

EXI**ETUDE D'UN APPAREIL PHOTOGRAPHIQUE**

Les résultats des applications numériques seront présentés avec deux chiffres significatifs.

Partie A : Etude d'un téléobjectif

Un téléobjectif est un objectif de longue focale, c'est-à-dire un objectif dont la focale est supérieure à la diagonale de la pellicule pour un appareil photographique argentique ou de la matrice de cellules photosensibles dans le cas d'un appareil photographique numérique.

Ces objectifs permettent un cadrage serré des sujets photographiés grâce à un angle de champ étroit.

Dans les trois parties suivantes, largement indépendantes, le sujet photographié est constitué par la tour Eiffel culminant à une hauteur $h = 324$ m du sol et située à une distance $d = 2,0$ km du photographe.

Partie A1 : Objectif standard

On s'intéresse dans un premier temps à un objectif standard d'appareil photographique argentique constitué d'une lentille convergente unique de centre O et de focale $f = 50$ mm.

- Q1.** Quelle doit être la distance D entre la lentille et la pellicule pour que la photographie soit nette ? Justifier votre réponse.
- Q2.** Construire sur un schéma l'image de l'objet sur la pellicule (sans respecter l'échelle).
- Q3.** On appelle h_1 la hauteur de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule. Déterminer son expression en fonction de f , d et h puis calculer sa valeur numérique.

Partie A2 : Réalisation d'un téléobjectif avec une lentille unique

- Q4.** Expliquer pourquoi, si l'on souhaite photographier les détails d'un sujet lointain, il faut choisir un objectif de focale plus élevée que celle d'un objectif standard.
- Q5.** Dans le cas d'un téléobjectif de focale $f_0 = 200$ mm, calculer la hauteur h_2 de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule ainsi que l'encombrement de l'appareil (distance entre la lentille et la pellicule)
- Q6.** La matrice de cellules photosensibles de la plupart des reflex numériques est plus petite que la surface impressionnable de la pellicule d'un reflex 24x36. Justifier alors pourquoi un téléobjectif de focale donnée permet un cadrage plus serré du sujet avec un appareil numérique qu'avec un appareil argentique.

On considère dans un premier temps une lentille de verre d'indice n placée dans l'air (figure 1). On se place dans l'approximation d'un indice n ne dépendant pas de la longueur d'onde.

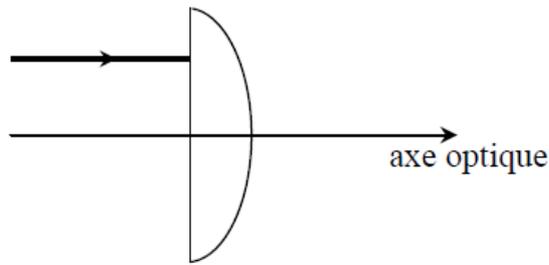


Figure 1

- Q7.** Reproduire la figure 1 et tracer la marche du rayon incident représenté dans et après la lentille. Justifier sommairement le tracé.
- Q8.** Quelle est la nature de cette lentille ? Justifier.
- Q9.** Définir le foyer image d'un système optique. Indiquer sur la figure le foyer image F' de la lentille.

L'indice de réfraction n du verre constituant la lentille dépend en réalité de la longueur d'onde λ de la radiation lumineuse qui la traverse. Ils sont reliés par la loi de Cauchy : $n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}$ où a et b sont des constantes positives qui ne dépendent que du milieu traversé.

- Q10.** Comparer r_R et r_B , angles réfractés en sortie de lentille pour une radiation rouge et pour une radiation bleue en considérant des rayons incidents parallèles à l'axe optique. Tracer alors les chemins suivis par ces deux radiations dans et après la lentille.
- Q11.** Expliquer le problème qui pourrait se poser si l'on réalisait un téléobjectif avec une lentille unique.

On peut s'affranchir de ce problème en réalisant un doublet, équivalent à une lentille convergente unique, constitué d'une lentille convergente accolée à une lentille divergente, les deux lentilles étant taillées dans des verres d'indices de réfraction différents. Le téléobjectif ainsi constitué présente toutefois l'inconvénient d'un encombrement important.

Partie A3 : Réalisation d'un téléobjectif par association de deux lentilles distantes de e

Afin de raccourcir les téléobjectifs, en particulier les plus puissants, on peut réaliser un autre montage en associant deux lentilles distantes d'une distance e : une lentille convergente L_1 de centre O_1 et de focale f_1 et une lentille divergente L_2 de centre O_2 et de focale f_2 .

