Chap 1 :Description et paramétrage du mouvement d'un point , d'un solide.

I.Le cadre de la mécanique classique

1)Définitions

La mécanique est l'étude des systèmes matériels en mvmt.
La mécanique classique =Newtonienne est valable tant que :
-la vitesse du système v est <<c (≠ mécanique relativiste), le temps y est absolu (il s'écoule de la même manière pour tout observateur même si ce dernier est en mouvement).
-la longueur d'onde associée au système (λ_{DB})<< L , taille caractéristique du système(≠ mécanique quantique)

La cinématique est le domaine de la mécanique consacré à la ***description du mouvement*** *sans faire référence à ses causes.*

2)Référentiels et repères (ou systèmes de coordonnées**)**

Le mouvement est toujours relatif à celui qui l'observe, c'est-à-dire au **référentiel**. (le mouvement absolu n'existe pas) .Il faut dc définir un référentiel =*solide de référence (ou système de 3 axes) par rapport auquel on étudie le mvt*. On lui associe un **repère d'espace** ou **systèmes de coordonnées** (origine et systèmes de 3 axes orthogonaux avec unité de mesure, **et un repère temporel** (origine des temps + unité de mesure)

II.Repérage d'un point

1)Sans repère : abscisse curviligne

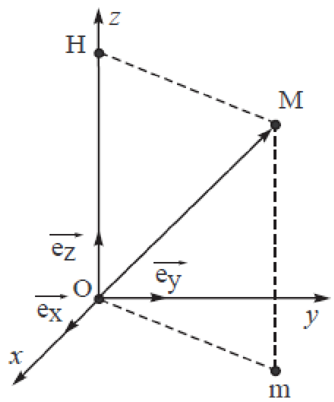
Il faut disposer de la trajectoire orientée
s=$\widetilde{OM}$

2)systèmes de coordonnées et base

Un repère orthonormé (O,x,y,z) étant choisi , un point M est repéré à chaque instant par 3 coordonnées(longueurs ou angles) ; celles-ci sont des fonctions du temps (équations « horaires ») . on définit ainsi 3 systèmes de coordonnées auxquels sont associées 3 bases orthonormées.

a)Les coordonnées cartésiennes

M est projeté orthogonalement sur les 3 axes :
x , y et z se nomment :abscisse , ordonnée et cote
La base cartésienne est orthonormée directe : ($\overrightarrow{e_x}$, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$) ; on a $\overrightarrow{e_z}$ =$\overrightarrow{e_x}\, X\, \overrightarrow{e_y}$
etc…..elle est fixe dans R, le référentiel.
Le vecteur-position $\overrightarrow{OM}$ (= $\vec{r}$) se décompose en : $\overrightarrow{OM}$ =x $\overrightarrow{e_x}$ +y$\overrightarrow{e_y}$ + z$\overrightarrow{e_z}$
on peut noter les coordonnées en ligne ou en colonne :

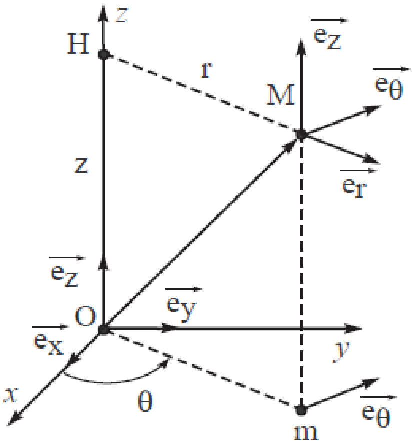


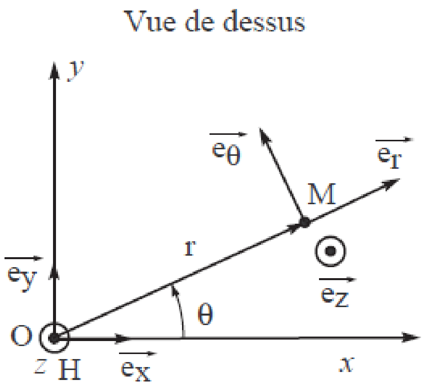
M(x,y,z) ou $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$ Rq :OM=$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

b)Les coordonnées cylindriques

m est le projeté de M dans le plan (xOy)
Puis m est repéré par une distance :r=Om et un angle :θ =(Ox ,Om) [*coordonnées polaires*]
r est donc aussi la distance de M à l'axe Oz
r varie de 0 à +∞ , θ de 0 à 2π et z est le même qu'en cartésiennes (de -∞ à +∞)
La base locale cylindrique varie donc avec M : c'est ($\overrightarrow{e_r}$, $\overrightarrow{e_\theta}$, $\overrightarrow{e_z}$) , orthonormée directe on a $\overrightarrow{e_z}$ =$\overrightarrow{e_r}\, X\, \overrightarrow{e_\theta}$
etc….. , alors que ($\overrightarrow{e_x}$, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$) est fixe dans R.
$\overrightarrow{e_r}$=vecteur radial est dirigé de O vers m (càd de H vers M) ; $\overrightarrow{e_\theta}$ = vecteur orthoradial est ⊥ $\overrightarrow{e_r}$ dirigé vers les θ croissants .
M (r,θ,z)

Dans le plan (xOy) , ($\vec{e_r}$, $\vec{e_\theta}$) n'est autre que la base polaire.





