

# CONCOURS BLANC 2017

PTSI – Lycée C.Coeffin

---

## Épreuve de Physique

Mardi 9 mai 2017 de 13h00 à 17h00

### Instructions générales :

- L'usage de la calculatrice est interdit.
- Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

### Ex1.

Soit le filtre « RLC série » alimenté par  $u_1 = E_m \cos(\omega t)$  ;  $u_2$ , la tension de sortie, est la tension prise aux bornes de la bobine.

1. Quel sera qualitativement le comportement du filtre en haute fréquence ? en basse fréquence ? (utiliser le schéma équivalent des dipôles)
2. Etablir la fonction de transfert du filtre et la présenter sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{H_0(jx)^2}{1 + j\frac{x}{Q} + (jx)^2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Expliciter  $\omega_0$ ,  $H_0$ , et  $Q$  en fonction des paramètres du circuit.

3. Exprimer le gain  $|\underline{H}|$  de ce filtre, le déphasage (=la phase  $\phi$  de  $\underline{H}$ ), le gain maximum, et le gain en décibel c-à-d  $G_{dB} = 20 \log|\underline{H}|$

4. Diagramme de Bode :

Tracer en justifiant

- a) l'allure de  $G_{dB}$  en fonction de  $\log x$  (« courbe de gain ») selon la valeur de  $Q$  par rapport à  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- b) l'allure de  $\phi$  en fonction de  $\log x$  (« courbe de phase »).

Donner les équations des asymptotes.

## Ex2

### Transport de charges électriques

Un conducteur métallique cylindrique, d'axe  $x'x$ , dont les charges mobiles sont des électrons, de charge  $q = -e$  et animés d'une vitesse d'ensemble (ou vitesse moyenne)  $\vec{v}(t)$ , est soumis à l'action d'un champ électrique uniforme constant  $\vec{E}$ , colinéaire et de même sens que le vecteur unitaire  $\vec{e}_x$ . Ce champ électrique est appliqué à partir de l'instant initial  $t = 0$ . Par ailleurs, les électrons subissent l'action d'une force de frottement de type fluide (modèle visqueux)  $\vec{f} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}(t)$ , avec  $\tau$  constante physique positive et  $m$  la masse de l'électron. Les forces de pesanteur sont négligées.

1. Les porteurs de charge atteignent, en régime permanent, une vitesse moyenne limite.
  - a) Rechercher l'unité ou la dimension de la constante  $\tau$ .
  - b) En appliquant, à l'électron, le principe fondamental de la dynamique  $m \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \sum \vec{f}_{i,ext}$  (ou seconde loi de Newton), établir une équation différentielle qui relie la vitesse  $\vec{v}(t)$  au temps  $t$ .
  - c) La vitesse étant colinéaire au vecteur unitaire  $\vec{e}_x$ , établir l'expression de la vitesse algébrique  $v$  en fonction du temps  $t$ , sachant que dans ce mouvement, à l'instant initial,  $v(t=0)$  est nulle.
  - d) Montrer que  $v(t)$  tend vers une valeur limite  $v_{lim}$ . En régime permanent, le vecteur vitesse s'écrit donc  $\vec{v} (= \vec{v}_{lim}) = \mu \vec{E}$  : exprimer  $\mu$ , mobilité des porteurs de charge, en fonction des grandeurs  $m$ ,  $e$  et  $\tau$ .
  - e) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction  $v(t)$ .
  - f) Application numérique :  
 $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$  ;  
 $\tau = 3,0 \times 10^{-14} \text{ U.S.I.}$  ;  $E = 1,0 \times 10^{-1} \text{ V m}^{-1}$ .
    - Calculer  $v_{lim}$ .
    - Calculer le temps au bout duquel  $v$  atteint la valeur  $0,99 v_{lim}$ . Commenter ce résultat.
2. Les électrons possèdent la vitesse d'ensemble  $v_{lim}$  (régime permanent).  $\vec{j}$ , vecteur densité de courant électrique, est un vecteur de direction donnée par la vitesse moyenne des porteurs de charge et de norme la valeur absolue de la charge électrique traversant une surface unité, perpendiculaire à  $\vec{v}$ , par unité de temps.  $N^*$  est le nombre d'électrons mobiles par unité de volume, valeur uniforme dans le conducteur.

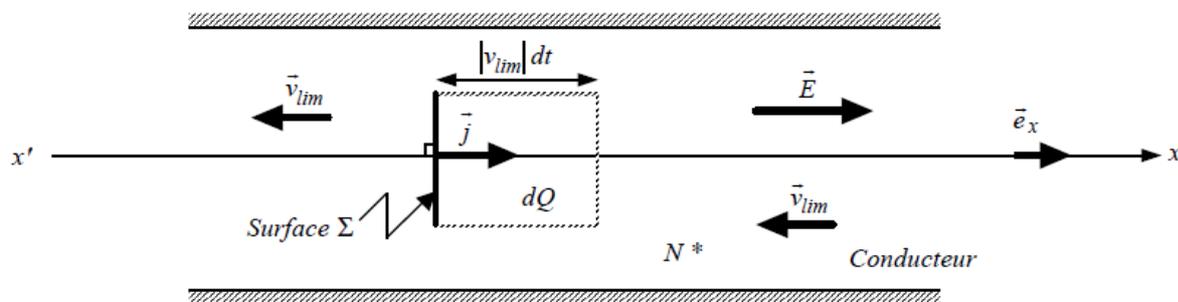


Figure A.1

- Exprimer la charge électrique élémentaire  $|dQ|$  qui traverse, pendant la durée  $dt$ , la surface plane  $\Sigma$  orthogonale au vecteur  $\vec{v}_{lim}$  (figure A.1, page 2).
- En déduire, en fonction de  $N^*$ ,  $|v_{lim}|$  et  $e$ , l'expression de la norme  $\|\vec{j}\|$  du vecteur densité de courant.
- Montrer que cette conduction électrique satisfait à la loi d'Ohm locale (ou microscopique)  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ , expression dans laquelle  $\sigma$  est la conductivité électrique du milieu. Exprimer la conductivité  $\sigma$  en fonction des grandeurs  $N^*$ ,  $e$ ,  $m$  et  $\tau$ .
- Application numérique :  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$  ;  
 $\tau = 3,0 \times 10^{-14} \text{ U.S.I.}$  ;  $N^* = 8,5 \times 10^{28} \text{ électrons m}^{-3}$ .  
 Calculer la conductivité  $\sigma$  du métal.

- Un fil cylindrique métallique homogène **AB**, de section droite d'aire  $S$  constante et de longueur  $L$ , soumis à une tension  $u = V_A - V_B$  positive, est parcouru par le courant d'intensité  $I$  en régime permanent (figure A.2).