On prendra pour les applications numériques : $f_1 = 50$ mm, $f_2 = -25$ mm et $e = O_1O_2 = 31$ mm.

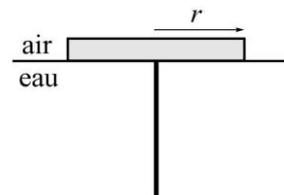
On note P l'intersection du plan de la pellicule avec l'axe optique et F' l'image par le téléobjectif d'un point à l'infini sur l'axe optique.

- Q12.** Déterminer littéralement la position de F' en fonction de f_1 , f_2 et e . En déduire l'expression de l'encombrement O_1P de l'appareil en fonction de ces mêmes grandeurs. Après l'avoir calculé approximativement, déterminer laquelle de ces trois valeurs : $O_1P = 14$ cm, $O_1P = 11$ cm et $O_1P = 8,0$ cm correspond à l'encombrement du téléobjectif.
- Q13.** Déterminer l'expression de h_3 , hauteur de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule en fonction de f_1 , f_2 , e , d et h . Après l'avoir calculée approximativement, déterminer laquelle de ces trois valeurs : $h_3 = 14$ mm, $h_3 = 34$ mm et $h_3 = 54$ mm correspond à la hauteur de l'image sur la pellicule.

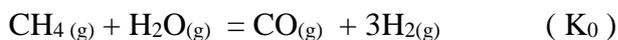
On pourra s'aider d'une construction graphique à l'échelle (échelles différentes sur l'axe longitudinal et l'axe transversal).

Q14. Commenter les résultats précédents.

EXII Un disque en liège de rayon r flotte sur l'eau d'indice n ; il soutient une tige placée perpendiculairement en son centre. Quelle est la longueur h de la partie de la tige non visible pour un observateur dans l'air (en fonction de n et de r)? Faire un schéma clair de la situation et représenter cette partie de longueur h non visible .



EXIII : Soit la réaction de préparation industrielle du dihydrogène , dans laquelle toutes les espèces chimiques sont en phase gazeuse :



La pression est maintenue à $P_T=10\text{bar}$ et la température T est constante aussi . On a alors une constante d'équilibre $K_0=15$.

On suppose qu'initialement , les quantités de matières sont : méthane :1mol ; eau :3mol ; monoxyde de carbone :2mol et dihydrogène :2mol.

1 .Exprimer la constante d'équilibre K_0 en fonction des pressions partielles de chaque constituant à l'équilibre et de P^0 la pression standard de référence ($=1\text{bar}$)

2. Exprimer le quotient de réaction à tout instant Q_r en fonction des quantités de matière à tout instant n_{CH_4} , $n_{\text{H}_2\text{O}}$, n_{CO} etc... , de P_T , P^0 et n_T le nombre total de moles gazeuses .

3 .Evaluer Q_r à l'état initial .En déduire comment va évoluer le système chimique.

4. Soit un nouvel état initial constitué de seulement 1mol de CH_4 et 1mol de H_2O , P_T et T étant maintenues à leurs valeurs. Evaluer n_T en fonction de l'avancement final de la réaction ξ_f .

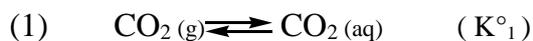
Donner l'équation permettant de calculer ξ_f (du premier degré en ξ_f^2) puis exprimer ξ_f sans le calculer. Le calcul donnerait $\xi_f=0,36\text{mol}$. Commenter.

On donne : $\frac{3^3 \cdot 10^2}{4} \approx 675$; $\frac{20}{24} \approx 0,83$

EXIV . Stockage du dioxyde de carbone dans les océans

Les océans recouvrent plus des deux tiers de la surface de la Terre ce qui leur permet d'être un réservoir de carbone important à l'échelle de la planète malgré la relativement faible solubilité du dioxyde de carbone dans l'eau.

La réaction (1) de dissolution du dioxyde de carbone dans l'eau a pour équation :



Cette réaction a pour constante d'équilibre K°_1 . La valeur de K°_1 a été déterminée pour différentes températures, les résultats sont rassemblés dans la figure et le tableau ci-dessous.

