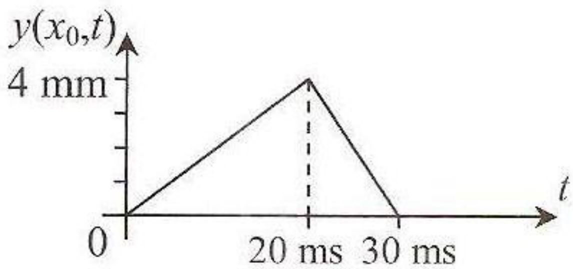
- Ondes longues: lorsque la longueur d'onde λ est très grande par rapport à la profondeur h de l'océan ($\lambda > 10.h$), les ondes sont appelées ondes longues.

Leur célérité v est définie par: v = $\sqrt{g.h}$.

1. Au large (avec h_1 = 4000 m), la houle est-elle classée en ondes courtes ou longues?
Évaluer la célérité v_1 d'une houle de longueur d'onde λ_1 = 80 m, ainsi que la période T .
2. En arrivant près d'une côte sablonneuse (profondeur d'eau h_2 = 3,0 m), la longueur d'onde de la houle devient grande par rapport à la profondeur (ondes longues). Sachant que T ne varie pas, évaluer alors sa nouvelle célérité v_2, ainsi que λ_2.

EXIV

Soit le signal de déformation le long d'une corde élastique , selon l'axe Ox se propageant dans le sens des x croissants à partir du point d'abscisse 0 à une célérité c= 50m.s^{-1} .L'élongation y en x_0 =0 au cours du temps est donnée ci-contre .



1)Donner le graphe y (x_1 , t) pour x_1 = 1,0 m
2)Donner l'aspect de la corde à la date t_1 = 20 ms
3)Même question à la date t_2 = 40 ms puis t_3 = 60 ms

EXV

1) Une onde sonore est une onde mécanique longitudinale. Justifier cette affirmation.
2) La célérité du son dans l'air vérifie une loi du type $v = k\, P^{\alpha}\rho^{\beta}$ où P est la pression du gaz au repos et ρ la masse volumique. Déterminer α et β par homogénéité. Si l'air est assimilé à un gaz parfait d'équation d'état $PV = nRT$, montrer que la célérité devient $v = k\sqrt{\frac{RT}{M}}$ et nommer les grandeurs *R, T* et *M.*

On donne pour l'air $k = \sqrt{\gamma}$ (γ est un coefficient lié à l'atomicité du gaz).

3) À 293 K, calculer la célérité du son dans l'air connaissant M_{air} = 29,0 $g.mol^{-1}$, γ_{air} = 1,40 et R = 8,314$J.K^{-1}.mol^{-1}$.

4) Une expérience (à 293 K) de détermination de la célérité du son consiste à produire un claquement en S et à enregistrer les tensions délivrées par deux microphones M_A et M_B (S, M_A, M_B alignés et M_A, M_B distants de 1,50 m) sur un oscilloscope.

On constate un décalage temporel τ = 4,38 ms. Calculer la célérité du son dans l'air. Pour la suite, on gardera cette valeur.

5) Un haut-parleur émet en S dans l'air environnant à $20^{\circ}C$ une onde sonore périodique sinusoïdale de fréquence f. On place un microphone M à une distance $d = SM = 2{,}0\ m$.

Pour quelles valeurs de la fréquence, les vibrations du haut-parleur et du microphone sont-elles en phase? en opposition de phase?

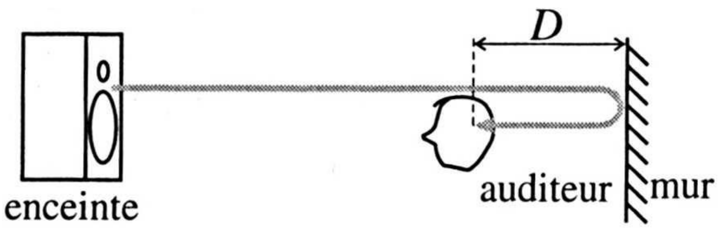
6) Si la fréquence est fixée à 500 Hz, préciser ce que l'on voit à l'oscilloscope (voie Y_1, sur tension haut-parleur et voie Y_2 sur tension microphone).