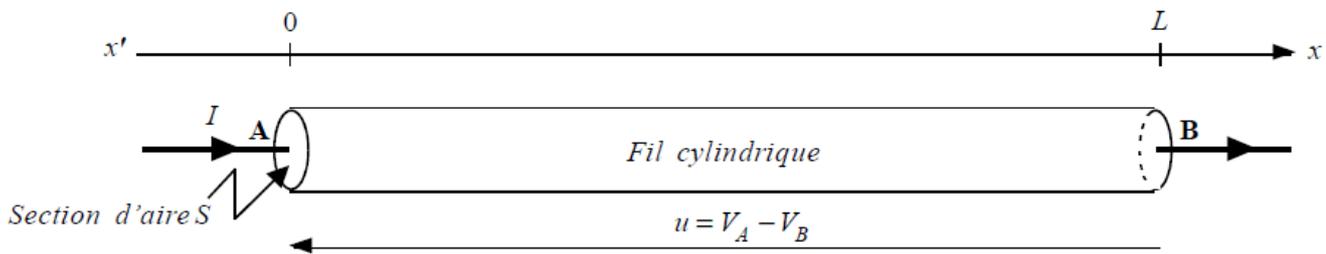


Figure A.2

- Rappeler la relation entre le champ électrique  $\vec{E}(M)$  et le potentiel  $V(M)$ . Ecrire cette expression dans le cadre d'une situation unidimensionnelle (variable  $x$ ).
- Sachant que l'intensité  $I$  représente le flux de  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  à travers la section d'aire  $S$ , exprimer le gradient  $\frac{dV(x)}{dx}$  en fonction de  $I$ ,  $\sigma$  et  $S$ .
- En déduire l'expression de la résistance électrique  $R_{el}$  du fil **AB** (définie par la loi d'Ohm macroscopique  $V_A - V_B = R_{el} I$ ), en fonction de  $\sigma$ ,  $L$  et  $S$ .

Données :

- $\ln 10 \approx 2,3$
- Pour 3b), écrire que  $I = j \cdot S$  avec  $j = \|\vec{j}\|$ .

### Ex3. Étude d'un satellite de télédétection terrestre

On étudie le mouvement du satellite, assimilé à un point matériel  $M$ , autour de la Terre de rayon  $R_T = 6,4 \cdot 10^3 \text{ km} \approx 6 \cdot 10^3 \text{ km}$  et de centre  $O$ .

L'étude est réalisée dans le référentiel géocentrique  $R_g(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  supposé galiléen au cours du temps noté  $t$ . L'ensemble des grandeurs vectorielles seront exprimées dans la base cylindropolaire  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{k})$ . On suppose que la trajectoire du satellite de masse  $m = 4,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$  est plane et se fait dans le plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  représenté sur la figure 2.

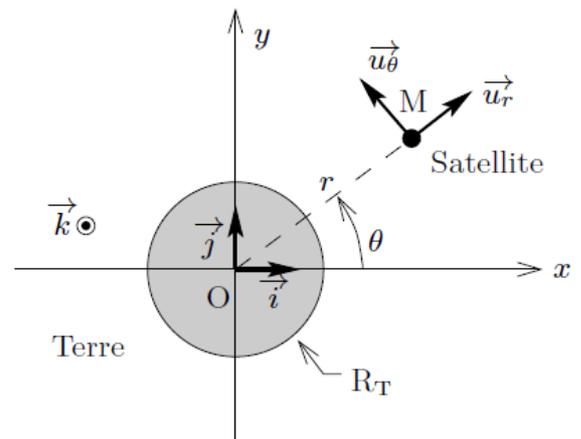


Figure 2

On rappelle que  $\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$  et  $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_r$  où  $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$

## 1. Préliminaires

1) La position du satellite est repérée par le point M de coordonnées  $(r(t), \theta(t), z = 0)$ . Déterminer l'expression du vecteur position  $\vec{OM}$  et du vecteur vitesse  $\vec{v}_M$  dans la base  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{k})$  en fonction de  $r$ ,  $\theta$  et de leurs dérivées éventuelles.

2) On note  $g_0 = 10 \text{ m.s}^{-2}$  la norme de l'accélération de pesanteur à la surface de la Terre. L'énergie potentielle  $E_p(r)$  associée à l'interaction gravitationnelle  $\vec{F}$  s'exprime sous la forme  $E_p(r) = -g_0 m \frac{R_T^2}{r}$ .

En déduire l'expression de l'interaction  $\vec{F}$  exercée par la Terre sur le satellite en fonction de  $g_0$ ,  $m$ ,  $R_T$  et  $r$ . L'interaction gravitationnelle est-elle attractive ou répulsive? Dans la suite, on supposera que le satellite est soumis uniquement à  $\vec{F}$ .

3) Soit  $\vec{L}_0 = \vec{OM} \wedge m\vec{v}_M$ . Comment s'appelle cette grandeur mécanique associée au satellite? Déterminer son expression dans la base  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{k})$  puis sa norme  $L_0$  en fonction de  $r$ ,  $\dot{\theta}$  et  $m$ . Montrer que le vecteur  $\vec{L}_0$  est constant au cours du mouvement.

## 2. Mise en orbite circulaire du satellite

La mise en orbite terrestre d'un satellite se fait en deux étapes :

- \* phase balistique : le satellite s'éloigne de la Terre sur une ellipse de foyer le centre de la Terre jusqu'à l'apogée;
- \* phase de satellisation : la satellite accélère pour obtenir une trajectoire circulaire autour de la Terre.

On considère que le satellite est placé en orbite circulaire de rayon  $r$  constant autour de la Terre.

4) Exprimer pour cette trajectoire circulaire le vecteur vitesse  $\vec{v}_M$  et le vecteur accélération  $\vec{a}_M$  du satellite uniquement en fonction de la quantité  $v = r\dot{\theta}$  de sa dérivée temporelle  $\dot{v}$  et de  $r$ .

5) À l'aide du principe fondamental de la dynamique, montrer que le mouvement est uniforme et exprimer  $v^2$  en fonction de  $g_0$ ,  $R_T$  et  $r$ .

6) En déduire l'expression des énergies cinétique  $E_c$  et mécanique  $E_m$  du satellite en fonction de  $m$ ,  $g_0$ ,  $R_T$  et  $r$ . Justifier le signe de  $E_m$ .

7) Application numérique : calculer l'énergie mécanique du satellite pour une trajectoire circulaire de rayon  $r_b = 8,0 \cdot 10^3 \text{ km}$ , puis pour un rayon  $r_h = 40 \cdot 10^3 \text{ km}$ .

## 3. Étude énergétique du satellite

On suppose ici que la trajectoire du satellite n'est pas nécessairement circulaire.