Données : Les gaz seront assimilés à des gaz parfaits. Pression standard : $P^{\circ} = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$; Constante des gaz parfaits : $R = 8 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Les solutions seront assimilées à des solutions idéales. Concentration standard : $C^{\circ} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$ Produit ionique de l'eau à 298 K: $K_e = 10^{-14}$

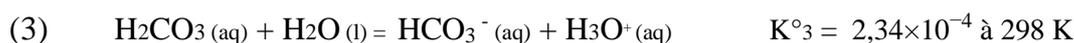
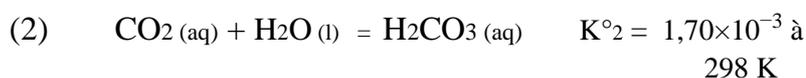
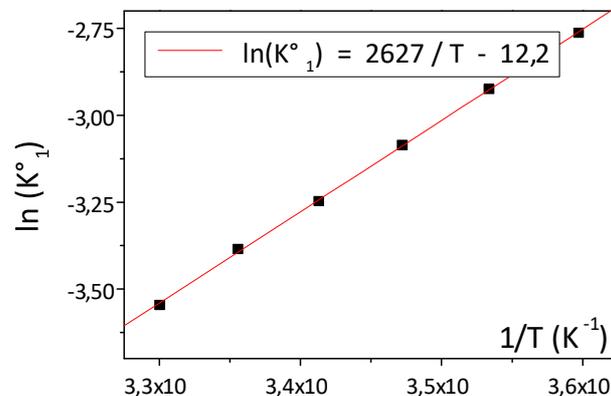
1. La pression partielle en dioxyde de carbone dans l'atmosphère terrestre atteint aujourd'hui la valeur de 400 ppm, c'est-à-dire 400×10^{-6} bar. A partir de l'expression de K°_1 , déterminer l'expression de la concentration en $\text{CO}_{2(\text{aq})}$ à l'équilibre dans les océans. Puis la calculer à 298 K à partir des valeurs du tableau.

T (K)	K°_1
278	$6,31 \times 10^{-2}$
283	$5,37 \times 10^{-2}$
288	$4,57 \times 10^{-2}$
293	$3,89 \times 10^{-2}$
298	$3,39 \times 10^{-2}$
303	$2,89 \times 10^{-2}$

2. Préciser qualitativement l'influence de la température sur l'équilibre (1). En déduire sans calcul le caractère endo- ou exo-thermique réaction (1). En utilisant ce résultat, expliquer quelles zones océaniques de la planète jouent le mieux le rôle de stockage du dioxyde de carbone, et préciser quel est l'effet de l'augmentation de la température moyenne de la planète sur l'efficacité de ce stockage.

3. Préciser l'influence de la pression sur l'équilibre (1). En déduire quel est l'effet de l'augmentation de la pression partielle en dioxyde de carbone dans l'atmosphère terrestre sur la concentration en $\text{CO}_{2(\text{aq})}$ dans les océans.

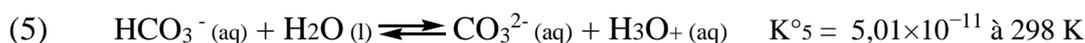
Le dioxyde de carbone dissous dans l'eau est susceptible de s'hydrater en acide carbonique H_2CO_3 qui est un acide faible dans l'eau, selon les réactions d'équation (2) et (3) :



Les espèces $\text{CO}_{2(\text{aq})}$ et $\text{H}_2\text{CO}_{3(\text{aq})}$ étant très difficiles à distinguer expérimentalement, les deux équilibres (2) et (3) ne sont pas étudiés de manière individuelle. On rassemble généralement les deux équations des réactions (2) et (3) sous la forme d'une unique équation (4) :



L'ion hydrogénocarbonate $\text{HCO}_3^-(\text{aq})$ est lui-même un acide faible dans l'eau :



4. Donner l'expression de la constante K°_4 en fonction des constantes K°_2 et K°_3 puis déterminer la valeur numérique approchée de K°_4 à 298 K.

5. Tracer le diagramme de prédominance des espèces $\text{CO}_{2(\text{aq})}$, $\text{HCO}_3^-(\text{aq})$ et $\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$ en fonction du pH de la solution. On prendra $\text{pKa}(\text{CO}_{2(\text{aq})}/\text{HCO}_3^-(\text{aq}))=6$ et $\text{pKa}(\text{HCO}_3^-(\text{aq})/\text{CO}_3^{2-}(\text{aq}))=11$.

6. Prévoir qualitativement l'effet de la dissolution du dioxyde de carbone sur le pH des eaux de surface océaniques.

7. Expliquer quelle espèce parmi $\text{CO}_{2(\text{aq})}$, $\text{HCO}_3^-(\text{aq})$ et $\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$ est minoritaire lorsqu'on met du dioxyde de carbone gazeux en présence d'eau pure initialement neutre.