Comment peut-on mesurer le déphasage ϕ entre les deux signaux visualisés?

De combien doit-on déplacer au minimum le microphone pour pouvoir superposer les deux courbes?

EXVI . Ecoute musicale et interférences

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaine hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. On dit qu'il faut absolument éviter la configuration représentée sur la figure : présence d'un mur à distance D, trop courte derrière l'auditeur.



Comme représenté sur la figure, l'onde issue de l'enceinte se réfléchit sur le mur.

On note $v = 342\ m.s^{-1}$ la célérité du son dans l'air.

La réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage pour la surpression acoustique, grandeur à laquelle l'oreille est sensible.

1) Exprimer le décalage temporel τ qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditeur : onde arrivant directement et onde réfléchie.

2) En déduire le déphasage $\Delta\phi$ de ces deux ondes supposées sinusoïdales de fréquence f. 3) Expliquer pourquoi il y a un risque d'atténuation de l'amplitude de l'onde pour certaines fréquences. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier p. Quelle condition devrait vérifier D pour que la fréquence la plus basse ne soit dans le domaine audible? Même question pour p quelconque .Commenter.

4) Expliquer qualitativement pourquoi on évite l'effet nuisible si l'auditeur se rapproche de l'enceinte (et donc s'éloigne aussi du mur).

Correction du DS1

EXI :

A.1) voir cours

(Schéma avec les 3 forces et $\vec{\imath}$ vecteur unitaire de l'axe des x orienté dans le sens des x croissants)

On a $\vec{F} = -k\,(l-l_0)\,\vec{\imath} = -k(x-l_0)\,\vec{\imath}$

Conduisant à ….$\mathbf{M\,\ddot{x} + kx = k\,l_0}$ soit encore $\ddot{X} + \omega_0^2 X = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{k}{M}$ et $X = x - l_0$

Autre méthode : écrire que E_m est constante (pas de frottements) càd $\dot{E_m} = 0$ (voir cours aussi)

2) On sait que les solutions X(t) de cette équa diff sont du type $X(t) = X_m \cos(\omega_0 .t+\phi)$.(on peut aussi les écrire sous la forme $X(t) = A.\cos(\omega_0 .t) + B \sin(\omega_0 .t)$)

Avec $X(t) = X_m \cos(\omega_0 .t+\phi)$, on trouve X_m et ϕ à partir de la double C.I. :

A $t=0$ $X(0) = \mathbf{-a}$ = par ailleurs à $X_m \cos\phi$ (1) (le ressort est comprimé …)

$\dot{X}(0) = 0$ = par ailleurs à $- X_m\, \omega_0 \sin\phi$ (2) puisque $\dot{x}(t) = - X_m\, \omega_0 \sin(\omega_0 .t+\phi)$

(2) donne $\sin\phi = 0$ soit $\phi = 0$ ou π (1) donne $\cos\phi = 1$ pour $\phi = 0$ et $\cos\phi = - 1$ pour $\phi = \pi$; comme ici $-a = -0{,}10$ m < 0 , et que X_m est biensûr une grandeur positive , on a $\cos\phi = -1$ et donc $\phi = \pi$ et $X_m = a$.

D'où finalement $\underline{X(t) = a \cos(\omega_0 .t + \pi) = -a\cos(\omega_0 .t) = - 0{,}10 \cos(26t)}$ en unités SI

Ou encore $\underline{\mathbf{x(t) = a \cos(\omega_0 .t + \pi) + l_0 = -a\cos(\omega_0 .t) + l_0 = - 0{,}10 \cos(26t)+0{,}30}}$

En effet $\omega_0 = \sqrt{\frac{200}{0.300}}$ =26 rad /s ; T_0 =0,24s

Tracé de $x(t)-l_0$ ………..