$\vec{e_r}$=cosθ.$\vec{e_x}$+ sinθ.$\vec{e_y}$

$\vec{e_\theta}$=- sinθ.$\vec{e_x}$+ cosθ.$\vec{e_y}$

On constate : $\vec{e_\theta} = \frac{d\vec{e_r}}{d\theta}$

et - $\vec{e_r} = \frac{d\vec{e_\theta}}{d\theta}$

(dériver une fois par rapport à θ un vecteur unitaire de la base polaire revient à le faire pivoter de $+\frac{\pi}{2}$)

On a $\vec{OM} = \vec{Om} + \vec{mM}$ = r$\vec{e_r}$ + z$\vec{e_z}$

c)Les coordonnées sphériques

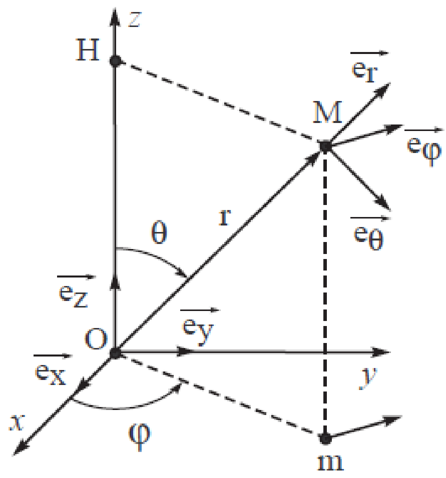
m est encore le projeté de M dans le plan (xOy)

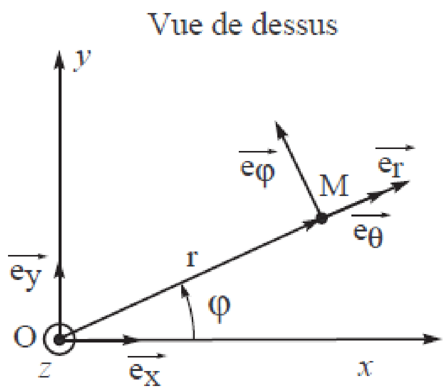
r est la distance de O à M :r=OM (de 0 à+∞)

θ=(Oz,OM)∈[0, π] (colatitude)

φ=(Ox,Om))∈[0,2 π[(longitude)

M (r,θ, φ)





La base locale sphérique varie donc avec M : c'est ($\boldsymbol{\vec{e_r}}$ **,** $\boldsymbol{\vec{e_\theta}}$ **,** $\boldsymbol{\vec{e_\varphi}}$) , orthonormée directe on a $\vec{e_\varphi} = \vec{e_r} \times \vec{e_\theta}$ etc….. , alors que ($\vec{e_x}$, $\vec{e_y}$, $\vec{e_z}$) est fixe dans R.

$\vec{e_r}$ est dirigé de O vers M

$\vec{e_\theta}$ est dans le plan OHM (ou OMm) dirigé dans le sens des θ croissants

$\vec{e_\varphi}$ est dans le plan(Oxy) dirigé dans le sens des φ croissants et normal aux deux premiers vecteurs de base.

Ici , $\vec{OM}$ s'écrit tout simplement $\vec{OM}$= r$\vec{e_r}$

d)Déplacement élémentaire

d1)En coordonnées cartésiennes

-on réalise une variation (ou accroissement) infinitésimale dx de x : x→ x+dx à y et z fixés

soit un vecteur déplacement élémentaire $\vec{MM_1}$ = dx$\vec{e_x}$

-de même une variation infinitésimale dy de y : y→ y+dy à x et z fixés

soit un vecteur déplacement élémentaire $\vec{MM_2}$ = dy$\vec{e_y}$

-et une variation infinitésimale dz de z : z→ z+dz à y et z fixés

soit un vecteur déplacement élémentaire $\vec{MM_1}$ = dx$\vec{e_x}$

Le déplacement infinitésimal résultant quand x→ x+dx , y→ y+dy et z→ z+dz est noté d$\vec{OM} = \vec{MM'}$ = dx $\vec{e_x}$ +dy$\vec{e_y}$ + dz$\vec{e_z}$

d2)En coordonnées cylindriques

Si on crée la variation r→r +dr , le déplacement qui s'ensuit est $\vec{MM_1}$ = dr$\vec{e_r}$

Si on crée la variation θ→ θ +dθ , le déplacement qui s'ensuit est $\vec{MM_2}$ = rdθ $\vec{e_\theta}$

Si on crée la variation z →z +dz , le déplacement qui s'ensuit est $\vec{MM_3}$ = dz$\vec{e_z}$

Au final , Le déplacement infinitésimal résultant quand on combine les 3 variations est d$\vec{OM} = \vec{MM'}$= dr$\vec{e_r}$+ rdθ $\vec{e_\theta}$+ dz$\vec{e_z}$

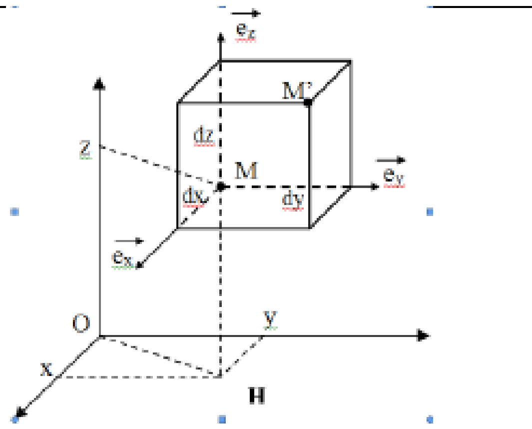
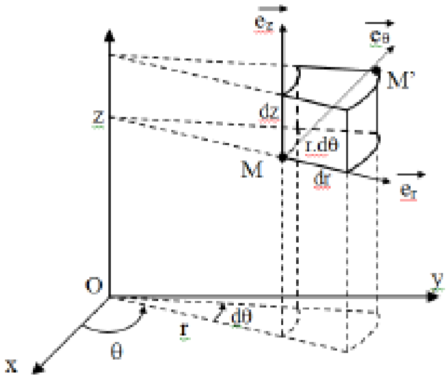
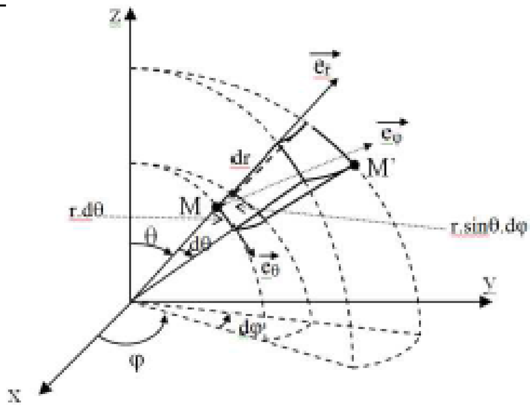
d3)En coordonnées sphériques