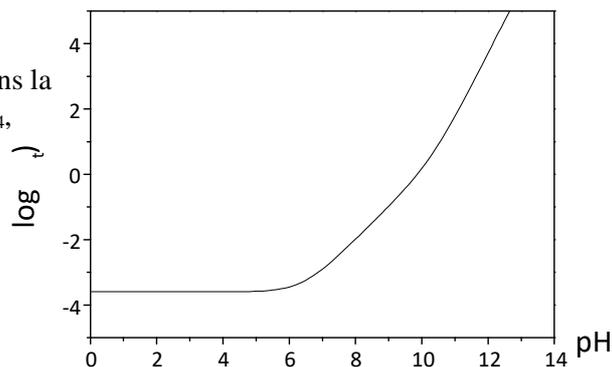
8. On considère de l'eau pure initialement neutre mise en contact avec une atmosphère contenant une pression partielle constante en dioxyde de carbone gazeux $P(\text{CO}_2)$ à 298 K. En utilisant des approximations pertinentes (utiliser 7. et le fait que $\text{pH} < 6$) et en combinant les expressions de K°_4 et K°_1 , donner l'expression du pH de la solution en fonction de $P(\text{CO}_2)$ puis déterminer la valeur numérique approchée du pH pour $P(\text{CO}_2) = 400 \times 10^{-6}$ bar.

En réalité, l'eau des océans contient de nombreuses autres espèces chimiques dissoutes dont certaines possèdent des propriétés de tampon comme les dérivés de l'acide borique. Le pH des eaux océaniques est actuellement proche de 8,1 mais on estime que cette valeur est le résultat d'une diminution de 0,1 à 0,2 unité de pH depuis le début de l'ère industrielle.

Dans l'eau des océans, les espèces $\text{CO}_{2(\text{aq})}$, $\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}$ et $\text{CO}_3^{2-}_{(\text{aq})}$ sont en équilibre permanent. La quantité totale de dioxyde de carbone dissous, appelée *quantité totale de carbone inorganique*, est la somme des concentrations molaires de ces trois espèces :

$$C_t = [\text{CO}_{2(\text{aq})}] + [\text{HCO}_3^-_{(\text{aq})}] + [\text{CO}_3^{2-}_{(\text{aq})}]$$

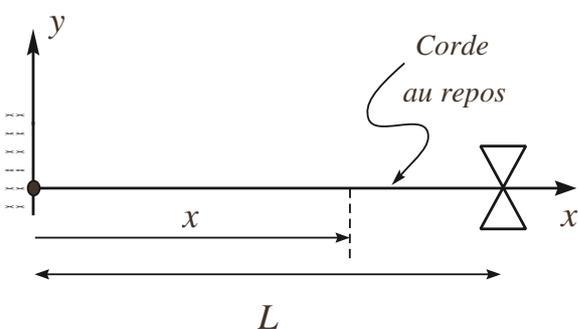
9. Donner l'expression de la quantité totale de carbone inorganique C_t dans la solution en fonction de $[\text{CO}_{2(\text{aq})}]$, K_4° , K_5° , et $[\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}]$ puis de K_1° , K_4° , K_5° , $P(\text{CO}_2)$ et $[\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}]$ dans la solution. Puis interpréter la courbe représentant $\log(C_t)$ en fonction du pH de la solution pour une pression partielle constante $P(\text{CO}_2) = 400$ ppm



10. Préciser dans quel domaine de pH la quantité de carbone inorganique total est la plus grande. En déduire quel est l'effet d'une diminution du pH des eaux de surface sur la capacité des océans à jouer le rôle de stockage du dioxyde de carbone.

EXV

Une corde de guitare de longueur L est fixée à ses deux extrémités. Elle est considérée comme étant homogène, inélastique et sans raideur, de masse linéique μ (masse par unité de longueur), tendue par une tension constante T . Chaque point de la corde est repéré par l'abscisse x



La célérité des ondes de déformation sur la corde est $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$.

