PTSI **DS6 de Sciences physiques** du 29/04/2016 -4H –sans calculatrice.

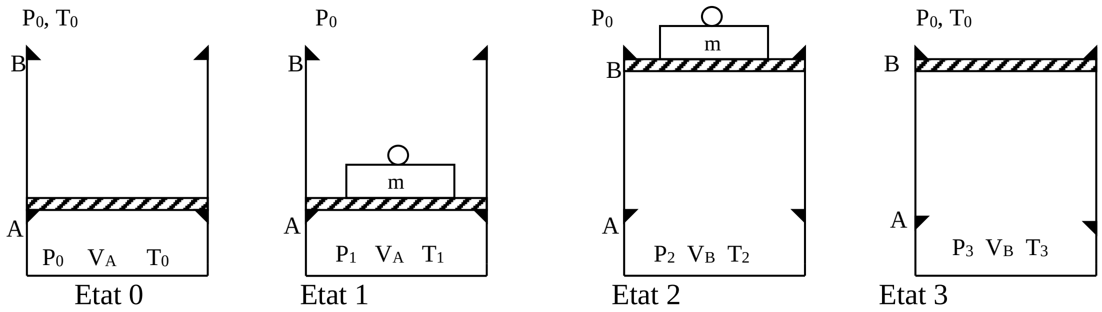
EX1 :Cycle moteur théorique et peu performant.(18pts)

Données numériques : $V_B = 1$ L, $V_A = 330$ mL, $T_0 = 300$ K, $P_0 = 1$ bar, $m = 10$ kg,
$S = 100$ cm². $g = 10$ N.kg^{-1}. $\gamma = 1{,}4$. La constante des gaz parfaits est : $R = 8$ J.K^{-1}.mol^{-1}.
Les capacités thermiques du gaz seront supposées indépendantes de la température.

On rappelle que : $R = C_{pm}-C_{vm}$ et $\gamma = \dfrac{C_{pm}}{C_{vm}}$ avec : C_{pm} et C_{vm} : capacités thermiques molaires, respectivement à pression et à volume constants du gaz.

Pour les applications numériques ,on donne $\frac{3{,}3}{0{,}4} \sim 8{,}2$; $8{,}2.\frac{1{,}4.6{,}7}{3} \sim 26$

Les différentes transformations seront supposées quasistatiques.
On imagine un cylindre aux parois diathermanes (perméables à la chaleur), fermé par un piston.
Le piston, de masse négligeable, peut glisser sans frottement entre 2 cales A et B, sa section est S.
Dans l'état initial, le piston est en A, le cylindre renferme un volume V_A d'air supposé gaz parfait, de coefficient γ, à la température de l'extérieur : T_0, pression P_0, (gaz dans l'état 0 : P_0,V_A,T_0)



On place une masse m sur le piston et on chauffe très doucement le gaz par un moyen approprié, non représenté sur le schéma, jusqu'à ce que le piston décolle juste de la cale A
(gaz dans l'état1 : P_1, V_A, T_1).

Puis, on maintient le chauffage jusqu'à ce que le piston arrive juste en B
(gaz dans l'état 2 : P_2,V_B,T_2), le chauffage est alors arrêté.

On ôte m et on laisse refroidir l'ensemble jusqu'à ce que le piston décolle juste de B
(gaz dans l'état 3 : P_3, V_B, T_3).

On laisse toujours refroidir jusqu'à la température T_0, alors, le piston revient en A
(gaz dans l'état 0), le cycle est terminé.

1)Exprimer les capacités thermiques à pression et à volume constants Cp et Cv du gaz en fonction de n (quantité de matière de gaz enfermé), R, γ, puis en fonction de P_0, V_A, T_0, γ.

2)Quelle est la nature de la transformation de 0 à 1 subie par le gaz ?

3)Exprimer la pression P_1 et la température T_1 en fonction de P_0, T_0, m, g, S. Faire l'application numérique.

4)Exprimer la quantité de chaleur (transfert thermique) Q_0^1 reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction de C_v ou C_p, T_1, T_0 puis P_0, T_1, T_0, V_A, γ. Faire l'application numérique.