Si on crée la variation r→r +dr , le déplacement qui s'ensuit est $\overrightarrow{MM_1}$ = dr$\overrightarrow{e_r}$

Si on crée la variation θ→ θ +dθ , le déplacement qui s'ensuit est $\overrightarrow{MM_2}$ = rdθ $\overrightarrow{e_\theta}$

Si on crée la variation φ → φ +d φ , le déplacement qui s'ensuit est $\overrightarrow{MM_3}$ = $\overrightarrow{mm_3}$ =r.sinθ.dφ $\overrightarrow{e_\varphi}$

Au final , Le déplacement infinitésimal résultant quand on combine les 3 variations est d$\overrightarrow{OM}$ = $\overrightarrow{MM'}$= dr$\overrightarrow{e_r}$+ rdθ $\overrightarrow{e_\theta}$+ dz$\overrightarrow{e_z}$ r.sinθ.dφ $\overrightarrow{e_\varphi}$

Système de coordonnées	Déplacement élémentaire
Cartésiennes	 $\overrightarrow{dl} = dx\overrightarrow{e_x} + dy\overrightarrow{e_y} + dz\overrightarrow{e_z}$
Cylindriques	 $\overrightarrow{dl} = dr\overrightarrow{e_r} + rd\theta\overrightarrow{e_\theta} + dz\overrightarrow{e_z}$
Sphériques	 $\overrightarrow{dl} = dr\overrightarrow{e_r} + rd\theta\overrightarrow{e_\theta} + r\sin\theta d\varphi\overrightarrow{e_\varphi}$

III.Eléments de cinématique

1.Vecteur vitesse.

a) définition

Dans un référentiel R , soit un point matériel M en mvt. Soit O , un point fixe dans R.

Dans R , M passe par différentes positions au cours du temps. Sa ***trajectoire*** = *ensemble des positions successivement occupées.*

C'est donc une courbe paramétrée :(x(t) ,y(t) , z(t)) en coordo. cartésiennes par ex.

Le vecteur-vitesse $\vec{v}$ exprime la variation temporelle de $\overrightarrow{OM}$

Si le point passe de M à M' entre 2 instants très proches t et t' , $\vec{v}(M)_R = \lim_{t'\to t}\left(\frac{\overrightarrow{MM'}}{t'-t}\right)_R$

Mathématiquement , $\boldsymbol{\vec{v}(M)_R=\left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R}$

Rq :* $\vec{v}(M)_R$ dépend du référentiel R mais pas de O , pourvu qu'il soit fixe dans R.

* il est tangent en M à la trajectoire car // à $d\overrightarrow{OM}$

$\boldsymbol{d\overrightarrow{OM}}$ est aussi noté $\boldsymbol{\overrightarrow{dl}}$=$\lim_{M'\to M}(\overrightarrow{MM'})$ et $\vec{v}(M)_R$ est orienté dans le sens du mvt.

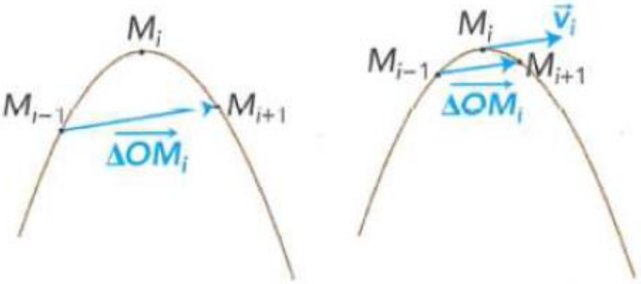
On a aussi $\boldsymbol{\vec{v}(M)_R=\left(\frac{d\vec{l}}{dt}\right)_R}$

*S'il est constant en norme :$\|\vec{v}\|$ =Cstte : alors le mouvement est uniforme

* S'il est constant en direction , alors le mouvement est rectiligne

*S'il est constant : $\vec{v} = \overrightarrow{Cstt}$, alors le mouvement est rectiligne uniforme (RU).

$$\boxed{\vec{v}_i = \lim_{\Delta t_i \to 0} \frac{\overrightarrow{M_{i+1}M_{i-1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}}}, \text{ avec } \Delta t_i = t_{i+1} - t_{i-1}$$



re I-18 : approximation de la vitesse instantanée

b) composantes dans les 3 bases

b1.Cartésienne

On a $\begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases}$ fonctions du temps (équations paramétrées par t) =équations horaires

$\overrightarrow{OM}$ =x $\overrightarrow{e_x}$ +y$\overrightarrow{e_y}$ + z$\overrightarrow{e_z}$

Dans R, on dérive par rapport au temps ;or les 3 vecteurs unitaires de base sont fixes donc on obtient :

$\boldsymbol{\vec{v}}$**(M)**$_R$=$(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt})_R$= $\frac{dx}{dt}\overrightarrow{e_x} + \frac{dy}{dt}\overrightarrow{e_y} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{e_z} = \dot{x}\overrightarrow{e_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{e_y} + \dot{z}\overrightarrow{e_z}$

soit $\vec{v}\begin{cases} v_x = \dot{x} \\ v_y = \dot{y} \\ v_z = \dot{z} \end{cases}$