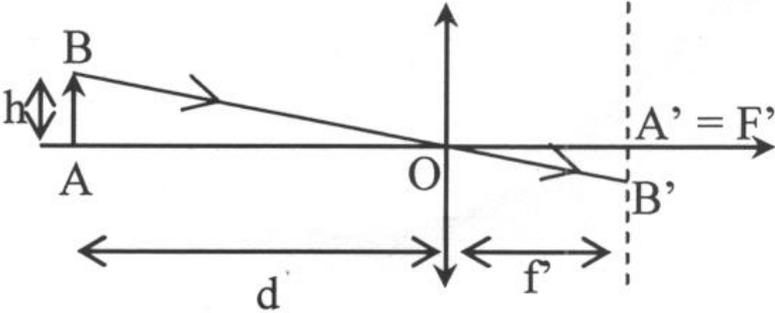
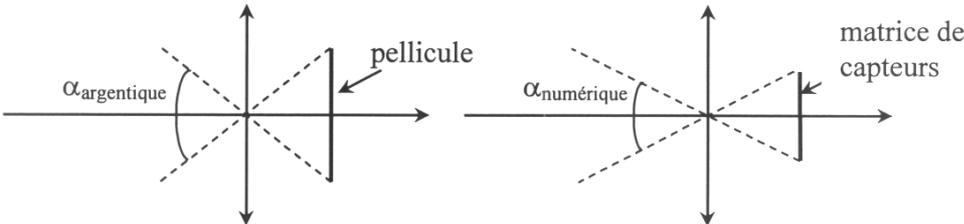
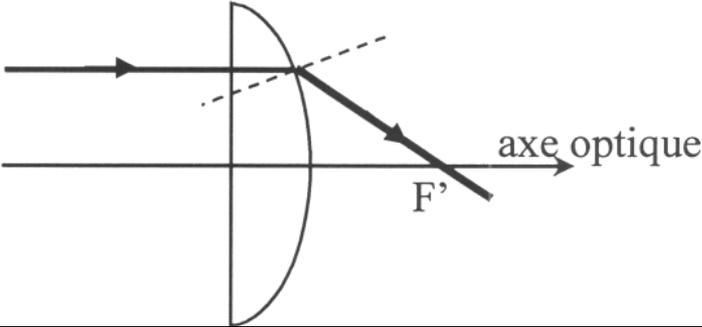
Initialement la corde est horizontale et au repos. On l'écarte localement de cette position en la tirant avec un doigt, puis on la laisse évoluer librement : une onde stationnaire apparaît alors, pour laquelle on cherche une expression de l'élongation de la forme

$$y(x,t) = A \cdot \sin(kx + \psi) \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

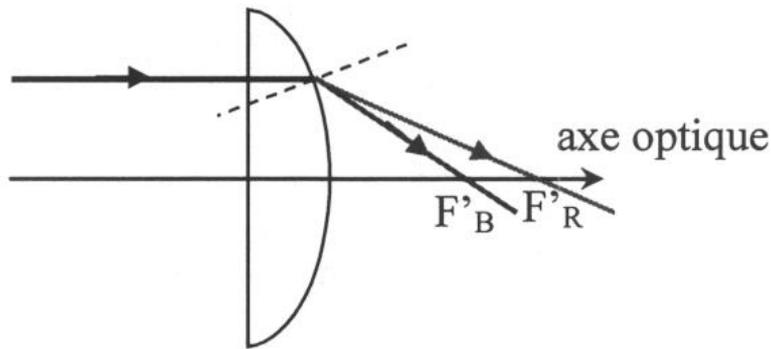
- 1) Que vaut k ?
- 2) Que peut-on dire de l'élongation aux points $x = 0$ et $x = L$ à chaque instant ?
- 3) Montrer que λ ne peut donc prendre qu'une série de valeurs discrètes λ_n que l'on exprimera en fonction de L et n .
- 4) En déduire que ω ne peut prendre qu'une série de valeurs discrètes ω_n , dites pulsations propres, avec n entier positif. Exprimer ω_n en fonction de L , n et c .

A chaque valeur de ω_n correspond un mode propre. Le mode $n = 1$ est appelé mode fondamental.

- 5) Exprimer $y_n(x,t)$ du mode d'indice n , en fonction de son amplitude A_n , de la phase ϕ_n , de la pulsation ω_1 du fondamental, ainsi que de x , L , n et t .
- 6) Donner les positions des ventres et des nœuds de vibration dans le mode de rang n . Combien de nœuds et de ventres comporte ce mode de vibration ?
- 7) Donner une représentation graphique de la corde en mouvement (à un instant donné) pour les trois premiers harmoniques.
- 8) Justifier qualitativement comment varie la hauteur de la note fondamentale quand on augmente la tension de la corde ou quand on diminue sa masse linéique.