8) Montrer que l'énergie mécanique du satellite est constante au cours du mouvement et qu'elle se met sous la forme

$$E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{L_0^2}{2mr^2} - g_0 m \frac{R_T^2}{r}$$

9) On appelle énergie potentielle effective

$$E_{p,\text{eff}}(r) = E_m - \frac{1}{2} m \dot{r}^2$$

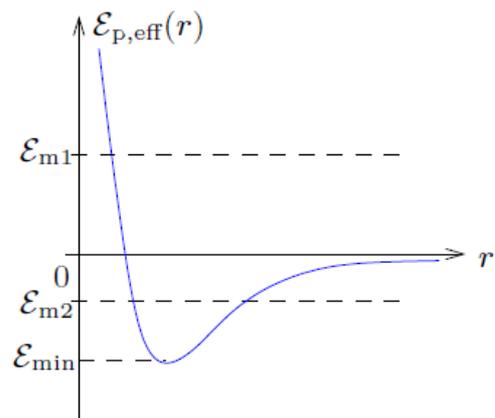


Figure 3 - Allure de l'énergie potentielle effective en fonction de  $r$

Au cours du mouvement, les valeurs du rayon  $r$  sont données par l'inégalité  $E_{p,eff}(r) \leq E_m$ . Expliquer ce résultat.

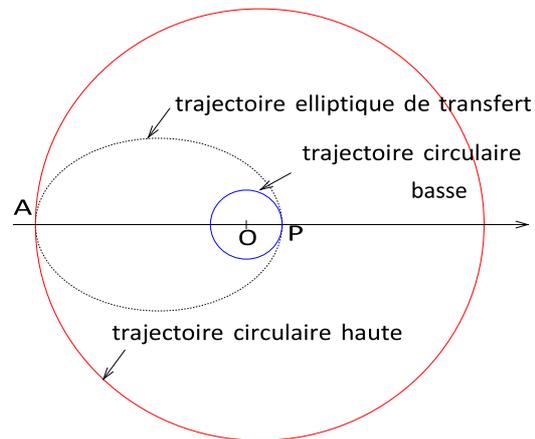
10) Le graphe de  $E_{p,eff}(r)$  pour une valeur donnée de  $L_0$  est représenté figure 3. On montre que la trajectoire du satellite est nécessairement une conique : circulaire, elliptique, parabolique ou hyperbolique.

- a) À quelle énergie  $E_{m1}$  ou  $E_{m2}$  peut correspondre une trajectoire elliptique? une trajectoire hyperbolique?
- b) Pour quelle valeur particulière de  $E_m$  la trajectoire est-elle circulaire?

#### 4. Mise en orbite haute du satellite

Pour atteindre des trajectoires de très hautes altitudes, le satellite est dans un premier temps placé sur une trajectoire circulaire basse ( $r_b = 8,0 \cdot 10^3$  km) puis, dans un deuxième temps, sur une trajectoire circulaire haute ( $r_h = 40 \cdot 10^3$  km) comme illustré sur la figure 4 ci-contre.

Pour passer de la trajectoire basse à la trajectoire haute, on utilise une trajectoire de transfert elliptique dont l'un des foyers est le centre de la Terre  $O$  : son périégée  $P$  est situé sur l'orbite basse et son apogée  $A$  sur l'orbite haute.



Le changement d'orbite s'effectue en réalisant des variations brutales de vitesse du satellite à l'aide des moteurs qui correspondent à des variations d'énergie mécanique que l'on cherche à déterminer.

On considère désormais le satellite parcourant la trajectoire elliptique de transfert.

- 11) Que peut-on dire des valeurs de  $\dot{r}$  lorsque le satellite est en  $A$  ( $r = r_h$ ) ou en  $P$  ( $r = r_b$ )? Comment s'exprime le demi-grand axe  $a$  de l'ellipse de transfert en fonction de  $r_b$  et  $r_h$ ?
- 12) Montrer à l'aide de la conservation de l'énergie mécanique que  $r_h$  et  $r_b$  sont solutions d'une équation du second degré de la forme  $r^2 + ar + \beta = 0$ .

Exprimer  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $m$ ,  $L_0$ ,  $E_m$ ,  $g_0$  et

$R_T$ .

13) En déterminant la somme des racines de

l'équation, en déduire que  $E_{m,t} = -g_0 m \frac{R_T^2}{2a}$ .

14) Relever sur la figure 5 la valeur de l'énergie mécanique  $E_{m,t}$  du satellite sur la trajectoire de transfert elliptique. Justifier.

Pour changer de trajectoire le satellite, il faut modifier la valeur de son énergie mécanique. Durant cette phase le principe de conservation de l'énergie n'est plus vérifié. Ce sont les moteurs du satellite qui vont permettre d'accélérer ou de ralentir le satellite.

15) Relever sur la figure 5 la valeur de l'énergie mécanique  $E_{m,b}$  du satellite sur l'orbite circulaire basse de rayon  $r_b = 8,0 \cdot 10^3$  km. De même relever la valeur de l'énergie mécanique  $E_{m,h}$  du satellite sur l'orbite circulaire haute de rayon  $r_h = 40 \cdot 10^3$  km.

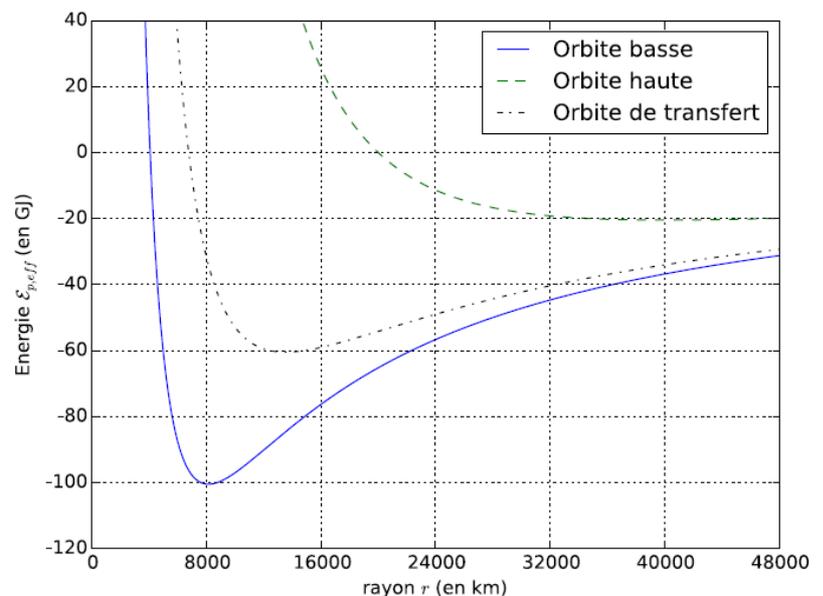


Figure 5 -  $E_{p,eff}(r)$  pour les 3 orbites

16) En déduire la variation d'énergie mécanique  $\Delta E_{\text{mp}}$  à communiquer au satellite pour passer en P de l'orbite circulaire basse à l'orbite elliptique de transfert. Sachant que le pouvoir calorifique du carburant est d'environ  $50 \text{ MJ.kg}^{-1}$ , déterminer la masse  $m_c$  de carburant nécessaire.

17) Connaissez vous un carburant utilisé dans les moteurs-fusées pour l'aérospatiale? Qu'appelle-t-on orbite géostationnaire? Connaissez-vous l'altitude de cette orbite?