Exo : soit le mvt défini par les équations horaires$\begin{cases} x(t) = 3t \\ y(t) = 3t^2 + 2t + 1 \\ z(t) = 4 \end{cases}$Déterminer $\vec{v}$,puis $\|\vec{v}\|$ notée aussi v

[Rappel : soit les fonctions a(b) et b(c), a est donc une fonction composée a(c) ; le schéma est c→b(c) → a[b(c)] alors (dérivée d'une fonction composée) : $\frac{da}{dc} = \frac{da}{db}.\frac{db}{dc}$

De même pour un vecteur , si c→b(c) → $\vec{A}$ [b(c)] alors : $\frac{d\vec{A}}{dc} = \frac{d\vec{A}}{db}.\frac{db}{dc}$]

b2.Cylindrique

-Méthode 1 : $\overrightarrow{OM}$ = r$\overrightarrow{e_r}$ + z$\overrightarrow{e_z}$; cette fois $\overrightarrow{e_r}$ varie dans le temps (mais pas $\overrightarrow{e_z}$)

$\vec{v}(M)_R = (\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt})_R = \frac{dr}{dt}\overrightarrow{e_r} + r\frac{d\overrightarrow{e_r}}{dt} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{e_z}$ or $\frac{d\overrightarrow{e_r}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{e_r}}{d\theta}.\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{e_\theta}$ dc $\underline{\vec{v} = \dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\,\overrightarrow{e_\theta} + \dot{z}\overrightarrow{e_z}}$ soit $\vec{v} = v_r\,\overrightarrow{e_r} + v_\theta\,\overrightarrow{e_\theta} + v_z\,\overrightarrow{e_z}$

Rq : on a aussi $\|\vec{v}\| = \sqrt{{v_r}^2 + {v_\theta}^2 + {v_z}^2} = \sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2 + \dot{z}^2}$

On peut écrire alors les coordonnées de $\vec{v}$ ds la base cylindrique : $\vec{v}\begin{cases} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \\ \dot{z} \end{cases}$

-Méthode 2 :utiliser le déplacement élémentaire vu plus haut : d$\overrightarrow{OM}$ = $\overrightarrow{MM'}$= $d\vec{l}$ =d$r\overrightarrow{e_r}$+ rdθ $\overrightarrow{e_\theta}$+ dz$\overrightarrow{e_z}$

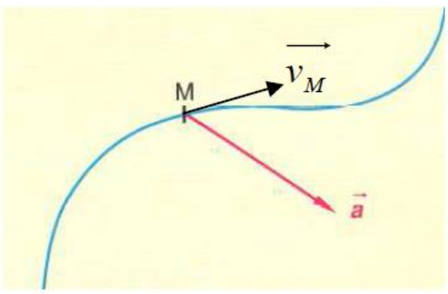
et $\boldsymbol{\vec{v}} = \frac{d\vec{l}}{dt}$ **soit** $\vec{v} = \frac{dr\overrightarrow{e_r} + rd\theta\,\overrightarrow{e_\theta} + dz\overrightarrow{e_z}}{dt} = \dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\,\overrightarrow{e_\theta} + \dot{z}\overrightarrow{e_z}$

ex :cas où $\begin{cases} \dot{r} = 0 \\ \\ \dot{z} = Cstte \end{cases}$ -> mvt circulaire uniforme d'axe Oz , alors $\boldsymbol{\vec{v}} /\!/ \overrightarrow{e_\theta}$

b3.Sphérique

$\overrightarrow{OM}$ = r$\overrightarrow{e_r}$; $\vec{v}(M)_R = (\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt})_R = \frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{dr\overrightarrow{e_r} + rd\theta\,\overrightarrow{e_\theta} + dz\overrightarrow{e_z}\ r.\sin\theta.d\varphi\,\overrightarrow{e_\varphi}}{dt}$

Coordonnées de $\vec{v}$ ds la base sphérique : $\vec{v}\begin{cases} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \\ r\sin\theta.\dot{\varphi} \end{cases}$



2.Vecteur accélération.

a) définition

Le vecteur-vitesse $\vec{a}$ exprime la variation temporelle de $\vec{v}$

Si le point passe de M à M' entre 2 instants très proches t et t' , $\vec{a}(M)_R = \lim_{t' \to t}(\frac{\vec{v'} - \vec{v}}{t' - t})_R$

Mathématiquement , $\vec{a}(\mathbf{M})_{\mathbf{R}}=(\frac{d\vec{v}}{dt})_{\mathbf{R}} =(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2})_{\mathbf{R}}$

Rq :* $\vec{a}(M)_R$ dépend du référentiel R mais pas de O , pourvu qu'il soit fixe dans R.

$$\boxed{\vec{a}_i = \lim_{\Delta t_i \to 0} \frac{\overrightarrow{v_{i+1}} - \overrightarrow{v_{i-1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}}}, \text{ avec } \Delta t_i = t_{i+1} - t_{i-1}$$

*Si la trajectoire est courbée , il est toujours dirigé **vers l'intérieur** de la courbure.