Q1	<p>L'objet est situé à une distance de l'objectif très supérieure à sa focale. On peut donc considérer qu'il est à l'infini. Son image se forme alors dans le plan focal image de l'objectif.</p> <p>La distance D entre la lentille et la pellicule doit donc être égale à f.</p>
Q2	
Q3	<p>En appliquant Thalès, il vient $h_1 = \frac{f'}{d} h = 8,1mm = 7,5mm$</p>
Q4	<p>Compte tenu du calcul précédent, le grandissement de l'objectif augmente si sa focale augmente d'où l'intérêt d'une focale élevée pour photographier les détails d'un objet.</p>
Q5	<p>Numériquement, $h_2 = \frac{f_0'}{d} h = 32mm = 30mm$; L'encombrement égal à la focale soit 20 cm.</p>
Q6	 <p>L'angle de champ est plus réduit dans le cas de l'appareil photo numérique. Un même téléobjectif sera donc plus «puissant» s'il est monté sur un boîtier numérique plutôt que sur un boîtier argentique.</p>
Q7	<p>Le rayon pénétrant dans la lentille n'est pas dévié à l'interface air \rightarrow verre car l'angle d'incidence est nul.</p> <p>A l'interface verre \rightarrow air, on passe d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent ; l'angle d'incidence est donc inférieur à l'angle de réfraction.</p> 
Q8	<p>Le rayon émergent est rabattu vers l'axe optique : la lentille est convergente.</p>
Q9	<p>Le foyer image d'un système optique est l'image par ce système d'un point à l'infini sur l'axe optique.</p> <p>Le rayon incident de la figure 1 est issu d'un point à l'infini sur l'axe optique. Le rayon émergent qui en résulte coupe l'axe optique en F'.</p>
Q10	<p>L'indice de la lentille est plus élevé pour la radiation bleue que pour la radiation rouge : $n_b > n_r$. Les angles d'incidence sur le dioptre verre \rightarrow air étant</p>

identiques, on trouve en appliquant la loi de Descartes pour la réfraction que l'angle de réfraction est plus élevé pour la radiation bleue que pour la rouge : $r_b > r_r$



Q11 Les foyers images de la lentille ne sont pas les mêmes pour les différentes radiations. La lentille présente un défaut chromatique. Les photos seraient irisées.

Q12 $A_{\infty} \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$. La relation de conjugaison de Descartes appliquée à L_2 s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{O_2 F'}} - \frac{1}{\overline{O_2 F'_1}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{On a donc } \overline{O_2 F'} = \frac{\overline{O_2 F'_1} \cdot f'_2}{\overline{O_2 F'_1} + f'_2} = \frac{(\overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 F'_1}) \cdot f'_2}{\overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 F'_1} + f'_2} \text{ soit}$$

$$\boxed{\overline{O_2 F'} = \frac{\overline{O_2 F'_1} \cdot f'_2}{\overline{O_2 F'_1} + f'_2} = \frac{(-e + f'_1) \cdot f'_2}{-e + f'_1 + f'_2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\overline{O_1 F'} = e + \frac{(-e + f'_1) \cdot f'_2}{-e + f'_1 + f'_2}}$$

Remarque : L'énoncé ne précise pas si la position de F' doit être déterminée par rapport à O_1 ou par rapport à O_2 . Le foyer image F' de l'appareil est confondu avec P .

L'encombrement vaut alors $\overline{O_1 P} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F'} = e + \frac{(-e + f'_1) \cdot f'_2}{-e + f'_1 + f'_2}$

D'où, $\boxed{\overline{O_1 P} = 31 - \frac{(-31 + 50_1) \cdot 25}{-31 + 50 - 25} = 31 + \frac{19 \times 25}{6} \approx 111 \text{ mm}}$ soit $10 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$

Autre méthode : Avec la relation de Newton, $F'_2 F' \cdot F_2 F'_1 = -f_2'^2$ soit $F'_2 F' = -\frac{f_2'^2}{F_2 F'_1} = -\frac{f_2'^2}{f'_2 - e + f'_1}$ alors

$$\boxed{\overline{O_1 P} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F'_2} + \overline{F'_2 F'} = e + f'_2 - \frac{f_2'^2}{f'_2 - e + f'_1} = e + \frac{(-e + f'_1) \cdot f'_2}{-e + f'_1 + f'_2}}$$

Q13 $h_3 = \gamma_1 \gamma_2 h$ avec γ_1 et γ_2 les grandissements respectifs de L_1 et L_2 . Or $\gamma_1 = -\frac{f'_1}{d}$ et $\gamma_2 = \frac{\overline{O_2 P}}{\overline{O_2 F'_1}} = \frac{\overline{O_2 P}}{-e + f'_1}$

On a donc $\boxed{h_3 = -\frac{f'_1 f'_2}{d(-e + f'_1 + f'_2)} h} = \text{A.N.} : \boxed{h_3 = -\frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 25}{2000 - 6} \times 324 = 34 \text{ mm}}$

Q14 Le téléobjectif ainsi constitué possède un grandissement comparable à celui du téléobjectif réalisé avec une lentille unique de focale 200 mm. Il possède cependant l'avantage d'avoir un encombrement réduit : 11 cm contre 20 cm.

