Partie 2 ch2 **Dynamique newtonienne**

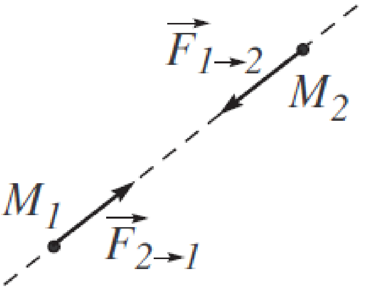
I.Loi de la quantité de mouvement

1)Forces , principe des actions réciproques

*Le système = une partie de l'univers isolée par la pensée

*Forces = interaction entre l'extérieur et le système ; en mécanique , les interactions sont représentées par un vecteur-force , indépendant du référentiel R , caractérisé par son point d'application , sa norme , sa direction et son sens

*Troisième loi de Newton ou Principe des actions réciproques :



Les forces d'interaction réciproques qui s'exercent entre deux points matériels M_1 et M2 sont opposées et ont pour support la droite passant par ces points :

$\overrightarrow{F_{1\to 2}} = -\overrightarrow{F_{2\to 1}}$ ET les 2 forces ont même support (ou droite d'action)

Rq : Il n'est valable que si M_1 et M_2 sont bien deux points matériels. Il n'est pas valable pour un système (dipôle électrostatique; charge} pour lequel on a bien des forces opposées mais qui ne sont pas sur le support (M_1M_2)

Ce principe suppose que les interactions se propagent instantanément → ainsi, il est erroné pour les forces qui s'exercent entre deux particules chargées en mouvement.

la troisième loi de Newton ne s'étend pas à la dynamique relativiste

2)Les différentes forces

Lorsque un système n'est pas isolé, il est soumis à des forces.

Ces forces traduisent les actions des corps les uns sur les autres, c'est-à-dire des interactions. Ces interactions macroscopiques ont toutes comme origine les interactions entre les particules subatomiques (électrons + particules subnucléaires) qui constituent la matière.

Bien que ces particules soient en grand nombre, il n'existe que 4 interactions fondamentales.

interaction	gravitationnelle	électromagnétique	forte	faible
particules concernées	toutes	particules chargées	hadrons (quarks. . .)	toutes
portée	infinie	infinie (mais diminue rapidement avec r)	$10^{-15}m$ (dim. noyau)	$10^{-18}m$ (dim. nucléon)
manifestation	formation des galaxies, chute d'une pomme . . .	optique, électrocinétique, chimie. . .	cohésion du noyau	désintégration des particu-les, radioac-tivité

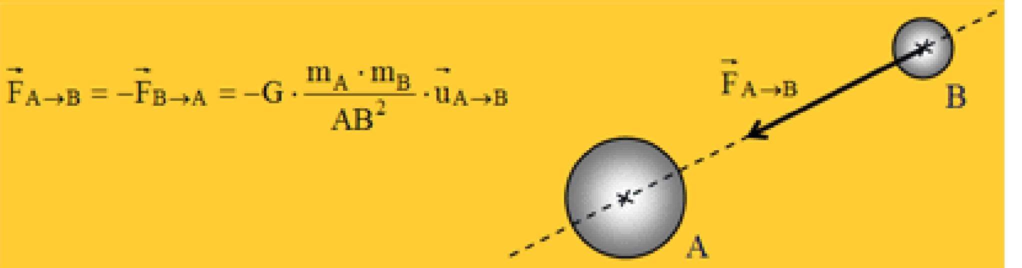
En mécanique classique , on ne considère que les 2 interactions gravitationnelle et électrostatique dont dérivent toutes les forces macroscopiques

a)Interaction gravitationnelle

La loi d'attraction universelle a été formulée par Isaac Newton (physicien, mathématicien et astronome britannique, 1642 - 1727). Cette loi traduit, par une formule mathématique, la notion d'interaction gravitationnelle.

Soient deux corps A et B de masses respectives m_A et m_B, distants de AB.

Alors, le vecteur force gravitationnelle exercée par A sur B est opposé au vecteur force gravitationnelle exercée par B sur A, et a pour expression : …



avec $\|\overrightarrow{u_{AB}}\|=1$

$G = 6{,}67\times10^{-11}$ $N\cdot kg^{-2}\cdot m^2$; m_A et m_B s'expriment en kg et AB en m.