## 5. Chute du satellite

Les satellites d'observation retombent inéluctablement sur la Terre. Lors des chocs avec les molécules contenues dans les couches supérieures de l'atmosphère, le satellite est soumis à une force de frottement  $\vec{f}$  du type  $\vec{f} = -k \vec{v}$ .

Supposons que le satellite soit en orbite circulaire. Au cours de sa chute, à chaque tour effectué, la variation d'altitude est suffisamment faible pour supposer que les expressions de l'énergie mécanique

$E_m(t) = -g_0 m \frac{R_T^2}{2r(t)}$  et de la vitesse  $v^2(t) = g_0 \frac{R_T^2}{r(t)}$  restent valables.

18) À l'aide de l'expression de la vitesse, déterminer la durée  $T$  nécessaire au satellite pour effectuer un tour de l'orbite circulaire de rayon  $r$ . Quelle est le nom de la relation obtenue?

19) À l'aide du théorème de l'énergie mécanique, montrer que le rayon  $r(t)$  est solution de l'équation différentielle  $\frac{dr(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} r(t) = 0$

où  $\tau$  est une constante que l'on exprimera en fonction de  $k$  et  $m$ . Montrer que  $\tau$  est bien homogène à un temps.

20) En déduire l'expression de  $r(t)$ . On supposera que le satellite est à l'instant  $t = 0$  sur une orbite circulaire de rayon  $r_0$ .

21) Représenter graphiquement sur votre copie l'évolution de  $r(t)$ . On fera apparaître notamment les grandeurs  $r_0$  et  $\tau$  et on négligera  $R_T$  devant  $r_0$ .

## Ex4 ( d'après cc commun polytech TSI 2015)

### III.B. Résolution du problème : Isis est-elle habitable ?

Lorsqu'on peut observer directement une planète, il est possible d'en déduire la composition de son atmosphère. Pour une exoplanète trop proche de son étoile, de telles observations sont impossibles. On a alors recours à la méthode du transit. Lorsqu'une planète passe devant son étoile, elle la cache en partie. Si la planète possède une atmosphère, alors une petite partie du rayonnement de l'étoile traverse cette atmosphère avant de nous parvenir.

Récemment, les astrophysiciens ont découvert une exoplanète nommée Isis dont la couleur bleue depuis l'espace rappelle celle de la Terre vue de l'espace.

Lors de son passage devant l'étoile, la luminosité ne change pratiquement pas dans le vert ni dans le rouge, mais un déficit dans le bleu est constaté. Cela signifie principalement que l'atmosphère de l'exoplanète émet de la lumière bleue. Grâce au spectrographe STIS (Space Telescope Imaging Spectrograph) embarqué à bord du télescope Hubble, les astrophysiciens ont pu obtenir le spectre d'absorption d'Isis. Ce spectre, qui devrait être un spectre d'absorption de raies, présente en réalité une bande sombre. Cet élargissement des raies est le signe que les collisions et les chocs sont nombreux entre les molécules de l'atmosphère de l'exoplanète.

Pour la science, avril 2014

On se propose de déterminer si Isis peut être classée parmi les exoplanètes habitables.

### III.B.1. Etude préliminaire : déviation d'un rayon lumineux dans un prisme

On s'intéresse à un rayon lumineux monochromatique incident arrivant sur la face EB du prisme (cf. document réponse). On note  $n$  ( $n > 1$ ) l'indice optique du prisme et  $n_a = 1,000$ , l'indice optique de l'air. On appelle  $i$  l'angle orienté d'incidence sur la face avant du prisme et  $r$  l'angle de réfraction sur cette même face, ces deux angles étant repérés par rapport à la normale à cette face.

57. Rappeler les lois de Descartes relatives à la réfraction au niveau de la face EB du prisme en utilisant les notations définies précédemment.

On suppose que le rayon incident se propage dans le prisme et en ressort par la face EC.

58. Sur le schéma fourni sur le document réponse, compléter le tracé du chemin du rayon lumineux à travers le prisme d'angle au sommet  $A$ . On fera apparaître :

- l'angle orienté  $i$ ,
- l'angle orienté  $r$ ,
- l'angle d'incidence orienté  $r'$  que fait ensuite le rayon lumineux incident sur la face EC,
- l'angle de réfraction orienté  $i'$  que fait le rayon lumineux réfracté sur la face EC
- et l'angle  $D$ , appelé angle de déviation, l'angle orienté entre le rayon incident sur la face EB et le rayon réfracté en sortie du prisme sur la face EC.

On veillera à respecter les proportions entre l'angle incident et l'angle réfracté pour les deux réfractions.

59. Quelle relation existe-t-il entre les angles  $A$ ,  $r$  et  $r'$  ? En déduire la condition sur  $\sin(i)$  en fonction de  $A$  et  $n$ , pour que le rayon lumineux ressorte par la face EC.

### III.B.2. Isis, une planète habitable ?

Description du problème :

On positionne désormais ce prisme sur la plate-forme d'un goniomètre, appareil qui, on le rappelle, sert à effectuer des mesures d'angles. A l'aide du goniomètre, il est possible de mesurer l'angle au sommet  $A$  du prisme et l'angle de déviation minimum  $D_m$  (angle de déviation pour lequel  $i = i'$ ). L'indice optique du prisme se déduit alors de la relation :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}.$$

En éclairant le prisme avec une lampe à mercure dont on connaît les longueurs d'onde des raies d'émission, on peut vérifier que l'indice optique du prisme dépend de la longueur d'onde  $\lambda$  de la raie : cette loi est appelée loi de Cauchy. Pour vérifier cette loi, on a tracé en laboratoire la courbe donnée sur le document réponse.

Une fois le goniomètre étalonné, il est ensuite possible de mesurer les longueurs d'onde (en nm) des raies colorées présentes dans le spectre d'émission de différentes entités chimiques :

Dihydrogène ( $H_2$ ) : 410,0 – 434,0 – 486,1 – 656,3

Dioxygène ( $O_2$ ) : 627,7 – 686,7 – 759,4

Fer (Fe) : 430,8 – 438,3 – 466,8 – 495,8 – 516,9 – 527,0

Sodium (Na) : 589,0 – 589,6

Magnésium (Mg) : 516,7 – 517,3 – 518,4.