EXIV

Stockage du dioxyde de carbone dans les océans

$$1. \quad K_1^{\circ} = \frac{[\text{CO}_2(aq)]/c^{\circ}}{p_{\text{CO}_2(g)}/p^{\circ}}$$

$$[\text{CO}_2(\text{aq})] = K_1^\circ \frac{P_{\text{CO}_2(\text{g})}}{p^\circ} c^\circ \quad ; \quad [\text{CO}_2(\text{aq})] = 1,36 \cdot 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

2. D'après la figure, K_1° diminue donc la réaction (1) est déplacée dans le sens de l'obtention de $\text{CO}_2(\text{g})$ avec l'augmentation de T.

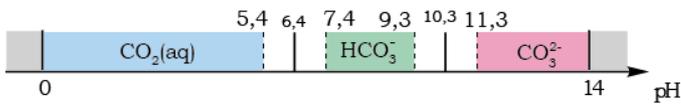
La réaction est donc exothermique (loi de Le Châtelier) : l'équilibre se déplace dans le sens d'une diminution de la température.

Les zones océaniques froides stockent donc davantage de CO_2 que les zones océaniques chaudes et l'augmentation de la température moyenne de la planète tend à diminuer l'efficacité du stockage.

3. D'après la loi de LE CHATELIER, Loi de modération : une augmentation de pression, à température et composition constantes, provoque un déplacement d'équilibre dans le sens d'une diminution de la quantité de matière de gazeuse. Ici, une augmentation de $p_{\text{CO}_2(\text{g})}$ tend à augmenter la concentration de $\text{CO}_2(\text{aq})$ dans les océans.

4. On a la combinaison linéaire (4) = (2) + (3) donc $K_4^\circ = K_2^\circ \times K_3^\circ = 3,98 \cdot 10^{-7}$

5.



6. Le dioxyde de carbone étant un acide faible, sa dissolution dans l'eau provoque une diminution du pH des eaux océaniques.

7. Lorsqu'on met du dioxyde de carbone gazeux en présence d'eau pure initialement neutre, le pH devient inférieur à 7. On est donc nécessairement hors de la zone de prédominance de CO_3^{2-} qui est l'espèce minoritaire

8. Hyp 1 : l'espèce CO_3^{2-} est négligeable (cf 7.)

Hyp 2 : on peut négliger l'autoprotolyse de l'eau. ; Donc RP : $\text{CO}_2(\text{aq}) + 2 \text{H}_2\text{O} = \text{HCO}_3^- + \text{H}_3\text{O}^+$

En notant x l'avancement volumique de la réaction et C_0 est la concentration en $\text{CO}_2(\text{aq})$ (qui est une constante d'après B.1),

$$K_4^\circ = \frac{[\text{HCO}_3^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CO}_2(\text{aq})]} = \frac{x^2}{C_0} \quad K_4^\circ = \frac{x^2 p^\circ}{K_1^\circ p_{\text{CO}_2(\text{g})}} \quad x = \sqrt{K_4^\circ K_1^\circ p_{\text{CO}_2(\text{g})} / p^\circ}$$

$$\boxed{\text{pH} = -\log x = -\frac{1}{2} \log (K_4^\circ K_1^\circ p_{\text{CO}_2(\text{g})} / p^\circ) = 5,6}$$

Vérification des hypothèses : $\text{pH} < 9,3$ et $\text{pH} < 6,5$.

9.
$$C_t = [\text{CO}_2(\text{aq})] + [\text{HCO}_3^-] + [\text{CO}_3^{2-}]$$

$$C_t = [\text{CO}_2(\text{aq})] + \frac{K_4^\circ [\text{CO}_2(\text{aq})]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} + \frac{K_4^\circ K_5^\circ [\text{CO}_2(\text{aq})]}{[\text{H}_3\text{O}^+]^2} \quad C_t = [\text{CO}_2(\text{aq})] \left(1 + \frac{K_4^\circ}{[\text{H}_3\text{O}^+]} + \frac{K_4^\circ K_5^\circ}{[\text{H}_3\text{O}^+]^2} \right)$$

$$C_t = K_1^\circ \frac{P_{\text{CO}_2(\text{g})}}{p^\circ} \left(1 + \frac{K_4^\circ}{[\text{H}_3\text{O}^+]} + \frac{K_4^\circ K_5^\circ}{[\text{H}_3\text{O}^+]^2} \right)$$