Cette force est tjs attractive.

b)Interaction électrostatique

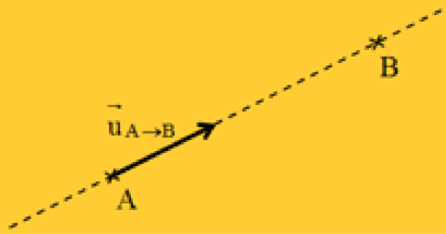
Cette loi a été établie par Charles Coulomb (physicien français, 1736 - 1806). Elle ne correspond qu'à une petite part de l'interaction électromagnétique : l'électrostatique.

D'autres lois viennent la compléter : les relations de James Maxwell (1831 - 1879) entre autres.

Soient deux corps A et B de charge respective q_A et q_B, distants de AB.

Alors, le vecteur force électrique exercée par A sur B est opposé au vecteur force électrique exercée par B sur A, et a pour expression :

$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A} = k\cdot\frac{q_A\cdot q_B}{AB^2}\cdot\vec{u}_{A\to B}$$



$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ =9,0×10^9 N·C^{-2}·m^2 ; q_A et q_B s'expriment en C et AB en m. La force s'exprime en N. ε_0 est la permittivité diélectrique du vide.

Cette force est :
- attractive si les charges q_A et q_B sont de signes opposés,
- répulsive si les charges q_A et q_B sont de même signe.

CCL : analogie formelle entre les 2 interactions avec m <-> q et - G <-> $\frac{1}{4\pi\varepsilon 0}$

<u>c)Forces macroscopiques</u>

<u>α)Actions à distance :</u>

forces dérivées de la force gravitationnelle (le **poids** !) et des actions électromagnétiques (force du à un champ électrique $\vec{E}$, ou à un champ magnétique $\vec{B}$

<u>β) Actions de contact</u>

Lorsqu'un point n'est soumis qu'à des actions à distance, ce point matériel est dit libre; sa trajectoire aussi. La position du point matériel est fonction de ses trois coordonnées, indépendantes entre elles → on dit que le point matériel possède 3 degrés de liberté.

Lorsque ce point matériel est en contact avec un solide ou un fluide, il existe, en plus des actions à distance, des actions de contact.

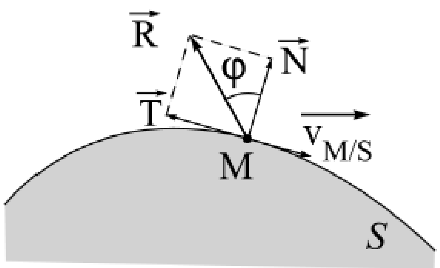
En réalité, ces actions de contact sont la conséquence macroscopique des interactions microscopiques électromagnétiques entre les particules/atomes/molécules qui constituent le point matériel et le solide ou le fluide avec lequel il y a 'contact' à notre échelle.

Ces forces de contact suivent des lois phénoménologiques, c'est-à-dire déduites de l'expérience et seulement valables dans un certain contexte expérimental. Ceci est dû à un trop grand nombre de paramètres (il y a beaucoup trop de particules/atomes/molécules mis en jeu) : on ne peut pas, actuellement, calculer les actions de contact à partir des interactions microscopiques dont elles découlent.

*<u>Réaction d'un support , frottements solides</u>

Ces actions de contact comprennent les forces de liaisons et les forces de frottement, directement appliquées au point matériel.

Lors du contact entre deux solides, donc lors du contact entre un point matériel M (m) et un solide $\mathcal{S}$, ce dernier exerce sur le point M une force $\vec{R}$ appelée réaction, composée d'une réaction normale (à la surface de contact) $\vec{N}$, et d'une réaction tangentielle $\vec{T}$ (dite force de frottement) vérifiant **Les lois de Coulomb** :



- S'il y a glissement de M sur S : $\boxed{||\vec{T}|| = \mu\,||\vec{N}||}$
- S'il n'y a pas de glissement de M sur $\mathcal{S}$ $(\overrightarrow{v_{M/S}} = \vec{0})$: $\boxed{||\vec{T}|| < f\,||\vec{N}||}$.
- μ s'appelle le **cœfficient de frottement**

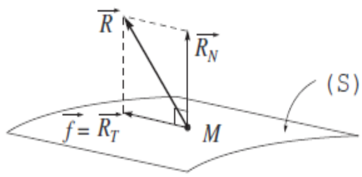
μ dépend des matériaux en contact mais pas de la surface de contact. Par exemple $\mu = 0,6$ pour le contact caoutchouc / bitume.