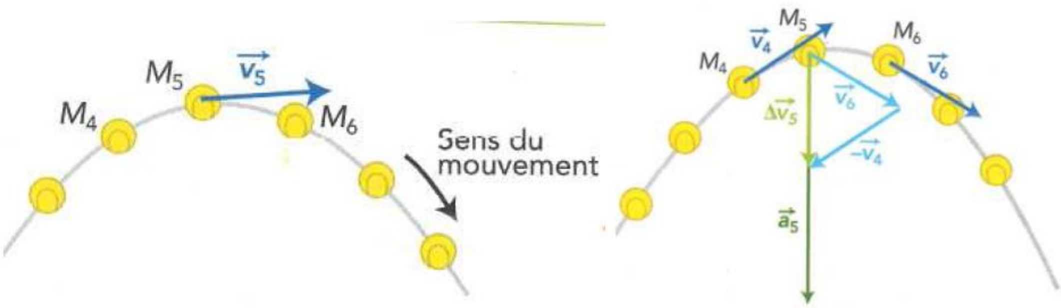


Figure I-20 : approximation de l'accélération instantanée

***Base de Frenet** : $\vec{a}$ peut être décomposé en :

-une composante tangentielle $\overrightarrow{a_T}$ tangente à la trajectoire dc // $\vec{v}$ et due aux variations de $\|\vec{v}\|$ =v

-une composante normale $\overrightarrow{a_N}$ (càd normale à $\vec{v}$) , dirigée vers l'intérieure (accélération normale centripète) traduisant la variation de $\vec{v}$ en direction.

$\vec{a}=\overrightarrow{a_T} +\overrightarrow{a_N}$

$\vec{a}=\frac{dv}{dt}\vec{\tau} +\frac{v^2}{\rho}\vec{n}$ $=a_T\,\vec{\tau} + a_N\,\vec{n}$ avec : $\vec{\tau}$:vecteur unitaire tangentiel , ds le sens du mvt ; $\vec{n}$ **:** vecteur unitaire normal , vers l'intérieur de la courbure , v=$\|\vec{v}\|$ et $\boldsymbol{\rho}$ le rayon de courbure de la trajectoire au point M càd le rayon du cercle osculateur (càd tangent à celle-ci) au point M .

Démonstration :

b)Composantes

b1.Cartésienne

$\vec{a}=(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2})_{\mathbf{R}} = \frac{d^2x}{dt^2}\overrightarrow{e_x} + \frac{d^2y}{dt^2}\overrightarrow{e_y} +\frac{d^2z}{dt^2}\overrightarrow{e_z}=\ddot{\boldsymbol{x}}\,\overrightarrow{\boldsymbol{e_x}} +\ddot{\boldsymbol{y}}\,\overrightarrow{\boldsymbol{e_y}} +\ddot{\boldsymbol{z}}\overrightarrow{\boldsymbol{e_z}}$ soit $\vec{a}\begin{cases} a_x = \ddot{\boldsymbol{x}} \\ a_y = \ddot{\boldsymbol{y}} \\ a_z = \ddot{\boldsymbol{z}} \end{cases}$

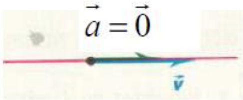
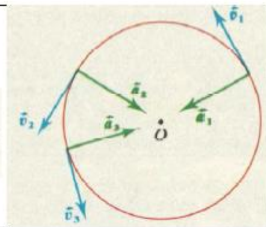
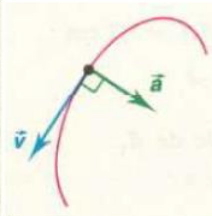
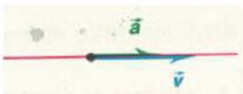
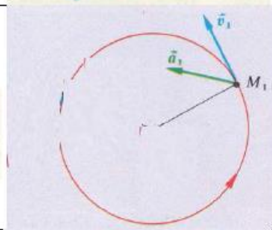
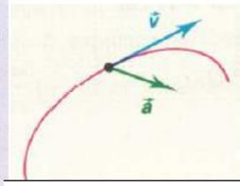
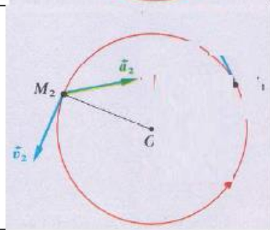
b2.Cylindrique

On avait $\vec{v}\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} \\ \mathbf{r}\dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{cases}$ soit $\vec{a}(M)_R=(\frac{d\vec{v}}{dt})_R = \frac{d}{dt}(\dot{r}\overrightarrow{e_r} +r\dot{\theta}\,\overrightarrow{e_\theta} +\dot{z}\overrightarrow{e_z})$ =….

En utilisant $\frac{d\vec{e_r}}{dt} = \frac{d\vec{e_r}}{d\theta}.\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\,\vec{e_\theta}$ et $\frac{d\vec{e_\theta}}{dt} = \frac{d\vec{e_r}}{d\theta}.\frac{d\theta}{dt} = -\,\dot{\theta}\,\vec{e_r}$ soit $\vec{a}\begin{cases}\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \\ \ddot{z}\end{cases}$ (non exigible)

3)Evolution de la norme de la vitesse et exemples.

Il faut considérer le produit scalaire $\vec{v}.\vec{a}$:

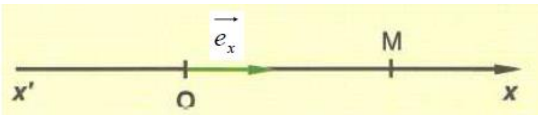
Mouvement	**Norme de *v***	**Orientation relative de $\vec{v}$ et $\vec{a}$**	**Exemples**		
Uniforme	*v=cste*	$\vec{v}.\vec{a}=0$ $\vec{v}\perp\vec{a}$ ou $\vec{a}=\vec{0}$ (MCU) ou (MRU) $\alpha=\pm\frac{\pi}{2}$			
Accéléré	$\frac{dv}{dt}>0$	$\vec{v}.\vec{a}>0$ cosα>0 $\alpha\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$			
Décéléré	$\frac{dv}{dt}<0$	$\vec{v}.\vec{a}<0$ cosα<0 $\alpha\in\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$			

IV.Mouvements particulers simples

1.Mvt avec $\vec{a}=\vec{0}$

$\leftrightarrow$ $\vec{v}=\overrightarrow{Cstt}$ $\leftrightarrow$ mvt RU ou repos.