5)Quelle est la nature de la transformation 1 à 2 subie par le gaz ?

6)Exprimer la température T_2 en fonction de T_1, V_A, V_B. Faire l'application numérique.

7)Tracer l'allure du diagramme de Watt d'un cycle

8)Exprimer la quantité de chaleur (transfert thermique) Q_1^2 reçue par le gaz au cours de la transformation 1-2 en fonction de C_v ou C_p, T_1, T_2 puis P_0, T_0, T_1, T_2, V_A, γ. Faire l'application numérique.

9)Quelles sont les natures des transformations 2 à 3 et 3 à 0 subies par le gaz ? Calculer T_3.

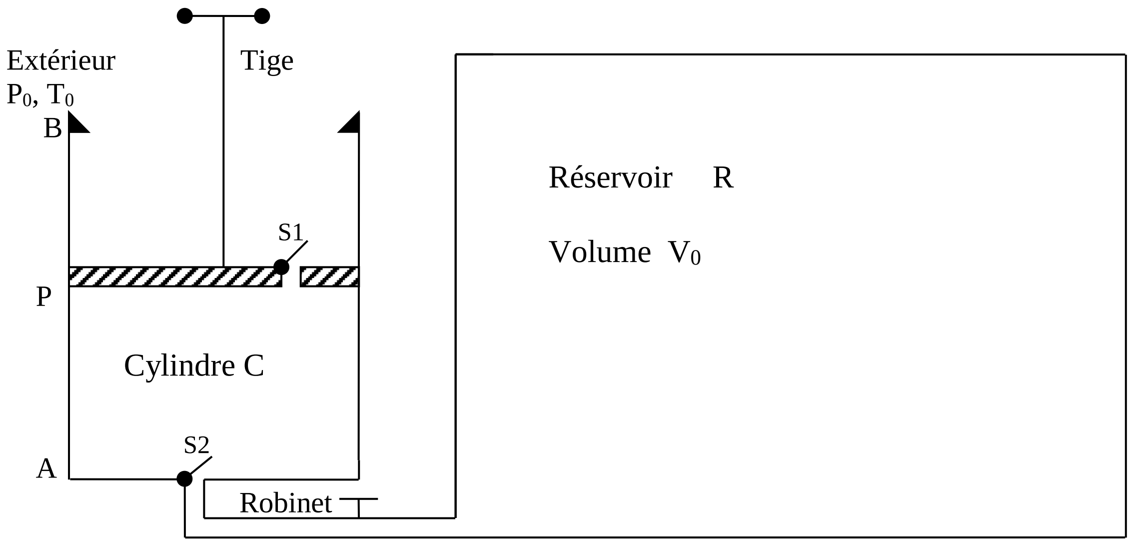
10)Exprimer W reçu par le système au cours d'un cycle. En déduire $|W|$ échangé par ce « moteur » avec l'extérieur, au cours du cycle, en fonction de m, g, V_A, V_B, S. Faire l'application numérique.

11)Exprimer le rendement de ce « moteur » rapport de $|W|$ sur le transfert thermique reçu lors des phases de réchauffement du gaz . Faire l'application numérique.

12)Comparer au rendement maximal d'un moteur fonctionnant selon un cycle de Carnot entre les températures T_0 et T_2 (il vaut $1-\frac{T_0}{T_2}$).

EX2 :Pompe à vide.(9pts)

Le schéma suivant, représente, en coupe, un réservoir R, un cylindre C (leurs parois sont diathermanes, c'est-à-dire perméables à la chaleur) et un piston P dont la course est limitée par le fond A et la cale B.
Quand le piston est en A, le volume du cylindre limité par le piston est V_A, quand il est en B : V_B.
Le système est de plus, muni de deux soupapes : S_1 permettant le passage du gaz uniquement de C vers l'extérieur et S_2 uniquement de R vers C, et ce, dès que la différence de pression entre les parties inférieure et supérieure de la soupape est positive.
Le cylindre est relié, par un tube de volume négligeable devant les autres volumes du système, au réservoir R de volume V_0, très supérieur à V_B, contenant de l'air, supposé gaz parfait, dans lequel on souhaite «faire le vide ».