[avec l'autre expression : $X(t) = A.\cos(\omega_0 .t) + B\sin(\omega_0 .t)$, les CI se traduisent par :
$X(0) = -a = A.1 + 0$ dc $A = -a$ et $0 = -A\,\omega_0 .\sin 0 + B\,\omega_0 \cos 0$ dc $0 = B\,\omega_0$ dc $B=0$ dc finalement ,
$\underline{X(t) = -a \cos\omega_0 .t = ….}$ C'est encore plus rapide …]

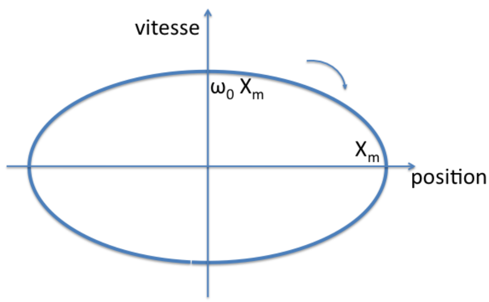
3)$E_m = 1/2\, k\, X_m^2 = 1{,}0$J

E_c max qd v est max ou min puisque $E_c = 1/2\, mv^2$, v étant la vitesse càd $v=\dot{x}$ or v est en quadrature par rapport à x (avance) dc E_c max qd $x = 0$ soit à $t=(2n+1)T_0/4$ (n entier éventuellmt nul et T_0 la période) dc annulation ttes les $T_0/2$. E_p est alors minimale.

E_p max qd X est max ou min puisque $E_p = 1/2\, kX^2$ soit à $t=nT_0/2$ (n entier éventuellmt nul). dc annulation ttes les $T_0/2$. E_c est alors minimale.

En effet E_c et E_p sont en opposition de phase.

Les relations sont …. $E_c = 1/2\, m\, (a\, \underline{\omega_0 .\sin(\omega_0 .t)})^2$ et $E_p = 1/2\, k\, (a\, \underline{\cos(\omega_0 .t)})^2$



4) $V_m = \omega_0 X_m = \mathbf{2{,}6 m/s}$ le tps correspondant est $T_0/4 = 0$**,060s**

$E_m = 1/2\, k\, X_m^2 = \mathbf{1{,}0J}$

5) X_m =0,10m et $\omega_0 X_m$ = 2,6m/s

6) Hyp : a) $X(t_1) = 0$ et $\dot{x}(t_1) > 0$ et $x(t) = X_m \cos(\omega_0 .t+ \phi) + l_0$; soit $X(t_1) = X_m \cos(\omega_0 t_1 + \phi) = 0$; $\dot{x}(t_1) = - \omega_0 X_m \sin(\omega_0 t_1 + \phi) > 0$

$\omega_0 t_1 + \phi = \pm\pi/2$ et $- \pi < \omega_0 t_1 + \phi < 0$ pour $t_1 = 0{,}10$ s soit , avec ω_0 =26 rad /s , $\omega_0 t_1 + \phi = -\pi/2$,et donc $\phi = -4{,}2$ rad

donc $\mathbf{x(t) = 0{,}1 \cos(26t-4{,}2) + 0{,}30}$ (en m)

b) A $t=0$, $\omega_0 t + \phi = -4{,}2$ rad , puis on obtient successivement par ordre chronologique x mini pour $\omega_0 t + \phi = -\pi$ soit $t = 0{,}041$s et x maxi pour $\omega_0 t + \phi = 0$ soit $t = 0{,}16$s et ainsi de suite toutes les périodes

c) $t= 0$ donne $x=-4.9$ cm d'où $F = k|x|$ = **9,8 N**

B. En dérivant une fois puis une deuxième , l'équation horaire de x , on obtient $\dot{x}$ puis $\ddot{x}$ d'où V_m , l'amplitude de la vitesse $\mathbf{V_m} = 2\pi f_0 X_m = \mathbf{1{,}4 m/s}$ et a_m l'amplitude de l'accélération $\mathbf{a_m} = (2\pi f_0)^2 X_m$ = $\mathbf{3{,}8 .10^3\ m / s^2}$