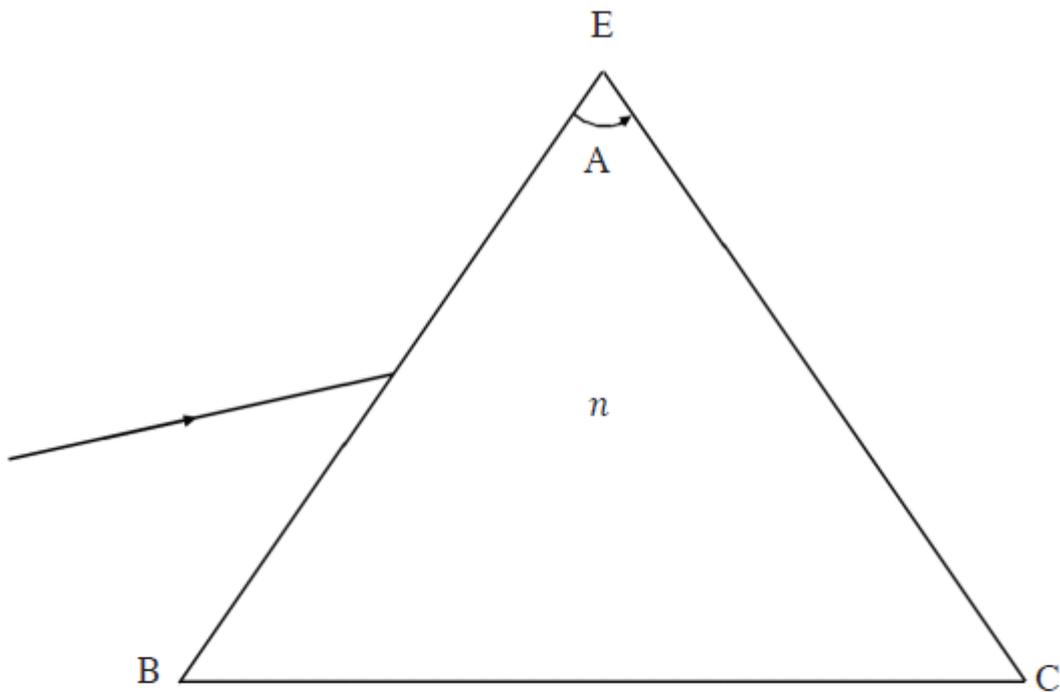
On peut prédire que si ce goniomètre remplaçait le spectrographe STIS à bord d'Hubble, la mesure du minimum de déviation nous permettrait d'obtenir la valeur de l'indice optique au centre de la bande d'absorption :  $n = 1,722$ .

60. A l'aide de la description du problème et du document réponse, déterminer si la couleur bleue de l'atmosphère d'Isis fait d'elle une planète habitable. Une réponse argumentée est attendue.

Aide aux calculs :  $\frac{1}{\sqrt{2,9}} = 0,58722022$  (résultat brut obtenu à la calculatrice).

## ANNEXE 1

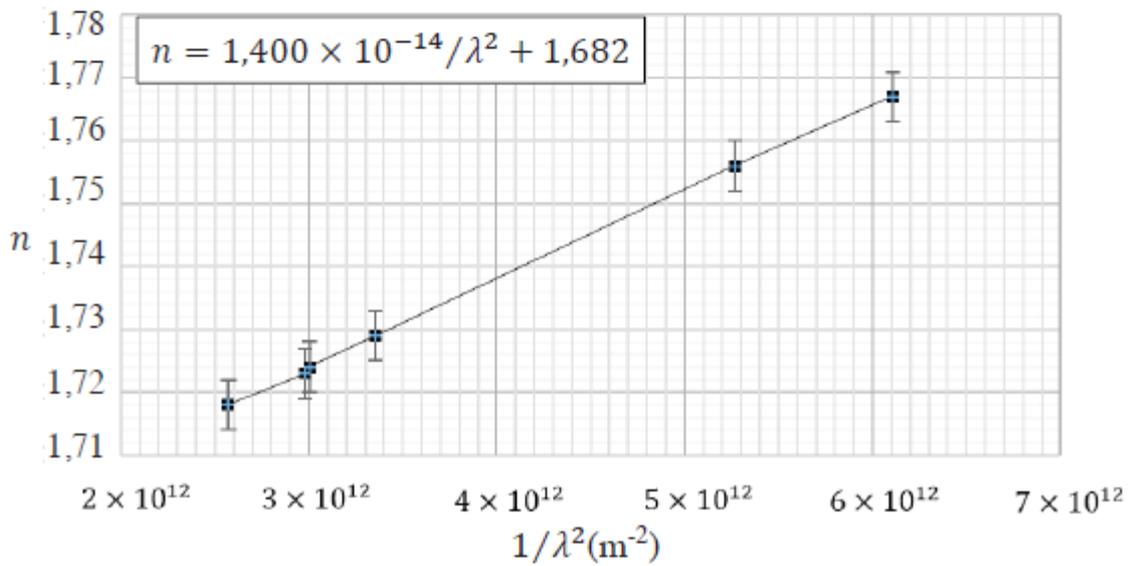
(pour la question 58)



## ANNEXE 2

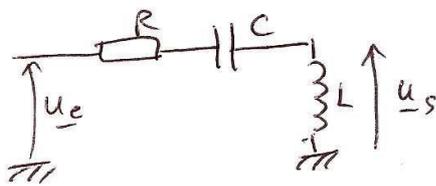
(pour la question 60)

Vérification de la loi de Cauchy

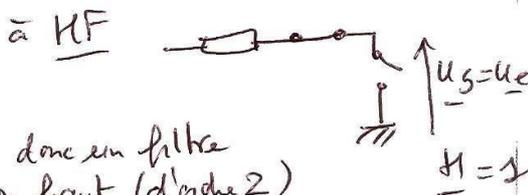


Concours-blanc

Ex1



1/  $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$  et  $Z_L = j\omega L$   
 donc à BF:



on a donc un filtre passe-haut (d'ordre 2)

2/  $H = \frac{u_s}{u_e} = \frac{j\omega L}{R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L}$   
 $= \frac{LC(j\omega)^2}{(1 - LC\omega^2) + jRC\omega} = \frac{(jx)^2}{1 + (jx)^2 + j\frac{x}{Q}}$

avec  $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \omega\sqrt{LC}$   
 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$H_0 = 1$   
 $\frac{x}{Q} = RC\omega$  soit  $\frac{1}{\omega_0 Q} = RC$   
 donc  $Q = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{RC} \sqrt{LC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$   
 $= \frac{L\omega_0}{R}$

3/  $H = |H|$

$= \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}}$   
 $\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(Q\left(x - \frac{1}{x}\right)\right)$

$H_{max} = ?$

La réponse est un peu large : il faut étudier la fonction

$H(x) = \dots = \frac{1}{\sqrt{f(y)}}$

en posant  $y = \frac{1}{x^2}$

et  $f(y) = (y-1)^2 + \frac{y}{Q^2}$

$H_{\text{et max}}$  si  $f(y)_{\text{min}}$  soit

$\frac{df}{dy} = 0 = 2(y-1) + \frac{1}{Q^2}$

soit  $y = 1 - \frac{1}{2Q^2}$

soit  $x = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$

qui n'existe que si  $1 - \frac{1}{2Q^2} > 0$

soit  $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$

et alors la pulsation de résonance est

$\omega_r = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$

et  $|H_{\text{max}}| = \frac{1}{\left(\left(\frac{1}{x^2} - 1\right)^2 + \frac{1}{x^2 Q^2}\right)^{1/2}}$

$= \frac{1}{\left(\left(1 - \frac{1}{2Q^2} - 1\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) \cdot \frac{1}{Q^2}\right)^{1/2}}$

$= \dots = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \rightarrow Q$  si  $Q \gg 1$

alors  $(\text{GdB})_{\text{max}} = 20 \log Q - 10 \log\left(1 - \frac{1}{4Q^2}\right)$

si  $Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ , pas de résonance.