Ex :*mvt à1-D (rectiligne)

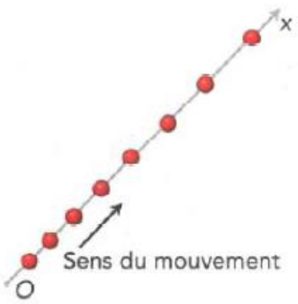
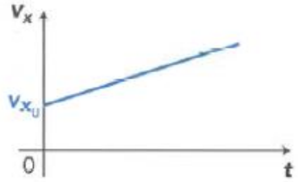


*mvt à 2-D (plan)

2.Mvt avec $\vec{a}=\overrightarrow{Cstt}$ ($\neq\vec{0}$)

a)Mvt rectiligne

C'est ce qui se produit si à une certaine date (t=0 par ex) $\vec{v}$ //$\vec{a}$. on a alors un mouvement rectiligne uniformément varié (RUV) ….soit accéléré , soit décéléré . Par ex : accélération ou freinage d'une auto en ligne droite

Chronophotographie du mouvement	Représentation graphique de la coordonnée x en fonction du temps	Représentation graphique de la coordonnée v_x en fonction du temps	Représentation graphique de la coordonnée a_x en fonction du temps
	 Équation de la représentation graphique : $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_{x_0} \cdot t^2 + v_{x_0} \cdot t + x_0$	 Équation de la représentation graphique : $v_x(t) = a_{x_0} \cdot t + v_{x_0}$	 Équation de la représentation graphique : $a_x(t) = a_{x_0}$

b)<u>Cas général à 3-D</u>

<u>Exemple : Chute libre</u>

(Sans frottements)

$\vec{a} = \vec{g} \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{cases}$ le « plan de tir » est $(M_0, \vec{a}, \overrightarrow{v_0})$

CI : on prend $\overrightarrow{OM_0} \begin{bmatrix} x_0 \\ 0 \\ z_0 \end{bmatrix}$, $\overrightarrow{v_0} \begin{bmatrix} v_{0x} = v_0 \ cos\alpha \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = v_0 \ sin\alpha \end{bmatrix}$

<u>On intègre successivement les coordonnées de $\vec{a}$ puis celles de $\vec{v}$ en tenant compte des C.I.pour la détermination des csttes d'intégration :</u>

On obtient : $\vec{v} \begin{cases} \dot{x} = v_0 \ cos\alpha \\ \dot{y} = 0 \\ \dot{z} = -gt + v_0 \ sin\alpha \end{cases}$ et $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_0 \, t \, cos\alpha + x_0 \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \ t sin\alpha + z_0 \end{cases}$ d'où l'équation de la trajectoire :

z=…………………………………………...

(parabole)

Démonstration :

Soit H ,le point de culmination,

Représenter $\vec{v}$ et $\vec{a}$ de M_0 à H de H à …….

Tracé des courbes $\dot{x}$(t) ,$\dot{z}$(t) ,$\ddot{x}(t)$ et $\ddot{z}(t)$,x(t) ,z(t)

3.Mvt circulaire

*Par ex de centre O , dans le cas général (non circulaire uniforme) :

On utilise le repère cylindrique à 2-D (càd la base polaire :notations du schéma : $\vec{e_r} = \vec{u_r}$, $\vec{e_\theta} = \vec{u_\theta}$ et $\vec{e_z} = \vec{u_z}$

M$\left[\begin{array}{l} r = R \\ \theta \end{array}\right.$ d'où $\vec{v}\left[\right.$ et $\vec{a}\left[\begin{array}{l} \dots\dots\dots = -a_N \\ \dots\dots\dots.. = a_T \end{array}\right.$

Soit **v=R$\dot{\theta}$** $\vec{a}$ =

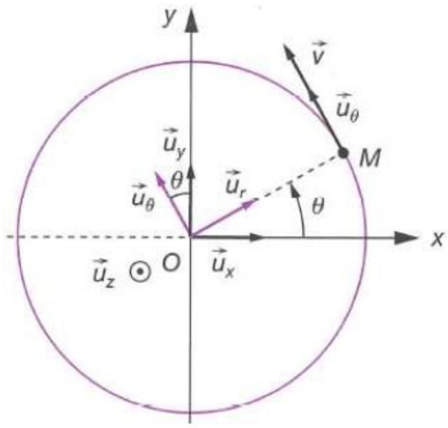


Figure I-32 : mouvement circulaire

*<u>Dans la cas particulier d'un mvt circulaire uniforme à vitesse angulaire ω</u> , les équations deviennent :

$\vec{v}\left[\right.$ et $\vec{a}\left[\right.$ avec <u>ω=$\dot{\theta}$</u> **<u>v= ω R</u>**

On retrouve bien l'accélération tangentielle a_T =……. et l'accélération normale a_N =…….

On a aussi $\vec{a}$ = - ω² $\overrightarrow{OM}$ = - ω² $\vec{r}$ et $\|\vec{a}\|$ = **ω²R=v²/R**