EXII:

1)*(Schéma avec les 3 forces et $\vec{\imath}$ vecteur unitaire de l'axe des x orienté dans le sens des x croissants)*

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\, \vec{a}$ (1) où $\vec{P}$ est le poids de la masse M ; $\vec{R}$ est la réaction du support (normale puisque sans frottements) ; $\vec{F}$ la force de rappel exercée par le ressort sur M

$\vec{F} = -k(x- l_0)\, \vec{\imath}$

Par projection sur) $\vec{\imath}$: $+mg\sin\alpha + 0 - k(x- l_0) = m\,\ddot{x}$ soit $\mathbf{m\,\ddot{x} + kx = mg\sin\alpha + kl_0}$

[Par la méthode énergétique : $\dot{E_m} = 0$ or $E_m = \frac{1}{2} kX^2 + E_{pe} + \frac{1}{2} m\,\dot{x}^2$ avec $X= x- l_0$ et $E_{pe} = mgz + K$; z étant la verticale ascendante or ici $z=-x\sin\alpha + K'$ donc $E_m = \frac{1}{2} kX^2 - mgx\sin\alpha + K'' + \frac{1}{2} m\,\dot{x}^2$

$\dot{E_m} = \frac{1}{2}(k\, 2X\, \dot{X} + m 2\dot{x}\,\ddot{x}) - mg\dot{x}\sin\alpha = \dot{x}\,(kX + m\,\ddot{x} - mg\sin\alpha) = 0$ donc $kX + m\,\ddot{x} - mg\sin\alpha = 0$ car on a $\dot{x} = \dot{X}$, et , avec $X= x- l_0$, $\mathbf{m\,\ddot{x} + kx = mg\sin\alpha + kl_0}$]

A l'équilibre on fait $x = x_{éq}$ et $\ddot{x} = 0$ donc $k\,x_{éq} = mg\sin\alpha + kl_0$ donc $\mathbf{x_{éq}} = \frac{\mathbf{mg\sin\alpha + kl0}}{\boldsymbol{k}}$

2) on a donc $m\,\ddot{x} + kx = k\,x_{éq}$ dc en posant $U = x - x_{éq}$ (à ne pas confondre avec X) l'équation différentielle prend la forme simple : $\mathbf{m\,\ddot{U} + kU = 0}$

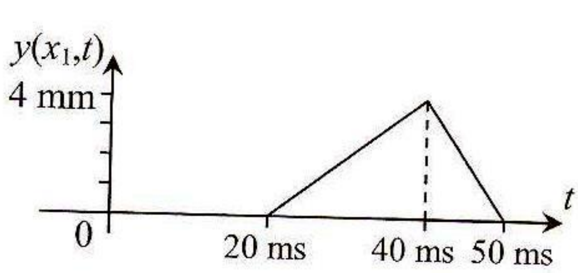
Résolution : avec l' expression : $U(t) = A.\cos(\omega_0 .t) + B\sin(\omega_0 .t)$, les CI se traduisent par :
$U(0) = a = A.1 + 0$ dc $A = a$ et $0 = -A\,\omega_0.\sin 0 + B\,\omega_0 \cos 0$ dc $0 = B\,\omega_0$ dc $B=0$ dc finalement ,
$U(t) = a\cos(\omega_0 .t)$ soit $\mathbf{x(t) = a\cos(\omega_0 .t) + x_{éq}}$