1) Dans l'état initial, le piston est en B, le cylindre et le réservoir contiennent de l'air à la pression atmosphérique P_0 et à la température T_0. On pousse le piston jusqu'en A exactement contre le fond (on considère qu'ici $V_A = 0$) et on le ramène en B assez lentement pour que la température reste T_0. Expliquer les différents transferts de gaz au cours de cet aller-retour. Montrer que la pression P_1 dans R quand le piston revient en B est : $P_1 = P_0 \frac{V_0}{V_0 + V_B}$

2)Si les transferts de gaz s'effectuent encore de la même façon, exprimer littéralement la pression P_2 après un deuxième aller-retour du piston.

3)Donner, dans ce cas, la forme générale de P_n après le nième aller-retour. Quelle est la limite de P_n quand $n \to \infty$?

4)*En réalité, quand le piston est en A, le volume V_A entre le piston et le fond n'est pas nul. La limite théorique précédente ne peut pas être atteinte. Pourquoi ? Déterminer la véritable limite théorique de cette pompe à vide. Pourquoi appelle-t-on V_A le « volume nuisible »?

5)*Quel est, en supposant disposer d'une pompe idéale ($V_A = 0$), le travail reçu par le gaz au cours du n-ième cycle (càd n-ième descente –montée du piston) , en déduire l'expression du travail total reçu càd le travail théorique minimum nécessaire pour faire le vide parfait dans R ?

<u>EX3 :</u>**<u>Concevoir une expérience.(12pts)</u>**

1) (6pts)On se propose de déterminer <u>l'enthalpie massique de liquéfaction</u> de l'eau à 0°C
   Vous disposez de : calorimètre supposé parfaitement isolé de valeur en eau connue (μ) + agitateur+ sonde de température, glaçon sortant du congélateur de température connue *ou* glaçon en équilibre thermique avec son eau de fonte dans un cristallisoir , eau liquide ,papier absorbant , balance .

   Préciser le mode opératoire que vous adopteriez puis indiquer le calcul permettant , à partir des grandeurs mesurées, de déterminer la grandeur cherchée. Vous pourrez vous appuyer sur la courbe donnant la température du mélange en fonction du temps.

   Les grandeurs suivantes seront supposées connues : chaleur massique de l'eau solide c_S , chaleur massique de l'eau liquide c_L ,valeur en eau μ .

2) (6pts) On se propose de déterminer <u>l'enthalpie massique de vaporisation</u> (ou chaleur latente) de l'eau à 100°C
   Vous disposez de : calorimètre supposé parfaitement isolé de valeur en eau connue (μ) + agitateur+ sonde de température, résistance chauffante de valeur connue , eau liquide, générateur ,fils , ampèremètre , balance .

   Préciser le mode opératoire que vous adopteriez puis indiquer le calcul permettant , à partir des grandeurs mesurées, de déterminer la grandeur cherchée. Vous pourrez vous appuyer sur la courbe donnant la température du mélange en fonction du temps.

   Les grandeurs suivantes seront supposées connues : chaleur massique de l'eau vapeur c_V , chaleur massique de l'eau liquide c_L ,valeur en eau μ .

<u>EX4</u> (12pts)A.Un récipient initialement vide de volume V est plongé dans un thermostat à 100°C

1) On introduit m=1,8g d'eau liquide dans le récipient ;calculer le volume minimal V_{min} pour que toute l'eau soit sous forme vapeur
2) Vérifier par un calcul simple ,la valeur de v_v qui est fournie ;commenter aussi la valeur de v_L.
3) On prend V=1L , exprimer la fraction massique en vapeur x_v de manière exacte puis la calculer de manière approchée en considérant $v_v >> v_L$.
4) On chauffe le mélange de sorte que le mélange s'enrichit en vapeur , tout en restant à 100°C , soit x'_v le nouveau titre massique en vapeur ;exprimer Q le transfert thermique qui a été absorbé par le mélange .