$\text{GdB}_{\text{max}} = 0 \text{ dB} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \text{GdB}$

si  $Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ , on a un passe-haut de bande passante  $[ \omega_c, +\infty [$

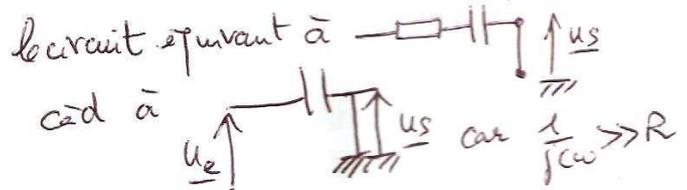
(1)

4) a)  $G_{dB} = 40 \log \omega - 10 \log \left[ (1-\omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{Q^2} \right]$

en BF  $H \sim (\omega)^2$   
 $G_{dB} \sim 40 \log \omega$

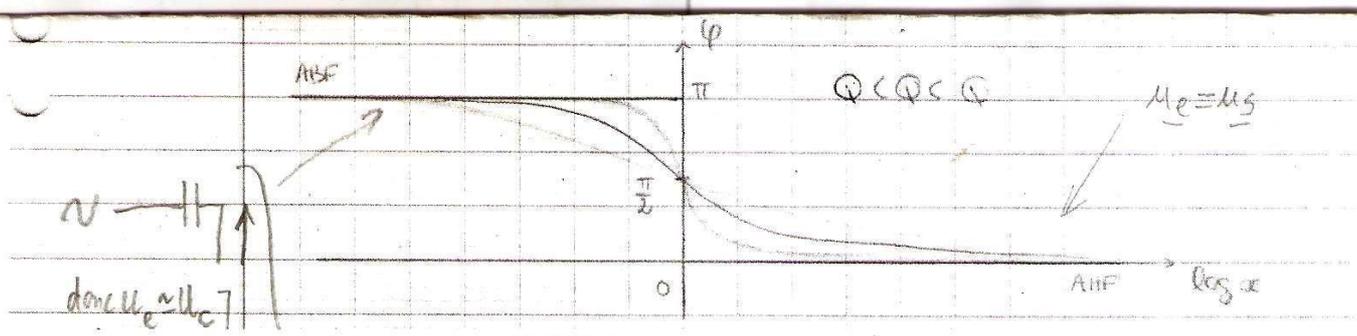
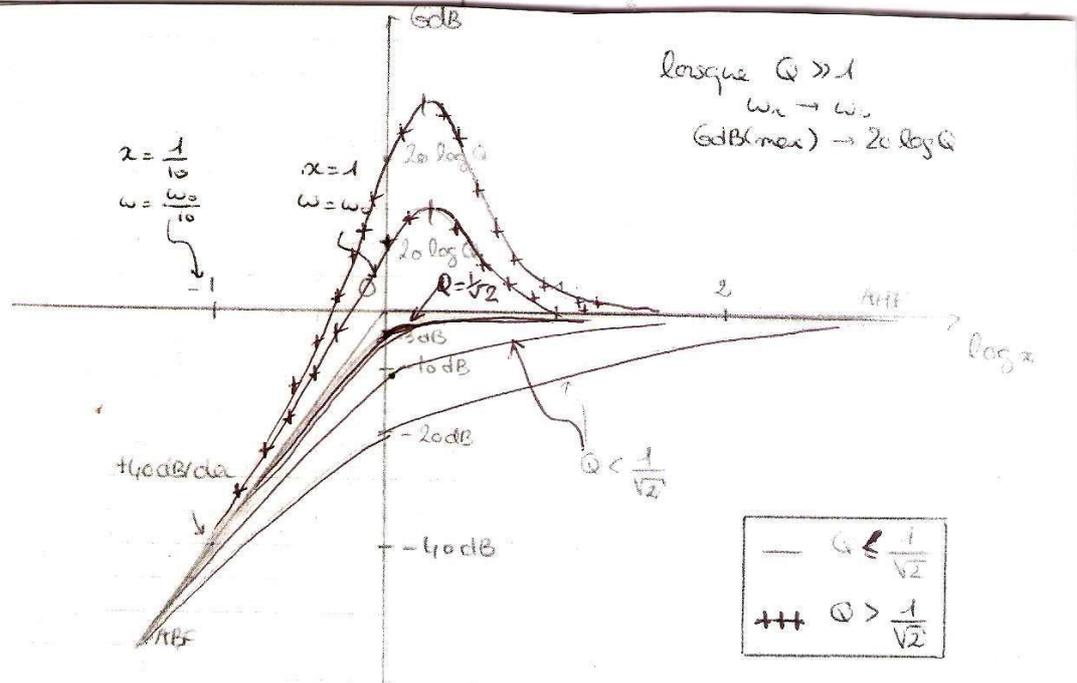
en HF  $H \sim \frac{(\omega)^2}{(j\omega)^2} = 1$   
 $G_{dB} \rightarrow 0$

b) BF  $H \sim -\omega^2$  donc  $\phi \rightarrow \pi$  (et non  $-\pi$ ) (2)



donc  $u_e = u_c$  et  $u_s \approx 0 = u_c$   
 or  $u_c$  est bien en phase de  $+\pi$  par rapport à  $u_e$

KF:  $H \sim 1$  donc  $\phi \rightarrow 0$   
 Rq: Pour  $\omega = 1$ ,  $\phi = \frac{\pi}{2} - \arctan 0 = \frac{\pi}{2}$



Ex 2: DEUG 2014 - Phénomènes de transport.  
Partie (A) - Transport de charges électriques

1/ a)  $[\tau] = \frac{[mv]}{[F]} = \frac{[1]}{[F]}$  or  $\sum \vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

b)  $(-e)\vec{E} - \frac{m\vec{v}}{\tau} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$   
Soit, en projetant sur l'axe des x:

c)  $-eE - \frac{mv}{\tau} = m \dot{v}$   
(Extraité dans le sens  $\vec{e}_x$ )

Soit  $\dot{v} + \frac{v}{\tau} = -\frac{eE}{m}$

$v = v_{SP} + v_{SG} = v_{lim} + A e^{-t/\tau}$

$v_{lim}$  correspondant à  $v = 0$ ste  
donc  $= -\frac{eE}{m}$

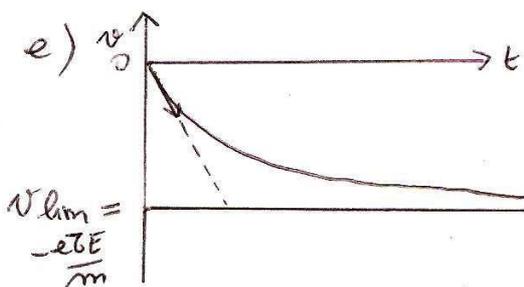
La constante A se détermine d'après la condition initiale à  $t=0, v=0$

$0 = A + v_{lim} \Rightarrow A = -v_{lim}$

Au final  $v = -\frac{eE}{m} (1 - e^{-t/\tau})$

d)  $v \rightarrow -\frac{eE}{m}$  si  $t \rightarrow +\infty$

$\mu = \frac{-e\tau}{m}$  (= mobilité)



f)  $v_{lim} = -4.5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$

$\frac{v}{v_{lim}} = 0.99$  pour  $t = 2\tau \ln 10 = 1.4 \cdot 10^{-13} \text{ s}$   
( $\ln 10 = 2.3$ )

Ce temps est très court par rapport à la période d'un signal ( $10^{-13} \text{ Hz}$ !) donc en pratique, la mise en

mur des  $\vec{e}$  est quasi immédiate.