- En posant $\vec{N} \equiv N\,\vec{u}$ ($\vec{u}$ le vecteur unitaire dirigé de $\mathcal{S}$ vers M, perpendiculaire à la surface de contact) : le contact se maintient si $N > 0$ et le contact cesse si $N = 0$.
- En l'absence de frottement ($\mu = 0$), la réaction du solide $\mathcal{S}$ est normale, c'est-à-dire $\vec{R} = \vec{N}$; elle reste donc à chaque instant perpendiculaire au suport.

On impose au point matériel M de se déplacer en restant au contact d'un solide (surface ou courbe; une tige ou un plan par exemple) : ceci a pour effet de diminuer le nombre de degrés de liberté de ce point matériel (2 pour une surface et 1 seul pour une courbe).
Ex : bille guidé par un rail, skieur plissant sur une piste, anneau coulissant sur une tige.

- $\boxed{\vec{R} = \vec{R_T} + \vec{R_N}}$ est la réaction du support.

$\vec{R_N}$ est la réaction normale au support.
$\vec{R_T} = \vec{f}$ est la **force de frottement solide**.
(On parle aussi de frottement de glissement ; c'est la réaction tangente au support)



* frottements fluides

Action des forces de frottement d'un fluide $\vec{f}$ = -k $\vec{v}$ ou -kv $\vec{v}$ selon que le fluide est visqueux (et vitesse lente) ou le fluide peu visqueux (et vitesse élevée)

*forces pressantes : vent , **poussée d' Archimède**

Elle s'applique au centre d'inertie du fluide déplacé C (centre de poussée), est dirigée selon la verticale ascendante, et est égale en norme au poids du (des) fluide(s) déplacé

*Tension d'un fil , d'un ressort

Un fil est idéal si sa masse m est négligeable et s'il est parfaitement souple (ni rigide, ni élastique)
S'il est tendu *T est uniforme et dirigée vers le point d'attache du fil et parallèle à ce fil*, sinon $T = 0$
Ressort : loi de Hooke… Un ressort idéal est un ressort linéaire de masse négligeable

3)Quantité de mouvement

a) D'un point

défn : Dans un référentiel R, on attribue, à tout point matériel M de masse m et de vitesse $\vec{v}$, un vecteur appelé vecteur quantité de mouvement (ou impulsion) $\boldsymbol{\vec{p} = m\,\vec{v}}$
$\vec{p}$ dépend du référentiel R , tout comme $\vec{v}$.

b) d'un système de points matériels.

on considère un système de points (M_i , masse m_i) ; Soit G le barycentre des masses (ou centre de gravité du système= centre d'inertie) , il est défini par
$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_i m_i \overrightarrow{OM_i}}{\sum_i m_i}$; et on a $\sum_i m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$

Ppriété : la quantité de mouvement du système , somme des quantités de mouvement individuelles (chaque point de masse m_i étant animé d'une vitesse $\vec{v_i}$ est la quantité de mouvement qu'aurait le baycentre , si toute la masse du système étant concentrée en lui : $\boldsymbol{\vec{p} = (\sum_i m_i) . \vec{v_G}}$

4)Référentiels galiléens ; principe d'inertie.

Première loi de Newton ou Principe d'Inertie : **Il existe des référentiels particuliers, appelés galiléens, par rapport auxquels un point matériel isolé ou pseudo-isolé est en mouvement rectiligne uniforme**.
Rq : le Principe d'Inertie postule l'existence des réf galiléens; et par là même il en donne la définition, donc le moyen de les reconnaître : si on arrive à trouver un réf où un point matériel (pseudo-)isolé évolue en mvt RU ou bien reste immobile, alors R est galiléen.

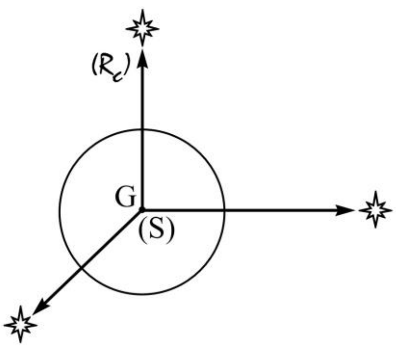
*Les différents référentiels :

a)Le référentiel de Copernic R_C

- A l'échelle des expériences humaines, le référentiel de Copernic est considéré comme la meilleure approximation de réf galiléen.

(avec la précision de l'expérience).