Données : M (eau)=18g/mol ; R = 8,3 J.K^{-1}.mol^{-1}. Pression de vapeur saturante à 100°C : P_S=1,0 bar ; volumes massiques respectivement de l'eau liquide et eau vapeur à cette température : v_l =1,0 .10^{-3} m^3 /kg et v_v =1,7 . m^3 /kg ; on notera $L_{vap,100}$ l'enthalpie de vaporisation à cette température ;

8,3.3,7~ 30 ; $\frac{1}{1,8.1,7}$~0,33

B.On mélange dans un calorimètre considéré sans fuite thermique et de valeur en eau nulle 100g d'eau liquide à +10°C et 500g de glace à -10°C sous pression de 1 bar. Déterminer la composition de l'état final d'équilibre.

Données : chaleur massique de l'eau liquide et de l'eau solide respectivement (à 273K) :c_L=4kJ/K/kg et c_S=2kJ/K/kg ; chaleur latente de fusion de l'eau sous 1bar L_{fus} =300kJ/kg.

EX5 (12pts) Une station spatiale est sur une orbite circulaire autour de la Terre. Son mouvement est étudié dans le référentiel géocentrique *K*, d'origine *O* considéré comme galiléen. La station est, assimilée à un point S de masse M_S , repéré par le rayon vecteur $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{OS}$.

1) Énoncer le principe d'inertie en rappelant la définition d'un référentiel galiléen. Définir le référentiel géocentrique.
Sur quelle échelle de temps ce référentiel peut-il être considéré comme approximativement galiléen ?

2) Définir le moment cinétique $\vec{L}$ de la station S par rapport à l'origine *O* du référentiel. Montrer que ce vecteur forme une constante du mouvement.

3) Déduire que le mouvement du satellite s'effectue dans un plan que l'on définira à partir de $\vec{L}$.

4) Montrer d'autre part, que le mouvement circulaire du satellite s'effectue avec un vecteur vitesse angulaire $\vec{\omega}$ constant et dirigé suivant $\vec{L}$.

5) Exprimer ω en fonction de la masse de la Terre, M_T , de la constante de gravitation universelle, *G* et du rayon R , puis en fonction de l'accélération de la pesanteur à la surface du globe $g_0 = 9{,}8\,\text{m.s}^{-2}$, de R_T, rayon terrestre moyen, et de R.

6) La station spatiale internationale en construction depuis 1998 est située à une altitude h d'environ 400 km. Exprimer sa période de rotation T en fonction de M_T ,G , R_T et h.

7) Expliquer pourquoi il règne dans la station spatiale un état d'apesanteur.

8) Exprimer l'énergie mécanique E_m du satellite en fonction de G,M_S ,M_T et R. Quelle relation simple existe entre son énergie cinétique E_c et son énergie potentielle E_p ?

EX1 DS6

1)

2) 36) $\boxed{C_p = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} = \frac{P_0V_A\gamma}{T_0(\gamma-1)}}$; $\boxed{C_v = \frac{nR}{\gamma-1} = \frac{P_0V_A}{T_0(\gamma-1)}}$.

3) 37) Le gaz parfait subit une transformation isochore quasi-statique entre 0 et 1.

38) Pour calculer P_1, on applique le principe fondamental de la statique au piston de masse négligeable. Bilan des forces (le vecteur $\vec{u}_z$ est orienté vers le haut) : poids de la masse $-mg\vec{u}_z$; $\vec{F}_{\text{atm}\to\text{piston}} = -P_0S\vec{u}_z$; $\vec{F}_{\text{gaz}\to\text{piston}} = P_1S\vec{u}_z$; on

4) obtient $\boxed{P_1 = P_0 + \frac{mg}{S}}$. AN : $\underline{P_1 = 1{,}1.10^5 \text{ bar}}$.
La loi des gaz parfaits permet d'obtenir, n et V_A étant constants, $\frac{P}{T} = \text{cste}$, donc $T_1 = \frac{P_1}{P_0}T_0$. On obtient donc :

5) $\boxed{T_1 = T_0\left(1 + \frac{mg}{P_0S}\right)}$. AN : $\underline{T_1 = 330 \text{ K}}$.