2/ a)  $j = \frac{dq}{\Sigma dt} \Rightarrow |dq| = j \Sigma dt$

b) or  $|dq|$  est la charge contenue dans le cylindre de base  $\Sigma$  et de hauteur  $|v_{lim}| dt$ , c'est donc  $|dq| = e N^* \times (\text{volume du cylindre})$

$= e N^* \Sigma |v_{lim}| dt$

d'où  $j = \frac{|dq|}{\Sigma dt} = e N^* |v_{lim}|$

c)  $j = e N^* \frac{e\tau}{m} E$

$\sigma = 7 \cdot 10^6 \text{ S.m}^{-1}$

3 a)  $-dV = \vec{E} \cdot d\vec{l} = E dx$

$V_A - V_B = EL = u$

b)  $u = \left(\frac{j}{\sigma}\right)L = \frac{I L}{\sigma S}$  et  $\frac{dV}{dx} = -E = -\frac{I}{\sigma S}$

$j = \frac{I}{S}$   
 $R_{el} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{L}{S} \left( = \rho \frac{L}{S} \right)$

↑  
conductance du matériau

↑  
résistance du matériau.

Ex3  
 $\vec{OM} = r \vec{u}_r$   
 donc  $\vec{v}_M = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \dot{r} \vec{u}_r + r \frac{d\vec{u}_r}{dt}$   
 $= \dot{r} \vec{u}_r + r \dot{\theta} \vec{u}_\theta$

2. Comme  $g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$  (identité entre la force gravitationnelle et le poids (à la surface de la Terre))  
 soit pour un corps de masse  $m$ , en appelant  $M_T$  la masse de la Terre :

$$\frac{GmM_T}{R_T^2} = g_0 m \Rightarrow g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

donc  $\vec{F} = -\frac{GmM_T}{r^2} \vec{u}_r = \boxed{-\frac{mg_0 R_T^2}{r^2} \vec{u}_r}$

(on peut aussi repartir de  $E_p$ , se rappeler que  $dE_p = -\delta W(\vec{F}) = -\vec{F} \cdot d\vec{l} = -F dr$ )  
 soit  $\left| \frac{F}{r} = -\frac{dE_p}{dr} \right.$   $F(r)$  étant la composante de  $\vec{F}$  selon  $\vec{u}_r$ .

donc  $F(r) = -\frac{dE_p}{dr} = g_0 m R_T^2 \frac{d(1/r)}{dr}$   
 $= -\frac{g_0 m R_T^2}{r^2}$  donc  $\boxed{\vec{F} = -\frac{g_0 m R_T^2}{r^2} \vec{u}_r}$

3. Moment cinétique

$$\vec{L}_O = r \vec{u}_r \wedge (\dot{r} \vec{u}_r + r \dot{\theta} \vec{u}_\theta) \cdot m$$

soit en développant  $\vec{L}_O = m r^2 \dot{\theta} \vec{k}$

LMC : Dans  $R_g$ ,  $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{M}_O(\vec{F})$

car  $\vec{F} \parallel \vec{OM} : \vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{0}$

ce qui signifie que  $\vec{L}_O$  est constant dans le temps.

4.  $\vec{v}_M = r \dot{\theta} \vec{u}_\theta = v \vec{u}_\theta$  ; donc  $\vec{a}_M = \frac{d\vec{v}_M}{dt}$

$$\vec{a}_M = \underbrace{-\frac{v^2}{r} \vec{u}_r}_{v \frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -v \dot{\theta} \vec{u}_r} + \underbrace{\left(\frac{dv}{dt}\right) \vec{u}_\theta}_{= -v \frac{v}{r} \vec{u}_r}$$

on retrouve les résultats bien connus (1) (base de Frenet)

soit  $\vec{a}_M = -\frac{v^2}{r} \vec{u}_r + \dot{v} \vec{u}_\theta$

5) Dans  $R_g$ ,  $\vec{F} = m \vec{a}_M$

soit  $-\frac{g_0 m R_T^2}{r^2} \vec{u}_r = -\frac{v^2}{r} \vec{u}_r + \dot{v} \vec{u}_\theta$

donc  $\begin{cases} \dot{v} = 0 \\ \text{en identifiant : } \frac{g_0 R_T^2}{r^2} = \frac{v^2}{r} \end{cases}$

soit  $v^2 = \frac{g_0 R_T^2}{r}$

6)  $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m g_0 R_T^2 \frac{1}{r}$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m g_0 R_T^2 \frac{1}{r} - g_0 m R_T^2 \frac{1}{r}$$

$$= \left[ \frac{1}{2} g_0 m R_T^2 \frac{1}{r} \right] < 0$$

car  $E_m = 0$  à l'os (à l'os ( $E_c = 0$ ,  $E_p = 0$ ))

d'après le choix de la constante additive fait dans l'énoncé)  
 donc forcément  $E_m < 0$  ( $E_m$  passe  $\uparrow$ ,  $E_m$  varie  $\downarrow$ )

7)  $E_m = -90 \text{ GJ}$  pour  $r_b = 8 \cdot 10^6 \text{ m}$   
 $E_m = -20 \text{ GJ}$  pour  $r_h = 4 \cdot 10^7 \text{ m}$

8)  $dE_m = \delta W_{\text{fnc}} = 0$  ici donc le système est conservatif :  $E_m$  ne varie pas. on peut mettre  $E_m$  sous la forme, grâce à  $v^2 = (\dot{r})^2 + (r\dot{\theta})^2$

$$E_m = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2) - \frac{g_0 m R_T^2}{r}$$

(ici le mot n'est pas nécessairement circulaire, il est quelconque ...)

or  $\frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 = \frac{m^2 r^4 \dot{\theta}^2}{2 m r^2} = \frac{L_0^2}{2 m r^2}$

donc  $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{L_0^2}{2 m r^2} - \frac{g_0 m R_T^2}{r}$   
 $E_{p, \text{eff}}(r)$

9)  $E_c \geq 0 \Leftrightarrow E_m \geq E_{p, \text{eff}}(r)$   
 radiale  
 c'est  $\frac{1}{2} m v^2 \geq 0$

