

Estimer les incertitudes

Plan de la fiche

I. La mesure en physique	1
A. La précision sur la mesure	2
B. Les chiffres significatifs	2
C. Détermination des chiffres significatifs	4
II. Estimer les incertitudes	5
A. Incertitude de type A	5
B. Incertitude de type B	7
C. Incertitude sur une grandeur calculée	8
D. Incertitude relative	10
III. Présentation d'un résultat avec incertitudes	11
A. Incertitude élargie	11
B. Présentation d'un résultat de mesure	12
IV. Comparaison à une valeur attendue	13
A. Comparaison entre deux valeurs connues avec incertitudes	13
B. Comparaison entre une valeur expérimentale et une valeur connue sans incertitudes	13
V. Organigramme récapitulatif	15

I - La mesure en physique

Intéressons-nous pour commencer à la mesure en physique. La physique est avant tout une science expérimentale : c'est grâce aux mesures que l'on peut établir les théories. Il faut toujours garder à l'esprit que *la Nature a toujours raison*, c'est-à-dire que les théories que l'on établit doivent nécessairement rendre compte des phénomènes observés, et non l'inverse.

S'il existe un désaccord entre la mesure et l'observation, en supposant que les mesures et calculs ont été effectués correctement, il faut remettre en cause la théorie et la perfectionner, ou en établir une nouvelle. La mesure est donc fondamentale et est au coeur du métier du chercheur, vous verrez qu'elle sera aussi au coeur des différents TP et même de votre TIPE.

I.A - La précision sur la mesure

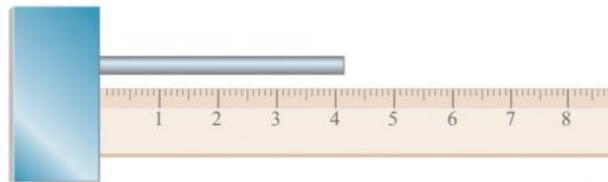
L'action de mesurer est bien particulière, et elle est notamment différente de celle de compter. Nous pouvons par exemple compter exactement le nombre de billes dans un sachet, mais nous ne pouvons mesurer exactement la masse de ce sachet.

La mesure exacte n'existe pas !

Il faut toujours garder à l'esprit que **la mesure exacte n'existe pas**, c'est-à-dire qu'on ne peut pas avoir une précision infinie sur une mesure. La précision est définie par les besoins et les limitations de l'expérimentateur.

Le degré de précision que l'on souhaite obtenir sur la mesure dépend des **besoins** de l'expérimentateur. Si l'on souhaite mesurer la longueur de cette tige de façon anodine, une mesure précise au dixième de millimètre suffit amplement. De la même façon que lorsque vous vous mesurez, vous acceptez d'être précis au centimètre près : votre taille est par exemple de 175 ± 1 cm, vous n'avez pas besoin de connaître votre taille au micromètre près.

Prenons pour illustrer les **limitations** l'exemple simple de la mesure de la longueur d'une tige à l'aide d'une règle graduée en millimètres, comme sur l'image ci-dessous :



Ici, nous sommes *limités* par la graduation de la règle : nous pouvons voir "à l'oeil" que l'extrémité de la tige semble être à mi-chemin entre 4,1 et 4,2cm, soit 4,15cm. Nous sommes donc précis "au dixième de millimètre", c'est-à-dire que la longueur de la tige est comprise entre 4,14 et 4,16cm, sans pouvoir en dire davantage.

Cela signifie que les chiffres 4 et 1 sont sûrs (on est certains que la longueur de la tige est comprise entre les deux graduations), mais le deuxième chiffre après la virgule est quant à lui incertain : il pourrait tout aussi bien s'agir d'un 4, ou d'un 6. Indiquer le résultat de la mesure avec un nombre supérieur de décimales n'a donc aucun sens, puisqu'on ne serait pas capable de distinguer "à l'oeil" une variation de moins d'un dixième de millimètre. Nous sommes donc *limités* sur la mesure, mais cela ne signifie pas pour autant qu'elle est "mauvaise".

Toutefois, certaines expériences peuvent nécessiter une plus grande précision sur la mesure. On utilisera alors des appareils de mesure plus sophistiqués : on pourrait envisager de mesurer la longueur de cette tige à la vis Palmer pour être précis au centième de millimètre.

I.B - Les chiffres significatifs

Nous avons donc vu dans la partie précédente que la mesure est conditionnée par deux facteurs : les *besoins* et les *limitations* de l'expérimentateur. Cela fait donc apparaître la notion de précision, que l'on peut aborder naturellement à l'aide des *chiffres significatifs*.