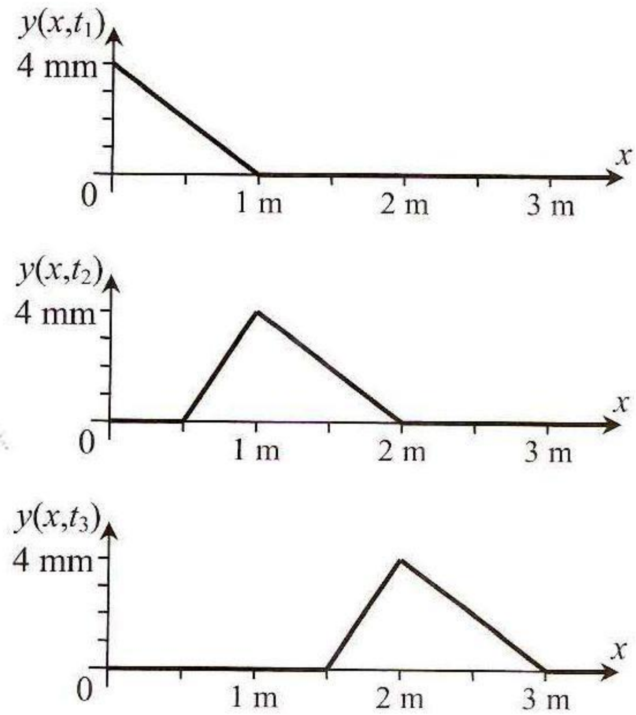
3)$E_c = \frac{1}{2}\ m\,(a\,\underline{\omega_0 .\sin(\omega_0 .t)})^2$; $E_p = \frac{1}{2}\,k\,(a\,\underline{\cos(\omega_0 .t)} + x_{éq})^2 - mgx\sin\alpha + K''$, la constante K'' dépendant du choix du zéro de E_{pp} ; enfin $E_m = E_c + E_p$

EXIII

(g=intensité de la pesanteur = 9,81m/s²=9,81N/kg)
1)Ondes courtes car $\lambda << h$ (profondeur) , on trouve $v_1 = 11{,}2$m/s et T=7,2s
2)Ondes longues $v_2 = 5{,}4$m/s (elle ne dépend plus de λ donc de T) ; $\lambda_2 = v_2\,T = 39$m

EXIV





1)En x_1 , l'onde parvient avec un retard $\tau = \frac{x1}{c}$ $= 2.10^{-3}$ s=20ms d'où le graphe , translaté vers les t croissants de 20ms par rapport à y(0,t)
2)A 20ms , le pic du signal est en O , la vitesse est de 1,0m toutes les 20ms d'où le graphe $y(x,t_1)$

EX V (k est une constante sans dimension , aucun rapport avec une raideur de ressort …)
1)Prenons l'ex de la propagation dans un gaz : les tranches de gaz sont comprimées , dilatées lors de la propagation du signal sonore (analogie avec les spires d'un ressort) dc c'est une onde longitudinale.
2) P = force /surface dc $[P] = MLT^{-2}/L^2 = ML^{-1}T^{-2}$
La relation donne $[v] = [P]^{\alpha}\,[\rho]^{\beta}$ mais ρ=masse /volume dc $[\rho] = M\,L^{-3}$ dc
$LT^{-1} = (ML^{-1}T^{-2})^{\alpha}\ (M\,L^{-3})^{\beta} = M^{\alpha+\beta}\ L^{-\alpha-3\beta}\,T^{-2\alpha}$ dc $\alpha + \beta = 0$; $-\alpha - 3\beta = 1$ et $-2\alpha = -1$ dc $\boldsymbol{\alpha = \frac{1}{2} = -\beta}$ **soit**
$\mathbf{v = k\sqrt{\frac{P}{\rho}}}$ **(1) ;** PV=nRT avec n le nb de moles de gaz , R la constante de gaz parfaits devient
$P = \frac{n}{V}RT = \frac{m/M}{V}RT$, m étant la masse de gaz et M sa masse molaire moléculaire , soit $P = \frac{\rho}{M}RT$ (comme $\rho = \frac{m}{V}$)
dc **(1)** devient $\mathbf{v = k\sqrt{\frac{RT}{M}}}$ **cqfd**
3)v=**343m/s** (convertir M_{air} en kg / mol !)
4) soit $d = M_AM_B$; $c = \frac{d}{\tau}$ = **342 m/s**
5) le déphasage entre M et S est $\Delta\Phi = 2\pi\frac{d}{\lambda}$; les vibrations sont en phase en M et S ssi $\Delta\Phi = p2\pi$ avec p entier relatif soit $2\pi\frac{d}{\lambda} = p2\pi$ soit encore $\mathbf{d = p\,\lambda}$ (admis sans démonstration : la distance qui les sépare est un multiple de λ) soit $d = p\,\frac{c}{f}$ soit $\mathbf{f = p\frac{c}{d} = p.171}$ (en Hz) dc 171 Hz , 342 Hz etc ….
En opposition de phase : $\Delta\Phi = p2\pi + \pi$ avec p éventuellmt nul ,soit … $\mathbf{f = (p+\frac{1}{2})\ \frac{c}{d} = (p+\frac{1}{2}).171}$ (en Hz) dc 86 Hz , 257Hz ,428Hz etc ….
6) les 2 courbes sont déphasées de 5,85 π = -0,15 π =-27° (avec $\Delta\Phi = 2\pi\frac{d}{\lambda}$ et $\lambda = \frac{c}{f}$)