10) a) ellipse :  $r$  bornée entre 2 valeurs  $\rightarrow E_m$   
 • hyperbole  $r > r_{\text{min}} \rightarrow E_m$   
 (les valeurs possibles pour  $r$  correspondent à la partie de la courbe  $E_{p, \text{eff}}$  positionnée sous l'ordonnée  $E_m$  en vertu de 9).

b) cercle si  $r$  ne prend qu'une valeur possible :  $E_m = E_{p, \text{eff}}(r_{\text{min}})$   
 (minimum de la courbe)

11) en A ou P,  $r$  passe par un maximum ou un minimum au cours du temps donc  $\dot{r} = 0$   
 Par ailleurs, on voit que  $r_h + r_b = 2a$

12)  $E_m = \text{cette s'écrit}$   
 $0 + \frac{L_0^2}{2mr^2} - g_0 m \frac{R_T^2}{r} = E_m$   
 soit  $L_0^2 - g_0 m^2 R_T^2 r = 2mr^2 E_m$   
 soit  $r^2 + \frac{g_0 m R_T^2}{E_m} r - \frac{L_0^2}{2mE_m} = 0$

qd  $\dot{r} = 0$  c'est par  $r = r_b$  ou  $r_h$   
 donc  $r_b$  et  $r_h$  sont solutions de cette équation.  
 $\alpha = \frac{g_0 m R_T^2}{E_m}$  ;  $\beta = -\frac{L_0^2}{2mE_m}$

13) la somme des racines  $\Sigma = -\alpha = -\frac{g_0 m R_T^2}{E_m}$   
 soit par ailleurs  $\Sigma = r_h + r_b$   
 (somme des 2 racines)  
 donc  $r_h + r_b (=2a) = -\frac{g_0 m R_T^2}{E_m}$

donc, sur cette orbite de transfert

$$E_m = -\frac{g_0 m R_T^2}{2a}$$

14)  $r_b$  sur l'orbite basse circulaire (au minimum de la courbe donc) vaut 8000 km et l'énergie correspondante sur l'orbite de transfert est de  $-30 \text{ GJ}$ ; par cette même ordonnée de  $-30 \text{ GJ}$ , on trouve une autre valeur de  $r$  extrême (maximale), c'est  $r_h$  on lit bien  $r_h = 40000 \text{ km}$ .

15) On lit  $E_{m,b} = -100 \text{ GJ}$   
 $E_{m,h} = -20 \text{ GJ}$

16)  $\Delta E_m = E_{m,h} - E_{m,b} = 70 \text{ GJ}$   
 d'où  $m_c = \frac{70 \text{ GJ}}{50 \text{ MS/kg}} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ kg}$

17)  $n_2$  } dans moteurs vulcans Ariane (ergols car fluides)  
 $- O_2$   
 - orbite géostationnaire = le satellite y est immobile par rapport à la surface terrestre  
 $h = 35.000 \text{ km}$

18)  $v = \frac{2\pi r}{T}$  donc  $v^2 = \frac{g_0 R_T^2}{r}$  donne  $T = \frac{4\pi^2 r^3}{g_0 R_T^2}$   
 (3<sup>e</sup> loi de Kepler)

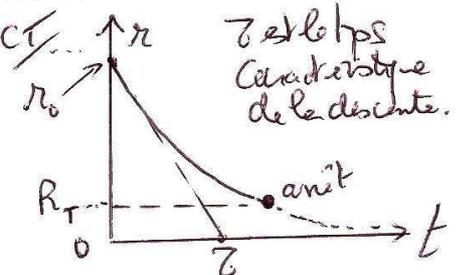
19)  $\dot{E}_m = P(\vec{f}_{nc}) \cdot (-k\vec{v}) \cdot \vec{v} = -k v^2$   
 soit  $\frac{d}{dt} \left( \frac{g_0 m R_T^2}{2r} \right) = -\frac{g_0 m R_T^2}{2} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \right) \left( \frac{dr}{dt} \right) = -k v^2$   
 soit  $\frac{g_0 m R_T^2}{2r^2} \left( \frac{dr}{dt} \right) = -k v^2 = -k \frac{g_0 R_T^2}{r}$   
 d'où  $\left( \frac{dr}{dt} \right) + \frac{2k}{m} r = 0$   $\left[ \tau = \frac{m}{2k} \right]$

$[E] = \frac{M}{[F]/[v]}$  or  $[F] = M T^{-2}$   
 donc  $[E] = T$  d'après  $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$

20) En intégrant cette équation différentielle du 1<sup>er</sup> ordre. Compte-tenu de la C.T.

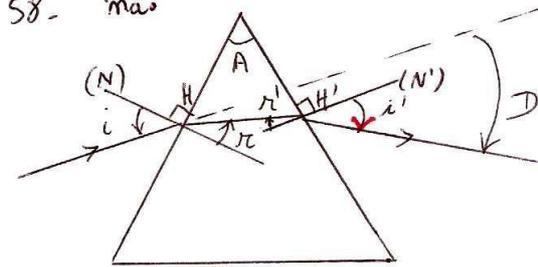
$r = r_0 \cdot e^{-t/\tau}$

21)



Ex 4

57. le rayon réfracté, réfléchi et incident sont dans le même plan (plan d'incidence) défini par l'incident et la normale N



59. Dans le triangle AHH' : on a

$$\left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) + A = \pi$$

$$\Leftrightarrow A = r + r'$$

Le rayon ressort par le face EC si l'angle  $r'$  est supérieur à l'angle d'incidence limite  $i_L$  par le dioptre  $n/1$

$$\left(\text{on a } \sin i_L = \frac{1}{n}\right)$$

$$\text{soit } r' < i_L$$

$$\Leftrightarrow A - r < i_L$$

$$\Leftrightarrow r > A - i_L$$

Soit, au niveau, du dioptre EB :

$$n \sin r = \frac{\sin i}{n} \sin(A - i_L)$$

$$\text{soit } n \sin i > n \cdot \sin(A - i_L)$$

$$\boxed{n \sin i > n \cdot \sin\left(A - \text{Arcsin}\left(\frac{1}{n}\right)\right)}$$

60.  $n = 1,722$  donne, par l'équation  $(1,722 - 1,682) = 40 \cdot 10^{-3} = \frac{1,4 \cdot 10^{-14}}{\lambda^2}$

$$\rightarrow \lambda^2 = \frac{10^{-12}}{2,8} \text{ ou par}$$

lecture directe sur le graphique :

$$n = 1,722 \rightarrow \frac{1}{\lambda^2} = 2,9 \cdot 10^{12}$$

$$\text{soit } \lambda^2 = \frac{1}{2,9 \cdot 10^{12}} = \frac{10^{-12}}{2,9} \quad (3)$$

$$\text{soit } \lambda = \frac{10^{-6}}{\sqrt{2,9}} \quad \text{soit la même chose (--- } \lambda = 591 \text{ nm)}$$

$$= 0,587 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 587 \text{ nm}$$

qui correspond au doublet de Na et ne peut correspondre aux raies de H $\alpha$  O, donc exclut la présence d'eau - Isis n'est pas habitable.

(elle est bleue car Na absorbe le jaune du spectre solaire)