- Déf : G, barycentre du système solaire, est l'origine du repère associé, les trois axes pointant vers des étoiles « fixes » (très éloignées du système solaire). Rq : La masse du système solaire étant presque concentrée dans le Soleil lui-même, G est quasiment confondu avec S, barycentre du Soleil. on parle alors de réf. « héliocentrique ». (on confond ces deux réf.)

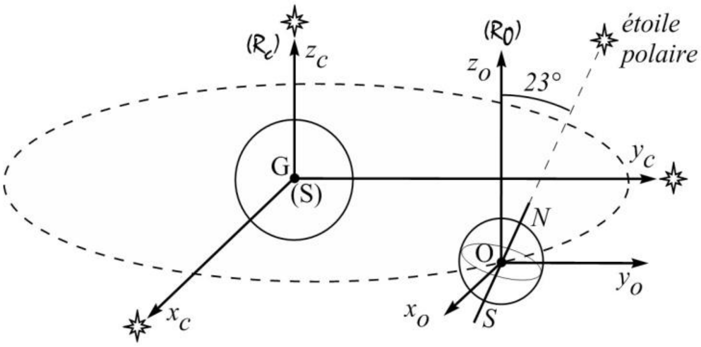


- Rq : on démontre facilement , que si un réf . galiléen est trouvé , alors tous les autres sont en mvt de translation RU par rapport à celui –ci : Il existe une infinité de réf galiléens, tous animés par rapport au réf de Copernic d'un mouvement de translation rectiligne uniforme.

b)Le référentiel géocentrique R_O

- Déf : Un repère spatial lié au réf géocentrique R_O a son origine au centre d'inertie O de la Terre et ses axes (Ox_0), (Oy_0) et (Oz_0) sont // à ceux du réf de Copernic.
- Sur une année (365,25 jours), R_O a un mouvement de translation circulaire (elliptique) par rapport à R_C , il n'est dc pas galiléen! ...

...Mais, peut être considéré comme tel sur une durée de qq jours .



c)Le référentiel terrestre R_T (ou R_L)

- Déf : tout réf lié au sol terrestre.= « référentiel du laboratoire ».
- Comme laquelle Terre tourne autour de l'axe des pôles (rotation de la Terre autour de son axe) tout en ayant un mouvement de translation elliptique dans R_C (révolution de la Terre autour du Soleil), le référentiel terrestre n'est pas galiléen!..sauf pour des expériences de qq mn effectuées sur de faibles distances .

5)PFD, loi de la quantité de mouvement , théorème du centre d'inertie

a) Principe Fondamental de la Dynamique (P.F.D.)= Deuxième loi de Newton= Relation Fondamentale de la Dynamique (R.F.D.).

Soit un référentiel galiléen dans lequel se trouve un point matériel M de masse m et d'accélération $\vec{a}$,soumis à un ensemble de forces $\sum_i \vec{F_i}$, alors $\sum_i \vec{F_i}$ =m$\vec{a}$

Rq 1 : ce principe est cohérent avec le principe d'inertie qu'il implique :
système isolé ou pseudo-isolé $\leftrightarrow \sum_i \vec{F_i} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{a} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{v} = \overrightarrow{Csst} \leftrightarrow$ mvt RU (éventuellmt repos)
Rq 2 : on a $[F] = M.L.T^{-2}$
Rq 3 : -si le champ des vitesses et de ses variations est connu → on en déduit le champ de forces; c'est ainsi que Newton a établi la loi d'attraction universelle à partir des lois cinématiques de Kepler.
-La réciproque est vraie : du champ de forces → on en déduit le mouvement pour tout t même très grand (ex ; prédiction des marées et des évènements astronomiques par la mécanique céleste)

b) loi de la quantité de mouvement

En mécanique classique, comme $m = cste$, le PFD prend une autre forme : $\sum_i \vec{F_i} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

c) Théorème de la Résultante Cinétique aussi appelé Théorème du Centre d'Inertie (T.C.I.)

Le mouvement du centre d'inertie :

Le P.F.D., est établi pour un point matériel, mais pour un système ?

Soit $\sum \overrightarrow{F_{ext}}$ la somme (résultante) des forces extérieures agissant sur le système, m la masse totale du système et $\overrightarrow{a_G}$ l'accélération du centre d'inertie G du système par rapport à un **réf galiléen** R , alors

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G} = \frac{d\overrightarrow{p_G}}{dt}$$

Rq 1 : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$ n'est valable que pour un système fermé ; c'est-à-dire pour les systèmes de masse m constante.
Pour les systèmes ouverts, m dépend du temps ,seule $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\overrightarrow{p_G}}{dt}$ reste vraie.