6)

39) Appliquons le premier principe au système $\{$gaz$\}$. La transformation étant isochore, le travail reçu par le gaz est

8) nul. On obtient $Q_0^1 = \Delta U = C_v\Delta T$. On a donc $\boxed{Q_0^1 = C_v(T_1 - T_0) = \frac{P_0V_A}{\gamma-1}\frac{T_1-T_0}{T_0}}$. AN : $\underline{Q_0^1 = 8{,}25 \text{ J}}$.

40) À chaque étape de la transformation $1 \to 2$, si on applique le principe fondamental de la statique au piston, on obtiendra le même résultat qu'à la question 38). Le gaz parfait subit donc une transformation isobare quasi-statique entre 1 et 2.

41) n et P étant constants, la loi des gaz parfaits permet d'écrire : $\frac{T}{V} = \text{cste}$. Donc $\boxed{T_2 = \frac{V_B}{V_A}T_1}$. AN : $\underline{T_2 = 1000 \text{ K}}$.

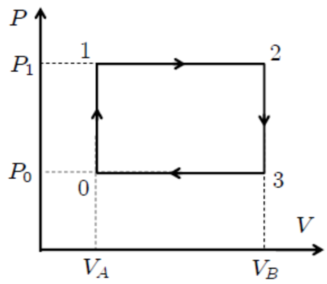
42) La transformation étant isobare et quasi-statique, $\delta W = -P\,\mathrm{d}V = -\mathrm{d}(PV)$, donc $W_1^2 = -\Delta(PV)$. Le premier principe appliqué au système $\{$gaz dans l'enceinte$\}$ devient donc $\Delta U + PV = Q_1^2$.
Donc $\boxed{Q_1^2 = C_p(T_2 - T_1) = \frac{P_0V_A\gamma}{\gamma-1}\frac{T_2-T_1}{T_0}}$. AN : $\underline{Q_1^2 = 260 \text{ J}}$.

9) 43) La transformation $2 \rightarrow 3$ est isochore et quasi-statique. La transformation $3 \rightarrow 0$ est isobare et quasi-statique.

10) 44) U étant une fonction d'état, le premier principe appliqué sur un cycle s'écrit : $\Delta U = 0 = W + Q_0^1 + Q_1^2 + Q_2^3 + Q_3^0$. Donc $W = -Q_0^1 - Q_1^2 - Q_2^3 - Q_3^0$.
La transformation $2 \rightarrow 3$ étant isochore et quasi-statique, on a $Q_2^3 = \frac{P_0 V_A}{\gamma - 1} \frac{T_3 - T_2}{T_0}$ avec $T_3 = \frac{P_3}{P_2} T_2 = \frac{P_0}{P_1} T_2$ (loi des gaz parfaits, avec $P_3 = P_0$ et $P_2 = P_1$).
La transformation $3 \rightarrow 0$ étant isobare et quasi-statique, $Q_3^0 = \frac{P_0 V_A \gamma}{\gamma - 1} \frac{T_0 - T_3}{T_0}$.
11) On obtient donc $W = \frac{P_0 V_A}{T_0} (T_1 + T_3 - T_0 - T_2) = P_0 V_A \left(\frac{P_1}{P_0} + \frac{V_B}{V_A} - 1 - \frac{V_B}{V_A} \frac{P_1}{P_0} \right)$. Donc $\boxed{W = \frac{mg}{S}(V_A - V_B)}$. AN :
7) $\underline{W = -6,7 \text{ J}}$.

45) $r = \dfrac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}}$. L'énergie coûteuse est celle apportée par chauffage, c'est-à-dire la chaleur apportée au cours des transformations $0 \rightarrow 1$ et $1 \rightarrow 2$. Donc $r = \frac{-W}{Q_0^1 + Q_1^2}$. AN : <u>r=2,5%</u>.

46)



10) 47) W est l'opposé de l'aire intérieure au cycle décrit dans le diagramme de Clapeyron : $W = (P_1 - P_0)(V_B - V_A) = \frac{mg}{S}(V_B - V_A)$. On retrouve bien le résultat de la question 44).

12)

48) Pour un moteur fonctionnant selon le cycle de Carnot, $\boxed{r_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_0}{T_2}}$. AN : $\underline{r = 70\%}$. Il est bien supérieur au rendement du moteur que nous venons d'étudier !