Dans l'exemple de la mesure de longueur de la tige, nous avons écrit le résultat de la mesure avec 3 chiffres significatifs : le chiffre 4, le chiffre 1 et le chiffre 5. Les deux premiers sont certains, c'est-à-dire qu'on est sûrs

que la mesure se trouve entre 41 et 42 mm, et le dernier est certes plus incertain, il pourrait tout aussi bien s'agir d'un 4 ou d'un 6, disons simplement qu'il est moins significatif que les deux premiers. Ajouter des chiffres derrière le 5 n'aurait pas de sens puisque nous ne pouvons dire, avec le degré de précision donné, si la mesure est plutôt 41,52 mm ou 41,58 mm. Nous nous restreignons donc à l'utilisation de *trois chiffres significatifs*.

Chiffre significatif

Un chiffre est dit **significatif** s'il est connu avec une fiabilité suffisante.

Il est à noter que peu importe la manière dont on écrit le nombre en question, le nombre de chiffres significatifs reste le même : 41,5 mm, 4,15 cm, 0.0415 m ou même 0.0000415 km, on voit qu'il reste à chaque fois trois chiffres significatifs. Même en écriture scientifique, $41,5 \times 10^{-3}$ m conserve ce nombre.

Compter les chiffres significatifs

Déplacer la virgule et changer d'unité n'a aucun effet sur la précision du nombre. Les zéros à gauche du nombre indiquent seulement la position de la virgule, ils ne peuvent pas être considérés comme des chiffres significatifs. Par contre les zéros à droite sont significatifs.

Exemple :

Si l'on avait écrit 41.500, nous aurions eu 5 chiffres significatifs.

Exercice C1 : Les chiffres significatifs

Donner le nombre de chiffres significatifs pour chacune des valeurs données ci-dessous :

1 - $m = 43$ g

2 - $V = 56,2$ mL

3 - $d = 0,003$ m

4 - $T = 24,5$ K

5 - $v = 5,2 \cdot 10^{-2}$ m.s⁻¹

6 - $m = 2,23 \cdot 10^{-3}$ kg

I.C - Détermination des chiffres significatifs

Les calculs font souvent intervenir des additions, soustractions, multiplications et divisions : il faut donc apprendre à jouer avec ces opérations sur les chiffres significatifs. Le tableau suivant récapitule les opérations à effectuer sur les chiffres significatifs.

Opérations	Règle à respecter	Exemple
Multiplication et division	<i>Le résultat d'une multiplication (ou division) est arrondi de façon à n'avoir pas plus de chiffres significatifs que la quantité la moins précise utilisée dans le calcul.</i>	
Addition et soustraction	<i>Le résultat d'une addition (ou d'une soustraction) doit être arrondi de façon à ce qu'il ait le même nombre de décimales (à droite de la virgule) que le terme qui a le plus petit nombre de décimales.</i>	
Fonctions	<i>La valeur d'une fonction a le même nombre de chiffres significatifs que son argument.</i>	

Exercice C2 : Opérations avec les chiffres significatifs

Pour chaque calcul ci-dessous, donner le résultat avec le bon nombre de chiffres significatifs :

$$\triangleright m = 24,23 + 3$$

$$\triangleright V = 3,91 + 0,239$$

$$\triangleright h = 10,2 + 3,876$$

$$\triangleright v = \frac{12,81}{6,2}$$

$$\triangleright v = \frac{103,987}{23,87}$$

$$\triangleright \sin(0,34)$$

II - Estimer les incertitudes

Une expérience de physique est un processus complexe : de nombreux paramètres sont mis en jeu, à tel point que l'expérimentateur ne peut pas tous les contrôler. Même en s'appliquant du mieux possible, deux expériences a priori identiques, c'est-à-dire réalisées dans les mêmes conditions, donneront nécessairement deux résultats différents. C'est ce qu'on appelle la **variabilité** de la mesure. Cette variabilité peut provenir de nombreux aspects, dont les principaux sont les suivants :

1 - Le choix de la méthode de mesure

▷ Choisir de mesurer un petit élément à la règle graduée ou au pied à coulisse n'implique pas la même précision !

2 - Les variations de l'environnement

▷ Si l'on souhaite mesurer la célérité du son avec un protocole se déroulant sur une journée complète, comme la température de l'air va évoluer au cours du temps, la célérité du son aussi.

3 - Les instruments de mesure

▷ Mesurer une tension avec deux voltmètres semblant identiques amène parfois à une mesure de tension légèrement différente.

4 - Le processus physique lui-même

▷ Par exemple, une expérience de mécanique quantique est intrinsèquement variable car la mécanique quantique ne prédit que des lois de probabilité.

5 - Et surtout, la personne réalisant l'expérience...

Généralement au niveau scolaire, la personne réalisant l'expérience est la principale cause de variabilité de la mesure. Par ses gestes, ses choix et sa technique, cette personne introduit une variabilité importante. Il est donc totalement naturel que deux personnes réalisant la même expérience, dans les mêmes conditions, avec le même matériel, trouvent des valeurs différentes.