Interprétation de la courbe $\log(C_t) = f(\text{pH})$

- $\text{pH} < 5,4$: zone de prédominance de $[\text{CO}_2(\text{aq})]$:

$$C_t = K_1^\circ \frac{P_{\text{CO}_2(\text{g})}}{p^\circ} \quad \log(C_t) \text{ est constant}$$

- $7,4 < \text{pH} < 9,3$: zone de prédominance de $[\text{HCO}_3^-]$:

$$C_t = K_1^\circ \frac{P_{\text{CO}_2(\text{g})}}{p^\circ} \frac{K_4^\circ}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \quad \log(C_t) \text{ est une droite de pente } 1$$

- $10,3 < \text{pH}$: zone de prédominance de $[\text{CO}_3^{2-}]$:

$$C_t = K_1^o \frac{P_{\text{CO}_2(g)}}{P^o} \frac{K_4^o K_5^o}{[\text{H}_3\text{O}^+]^2}$$

$\log(C_t)$ est une droite de pente 2.

10. C_t est une fonction croissante du pH : l'acidification des eaux de surface océaniques provoque donc une diminution de la capacité de stockage des océans du dioxyde de carbone.

EXV

1) $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$;

2) La corde étant fixe en ses extrémités : $y(0,t) = 0 \quad \forall t$ (1) et $y(L,t) = 0 \quad \forall t$ (2)

3) Les conditions aux limites imposent :

Choix $\psi = 0$

$$\begin{aligned} (1) \Rightarrow A \sin(\psi) = 0 &\Rightarrow \psi = 0 \text{ [}\pi\text{]} \rightarrow y(x,t) = A \sin(kx) \cos(\omega t + \phi) \\ (2) \Rightarrow A \sin(kL) = 0 &\Rightarrow kL = 0 \text{ [}\pi\text{]} \rightarrow kL = n\pi \text{ avec : } n \in \mathbb{N}^* \text{ car } kL > 0 \end{aligned}$$

Soit : $L = n \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n} = \frac{\lambda_1}{n}$ avec : $\lambda_1 = 2L$

4) Fréquences correspondantes : $f_n = \frac{c}{\lambda_n}$

en supposant le milieu non dispersif, càd de vitesse c indépendante de la longueur d'onde de l'onde stationnaire :

$$f_n = n \frac{c}{\lambda_1} = n f_1 \text{ avec } f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L} \quad \omega_n = \frac{n\pi c}{L}$$

5) Pour l'harmonique de rang n :

$$y_n(x,t) = A_n \cdot \sin(k_n x) \cos(\omega_n t + \varphi_n) = A_n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_n} x\right) \cdot \cos(2\pi f_n \cdot t + \varphi_n)$$

Soit, en posant $\omega_1 = 2\pi f_1$:

6)

Les ventres de vibrations

$$y_n(x,t) = A_n \cdot \sin\left(n \frac{\pi}{L} x\right) \cdot \cos(n\omega_1 \cdot t + \phi_n)$$

sont définis par : $\sin\left(n \frac{\pi x}{L}\right) = \pm 1$

$$n \frac{\pi x}{L} = \frac{\pi}{2} + p\pi \Leftrightarrow x_v = \left(\frac{1}{2} + p\right) \frac{L}{n} = \left(\frac{1}{2} + p\right) \frac{\lambda_1}{2n} = \left(\frac{1}{2} + p\right) \frac{\lambda_n}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2} + p\right) \frac{L}{n} = \left(\frac{1}{2} + p\right) \frac{\lambda_1}{2n} = \left(\frac{1}{2} + p\right) \frac{\lambda_n}{2}$$

Il y a n ventres pour le

mode n (de $p=0$ à $p=n-1$)

Les noeuds de vibrations sont définis par : $\sin\left(n \frac{\pi x}{L}\right) = 0$

$$n \frac{\pi x}{L} = p\pi \Leftrightarrow x_N = p \frac{L}{n} = p \frac{\lambda_1}{2n} = p \frac{\lambda_n}{2}$$

Il y a $n+1$ noeuds pour le mode n (de $p=0$ à $p=n$)

7) On a respectivement 1, 2 et 3 fuseaux (fondamental, harmonique $n=2$, harmonique $n=3$)

8) Quand $T \uparrow$ ou $\mu \downarrow$, $c \uparrow$ d'après la relation $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, donc $f_1 = \frac{c}{\lambda_1} \uparrow$ aussi (dans le mode fondamental λ_1 est fixe égale à $2L$) ; le son se fait plus aigu.