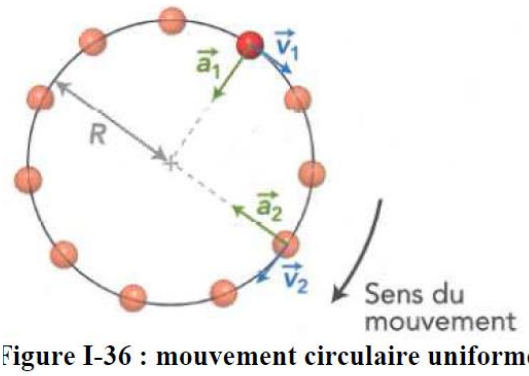
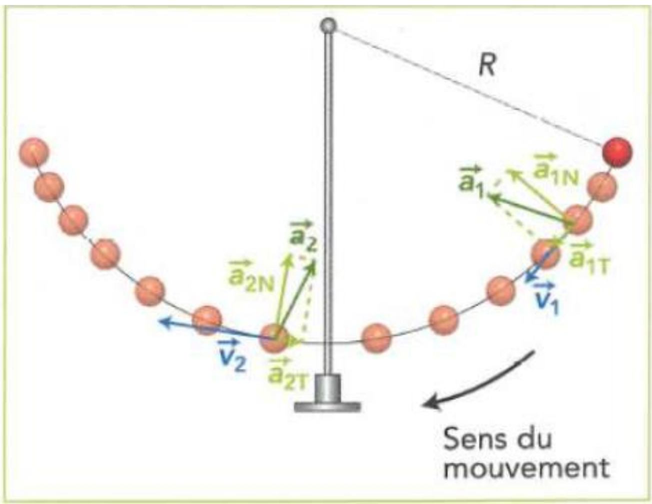


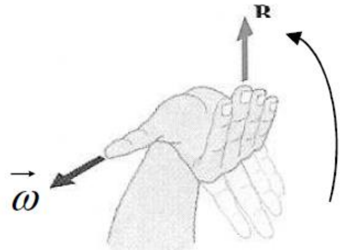
Figure I-36 : mouvement circulaire uniforme



*Ex de mvt circulaire *<u>non uniforme</u>* : le pendule simple : cf ci-dessus à droite.

*on peut introduire le vecteur rotation $\vec{\omega}$ défini par $\vec{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega}.\vec{e_z}$

(sens donné par la règle de la main droite)



V.Mouvement d'un solide.

1.Définition du solide indéformable.

-A tout instant , les distances mutuelles $\left|\left|\overrightarrow{M_iM_j}\right|\right|$ entre 2 points M_i et M_j qques sont invariantes dans le temps

A contrario , ex de système déformable :le système { Terre –Lune } , un objet articulé , une portion de fluide…

2.Translation

Défn :∀(M_i,M_j) du solide et ∀ t, $\overrightarrow{M_iM_j} = \overrightarrow{\text{Cstt}}$ dans le temps

Défn équivalente : ∀ M, $\vec{v} = \overrightarrow{\text{Cstt}}$

La translation peut être **rectiligne** , **circulaire** (cf schéma ci-dessous) , **quelconque** (cf schéma ci-contre)

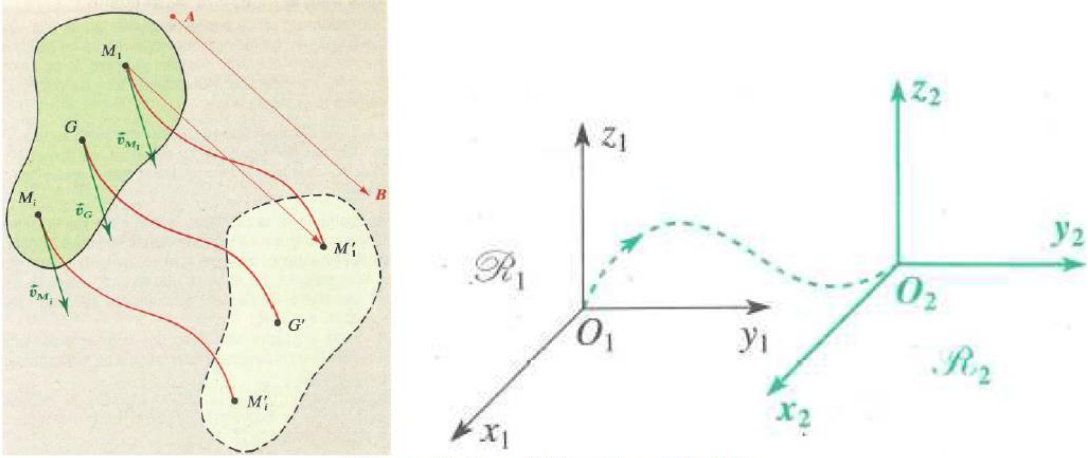
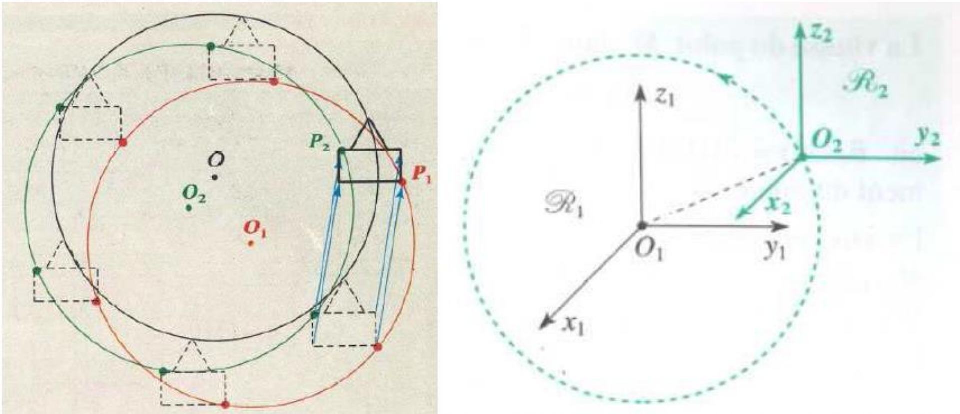


Figure II-3 : solide en translation

Un autre ex de **translation circulaire** (et uniforme) est celle du mouvment du référentiel géocentrique par rapport au référentiel héliocentrique.