II.Applications.

1)Mouvement dans le champ de pesanteur terrestre uniforme $\vec{g}$

a) Sans frottements :chute libre.

cf chap . précédent ; avec les mêmes notations

m$\vec{a}$ =$\vec{P}$ = m$\vec{g}$ donne $\vec{a} = \vec{g} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}$

Calculs de la flèche et de la portée

CI : on prend $\overrightarrow{\boldsymbol{OM_0}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\overrightarrow{\boldsymbol{v_0}} \begin{bmatrix} v_0\ cos\alpha \\ 0 \\ v_0\ sin\alpha \end{bmatrix}$

On obtient : $\vec{v} \begin{bmatrix} v_0\ cos\alpha \\ 0 \\ v_0\ sin\alpha - gt \end{bmatrix}$ et $\overrightarrow{OM} \begin{bmatrix} v_0\, t\, cos\alpha \\ 0 \\ v_0\ tsin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 \end{bmatrix}$ d'où l'équation de la trajectoire :

z=$-\frac{1}{2}g\,\frac{x^2}{v_0{}^2\,cos^2\alpha}$ + tanα .x (parabole)

On cherche l'altitude max atteinte càd z_H (appelée « flèche »)

-méthode 1 : en H ; la vitesse verticale est nulle , en déduire la date de passage t_H par H , puis les coordonnées z_H et aussi x_H (utile pour la suite).

-méthode 2 : H est le sommet de la parabole dc en ce point $\frac{dz}{dx} = 0$

On trouve $x_H = \frac{v_0^2\, cos\alpha . sin\alpha}{g}$ et $z_H = \frac{v_0^2 . sin^2\alpha}{2g}$

Puis la portée l du tir : c'est la valeur de x pour z=0 (càd = l'altitude de départ)

Autre méthode :en utilisant la propriété de symétrie de la parabole par rapport à l'axe vertical passant par H : $l=2x_H$

On trouve ainsi $l=\frac{v_0^2 . sin2\alpha}{g}$

Csq : l est maximale pour α=45° et si α≠45° , il y a 2 angles de tir α ,complémentaires, donnant la même portée l .(tir en cloche et tir tendu)

-Parabole de sûreté : courbe au-delà de laquelle à v_0 constant et α variable , un point de l'espace est sûr de ne pas être atteint par le projectile .

b)Influence d'autres forces

-On peut tenir compte de la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ exercée par le fluide environnant (air) sur la masse
Cela a pour effet de modifier la valeur de g , dc qualitativement , les équations sont inchangées.

-On peut tenir compte de **la résistance de l'air** : c' est une force de frottement visqueux (ou « fluide »)

Donc m$\vec{g}$ - h$\vec{v}$ = m$\vec{a}$ soit $\vec{a} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \vec{g}$ en notant $\tau = \frac{m}{h}$, un temps caractéristique

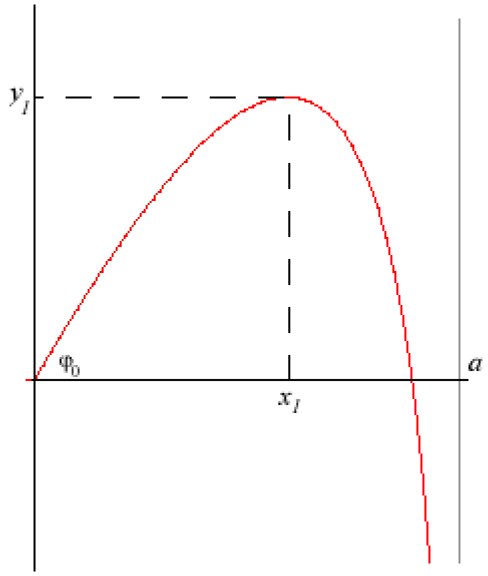
Donc $\begin{bmatrix} \frac{d\dot{x}}{dt} + \frac{\dot{x}}{\tau} = 0 \\ \frac{d\dot{y}}{dt} + \frac{\dot{y}}{\tau} = 0 \\ \frac{d\dot{z}}{dt} + \frac{\dot{z}}{\tau} = -g \end{bmatrix}$, , on obtient en intégrant $\vec{v} \begin{bmatrix} \dot{x} = A\exp(-\frac{t}{\tau}) \\ \dot{y} = B\exp(-\frac{t}{\tau}) \\ \dot{z} = C\exp(-\frac{t}{\tau}) - g\tau \end{bmatrix}$ or à t =0 : $\vec{v} \begin{bmatrix} \dot{x_0} = A = v_0\ cos\,\alpha \\ \dot{y_0} = B = 0 \\ \dot{z_0} = C - g\tau = v_0\ sin\,\alpha \end{bmatrix}$