A 6π , les courbes redeviennent en phase , donc d=3 λ =2,05m donc il faut éloigner le micro de 5cm de la source.
Sur les courbes $\Delta\Phi$ (noté ici Φ) se mesure par $\Delta\Phi = 2\pi\frac{\Delta t}{T}$, Δt étant le retard d'une courbe par rapport à l'autre.

EXVI Soit L la distance entre les enceintes et le mur. L'onde incidente a parcouru une distance $L-D$ lorsqu'elle arrive au niveau de l'auditeur. La réflexion sur le mur de l'onde de surpression acoustique ne s'accompagnant d'aucun déphasage, l'onde réfléchie lorsqu'elle arrive au niveau de l'auditeur correspond à une onde émise par l'enceinte qui a parcouru une distance $L + D$. On en déduit le décalage temporel entre les deux ondes

$$\tau = \frac{L+D}{v} - \frac{L-D}{v} = \frac{2D}{v}$$

2) Les ondes arrivent donc avec un déphasage

$$\Delta\phi = 2\pi\frac{\tau}{T} = \omega\tau = 2\pi.f.\frac{2D}{v} = \frac{4\pi.f D}{v}$$

3) il y a atténuation lorsqu'il y a interférence destructive, soit lorsque :

$\Delta\phi = \pi\ [2\pi] \quad \Rightarrow \qquad 2\pi.f.\frac{2D}{v} = \pi + p2\pi \Rightarrow f = \frac{v}{2D}(\frac{1}{2} + p)$ avec : $p \in \mathbb{N}$ soit 2D= (λ/2).(2p+1) soit encore

D= (λ/4).(2p+1)

Si ces fréquences sont dans le domaine audible $[f_{min}, f_{max}] = [20\ Hz, 20\ kHz]$:

$$f_{min} < f < f_{max} \quad \Leftrightarrow \quad f_{min} < \frac{v}{4D}(1+2p) < f_{max} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{v}{f_{min}}\frac{1+2p}{4} > D > \frac{v}{f_{max}}\frac{1+2p}{4}$$

Si la fréquence minimale d'interférence destructive ($p = 0$) est dans le domaine audible alors on a environ

4 m > D > 4 mm

Pour qu'aucune fréquence d'interférences destructives soit dans le domaine audible, il faut D >4m ou D<4mm ; ces conditions sont rarement réalisées ou impossible à réaliser.
4)Du fait de l'éloignement du mur ,l'onde réfléchie parcourt une distance plus grande et l'onde incidente une distance plus courte or, l'amplitude de l'onde reçue diminue avec la distance (soit par amortissement si l'onde est plane soit parceque l'onde n'est pas plane tout simplement) .De ce fait , la part de l'onde réfléchie devient moindre et l'on évite le phénomène d'interférence.