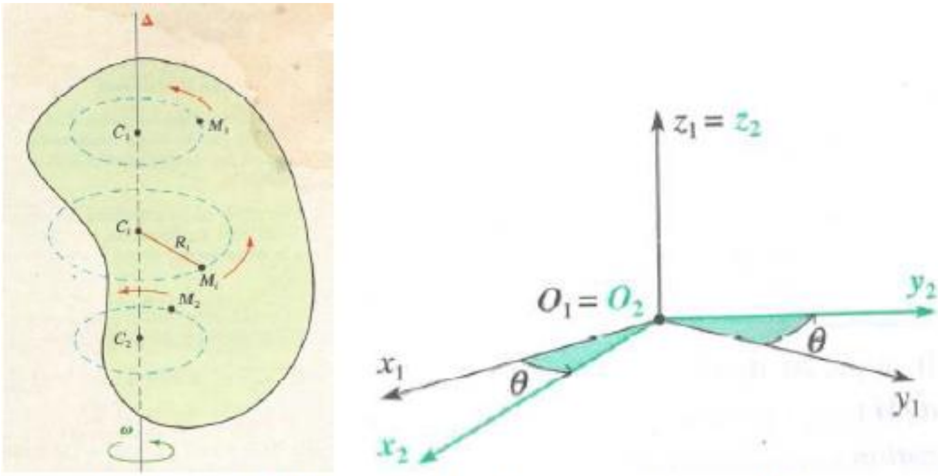
re II-4 : solide en translation circulaire (cabine suspendue à une grande roue)

3.Rotation d'un solide autour d'un axe Δ fixe dans R.

Défn : tous les points du solide sont animés d'un mvt circulaire autour d'un point de l'axe

Si la rotation est uniforme , on utilise la notation $\vec{\omega} = \omega.\vec{e_z}$ pour le vecteur rotation , puisqu' il est commun à tous les points du solide.

Dans tous les cas (uniforme ou pas) , chaque point M a même $\dot{\theta}$, en revanche sa vitesse v est proportionnelle à son éloignement de l'axe r soit $v=r\dot{\theta}$



ure II-5 : solide en rotation autour d'un axe fixe

4.Mvt quelconque

Il est la combinaison du mvt du centre de gravité et de la rotation du solide autour de ce centre de gravité G.

Si le système est isolé ou pseudo-isolé (ex ci-dessous), G est en mvt RU , c'est à priori le seul point du solide (matériel ou non) qui ait ce mvt.

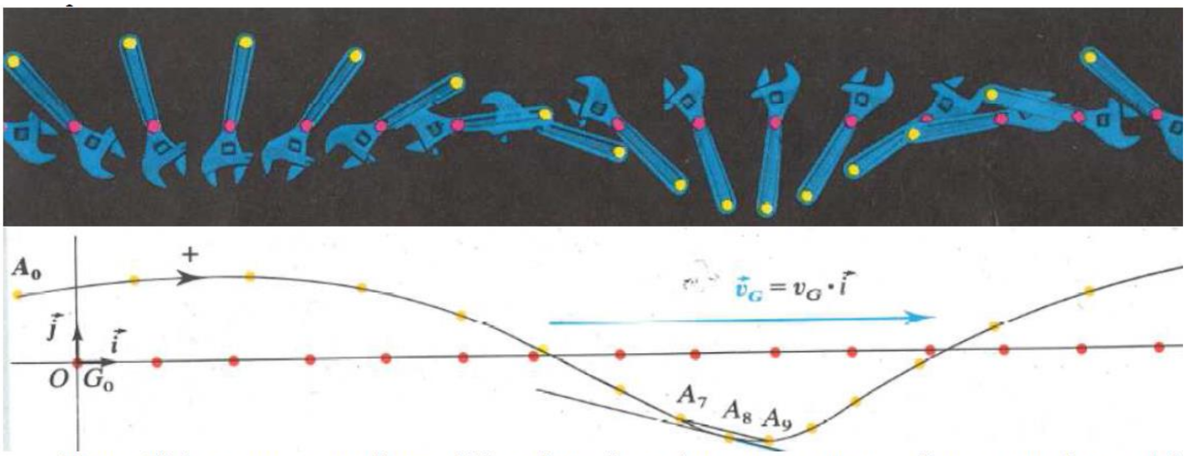
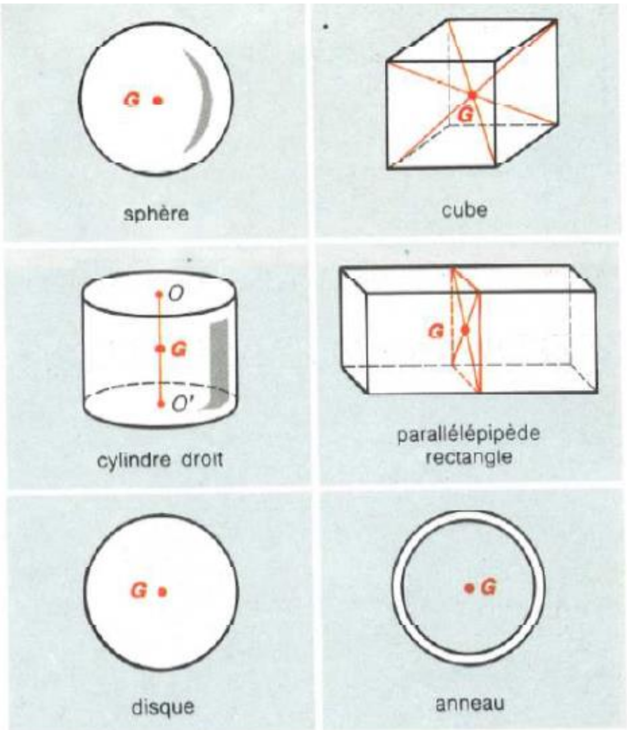


Figure II-1 : mouvement d'une clé à molette. Le point rouge correspond au centre de gravité



re II-2 : centre de gravité de quelques solides