Correction TD Chapitre 0

Exercice n°2

1. m s'exprime en kg : $[m] = M$

R s'exprime en m : $[R] = L$

On peut utiliser la relation $F = mg$ pour trouver la dimension d'une force :

$$[F] = [m] \times [g] = M.L.T^{-2}$$

2. Avec les éléments de la quest° précédente, on peut en déduire :

$$[F] = \frac{[G] \times [m] \times [M]}{[R]^2} \Leftrightarrow [G] = \frac{[F] \times [R]^2}{[m] \times [M]}$$

d'où $$[G] = \frac{M.L.T^{-2}.L^2}{M^2} = \underline{M^{-1}.L^3.T^{-2}}$$

Donc G s'exprime en $\underline{kg^{-1}.m^3.s^{-2}}$.

3. On suppose que T peut s'écrire sous la forme $T = 2\pi R^a G^b M^c$

Ainsi, on peut également écrire : $[T] = \underbrace{[2\pi]}_{=1} \times [R]^a \times [G]^b \times [M]^c$

d'où $T = L^a . (M^{-1}.L^3.T^{-2})^b . M^c = L^{a+3b} \times M^{-b+c} \times T^{-2b}$

donc $\begin{cases} -2b = +1 \\ -b + c = 0 \\ a + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1/2 \\ c = -1/2 \\ a = +3/2 \end{cases}$

4. La période de révolution s'écrit ainsi : $T = \dfrac{2\pi R^{3/2}}{(GM)^{1/2}}$

d'où $T^2 = \dfrac{4\pi^2 R^3}{GM} \Leftrightarrow \left[\dfrac{T^2}{R^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM} \right]$ $\underline{\text{3}^e\text{ loi de Kepler}}$

Exercice n°3

1. On sait que $E = \dfrac{1}{2} m v^2$ donc $[E] = [m] \times [v]^2 = \underline{M . L^2 . T^{-2}}$

$\rightarrow E$ en $kg . m^2 . s^{-2}$

2. On suppose que R s'écrit sous la forme $R = E^a t^b \rho^c$

On peut alors écrire $[R] = [E]^a \times [t]^b \times [\rho]^c$

d'où $L = (M . L^2 . T^{-2})^a \times T^b \times (M . L^{-3})^c$

soit $L = M^{a+c} \times L^{2a-3c} \times T^{-2a+b}$

donc $\begin{cases} 2a - 3c = 1 \\ a + c = 0 \\ -2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -c \\ 5a = 1 \\ b = 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1/5 \\ b = 2/5 \\ c = -1/5 \end{cases}$

3. Si l'on veut isoler l'énergie libérée dans la relation précédente, il faut élever la relation à la puissance 5 :

$$R^5 = E \times t^2 \times \rho^{-1} = \frac{E \times t^2}{\rho} \quad \text{d'où} \quad \left[E = \frac{\rho R^5}{t^2} \right]$$

4. À l'aide de l'image, on mesure $R \approx 130$ m

On lit également $t = 0{,}025$ s

Ainsi, on réalise l'applicat° numérique avec la masse volumique de l'air :

$$E = \frac{\rho R^5}{t^2} = \frac{1{,}3 \times 130^5}{0{,}025^2} = 1{,}2 \times 10^{14} \text{ J}$$

5. 1 kg TNT $\rightarrow$ 4×10^6 J

20×10^6 kg TNT $\rightarrow$?

$$? = \frac{20 \times 10^6 \times 4 \times 10^6}{1} = 8 \times 10^{13} \text{ J}$$

Compte tenu que la constante numérique a été prise égale à 1, le résultat est excellent !