Dc $\vec{v} \begin{bmatrix} \dot{x} = v_0\ cos\,\alpha . \exp(-\frac{t}{\tau}) \\ \dot{y} = 0 \\ \dot{z} = (v_0\ sin\,\alpha + g\tau).\exp(-\frac{t}{\tau}) - g\tau \end{bmatrix}$ puis $\overrightarrow{OM} \begin{bmatrix} -\tau v_0\, cos\alpha . \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + A_1 \\ 0 \\ -\tau(v_0\ sin\,\alpha + g\tau).\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + B_1 - g\tau t \end{bmatrix}$

Or à t =0 : $\overrightarrow{OM} \begin{bmatrix} -\tau v_0\, cos\alpha + A_1 = 0 \\ 0 \\ -\tau(v_0\ sin\,\alpha + g\tau) + B_1 = 0 \end{bmatrix}$ dc $\overrightarrow{OM} \begin{bmatrix} \tau v_0\, cos\alpha .(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)) \\ 0 \\ \tau(v_0\ sin\,\alpha + g\tau).(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)) - g\tau t \end{bmatrix}$

la courbe z(x) présente une asymptote verticale d'équation x= $\tau v_0\, cos\alpha$

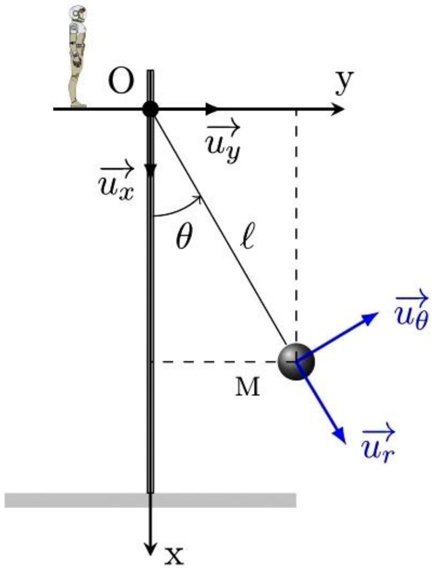
et v lim = $| \dot{z_{lim}} |$ = $g\tau$



2)Pendule simple

Le système { masse m en M} étudié dans le réf terrestre galiléen ; on ne tient compte que du poids de M et de la tension du fil

m$\vec{g}$ +$\vec{T}$ =m$\vec{a}$ le mvt est ds le plan Oxy



On se place dans le cas où le mvt est dans le plan de figure (par ex : pendule écarté de sa position d'équilibre et lâché sans vitesse initiale)

on utilise la base cylindrique (ou polaire ici) ;on notera T la norme de $\vec{T}$ et l la longueur du fil.

$\begin{bmatrix} mgcos\theta \\ -mgsin\theta \end{bmatrix}$ + $\begin{bmatrix} -T \\ 0 \end{bmatrix}$ = m$\begin{bmatrix} \ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2 \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \end{bmatrix}$

= m$\begin{bmatrix} -l\,\dot{\theta}^2 \\ l\ddot{\theta} \end{bmatrix}$ d'où les équations -ml$\dot{\theta}^2$ =mgcosθ –T (1)

et ml$\ddot{\theta}$ = -mg sinθ (2)

On reconnaît en (2) l'équation différentielle du mvt $\ddot{\theta}$ + $\frac{g}{l}$ sinθ =0 (2)

*Dans le cas de l'approximation des petits angles , elle devient $\ddot{\theta}$ + $\frac{g}{l}$ θ =0 (2) , qui est l'équation d'un O.H. de pulsation ω_0 telle que ω_0^2 =$\frac{g}{l}$; on peut écrire les solutions $\theta = \theta_m .\cos(\omega_0 t+\varphi)$

Il y a alors *isochronisme des oscillations*

Le portrait de phase est une ellipse puisque θ et $\dot{\theta}$ sont reliés par $(\frac{\theta}{\theta_m})^2$ $(\frac{\dot{\theta}}{\theta_m\omega_0})^2$ =1 (pour de plus grandes oscillations, il ne l'est plus)