Incertitude

L'incertitude est une valeur numérique permettant de quantifier le degré de variabilité sur une mesure.

Il faut bien distinguer **incertitude** et **erreur** dans la réalisation d'une expérience : ce n'est pas parce que les résultats varient d'une expérience à une autre que vous avez commis une erreur. Sauf si vous pensez vous être trompé dans la mesure, il ne faut jamais éliminer une mesure parce que sa valeur est différente d'une autre !

II.A - Incertitude de type A

La situation la plus simple à analyser est celle où la variabilité est directement visible sur les résultats expérimentaux. C'est par exemple le cas de la mesure d'une durée à l'aide d'un chronomètre : en reproduisant plusieurs fois l'expérience dans des conditions identiques, on ne mesurera jamais la même valeur. Comme faire dans ce cas ? Il faut alors mesurer cette valeur "un grand nombre de fois", et en faire une **moyenne**. On pourra alors évaluer l'incertitude sur cette valeur moyenne grâce à l'**écart type**. On parle dans ce cas d'une **incertitude de type A**.

Incertitude de type A

Notons x_n ($1 \leq n \leq N$) chaque résultat obtenu lors des N réalisations de l'expérience.

L'incertitude de type A sur la moyenne, notée $u_A(\bar{x})$, quantifie la variabilité des résultats obtenus par leur écart-type, selon la formule suivante :

$$u_A(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

où $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2}$ désigne l'écart-type des valeurs mesurées.

Dans la formule précédente, \bar{x} désigne la moyenne des mesures effectuées : $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$

Exercice C3 : Calcul rudimentaire d'une incertitude de type A

Les résultats de la mesure de 5 durées réalisées en TP sont donnés ci-dessous.

Durées t (en s) :	8,4	8,7	7,9	8,1	8,5
-------------------	-----	-----	-----	-----	-----

1 - Calculer la moyenne \bar{t} des durées mesurées.

2 - Calculer l'écart-type sur ces mesures, en procédant ainsi :

▷ Calculer, pour chaque t_n , la valeur $(t_n - \bar{t})^2$

▷ Additionner toutes les valeurs trouvées : effectuer la somme $\sum_{n=1}^N t_n$

▷ Diviser le résultat par $N - 1$

▷ Prendre la racine du résultat, et le tour est joué, vous avez calculé σ !

3 - En déduire $u_A(\bar{t})$.

Voilà comment on peut calculer une moyenne et un écart-type "à la main". Rassurez-vous, nous ne le ferons qu'une seule fois ! Nous utiliserons Python pour implémenter une fonction qui nous permettra d'automatiser ce calcul, afin de ne pas perdre de temps.

II.B - Incertitude de type B

Il existe des situations pour lesquelles reproduire l'expérience à l'identique ne permet pas d'observer de variabilité dans les résultats, ou bien parce que la grandeur elle-même ne varie pas dans les conditions de l'expérience (par exemple la largeur d'une table) ou bien parce que sa variabilité est inférieure à la résolution de l'instrument de mesure utilisé (par exemple graduation d'une règle ou d'un rapporteur). Une situation analogue est celle où l'expérience ne peut être réalisée qu'une seule fois. Dans tous les cas, on ne dispose que d'un seul et unique résultat... Mais cela ne veut absolument pas dire qu'il est certain ! On parle dans ce contexte d'**incertitude de type B**.

Il faut alors estimer un intervalle dans lequel on est (raisonnablement) certain que le résultat de la mesure se trouve, noté sous la forme $[x_0 - a, x_0 + a]$, dont x_0 est appelé le centre et a la demi-étendue. La demi-étendue est estimée ou bien "avec bon sens", ou bien en se reportant à la notice de l'instrument de mesure utilisé. En raisonnant comme si les résultats de mesure étaient distribués de manière uniforme dans cet intervalle, on montre les résultats suivants.

Incertitude de type B

Lors d'une mesure expérimentale sur une grandeur X ne fluctuant pas, compris avec certitude dans l'intervalle $[x_0 - a, x_0 + a]$, on a :

$$X = x_0 \quad \text{et} \quad u_B(X) = \frac{a}{\sqrt{12}}$$

Exemple :



Supposons que nous ayons l'idée farfelue de mesurer la longueur d'une carte bleue à l'aide d'une règle graduée en cm. On remarque que la longueur de la carte est comprise avec certitude dans l'intervalle $[8 \text{ cm} ; 9 \text{ cm}]$. On en déduit que la longueur de la carte est de 8,5 cm, avec une incertitude égale à $0,5/\sqrt{12} \approx 0,14 \text{ cm}$.

Exercice C4 : Évaluation d'incertitudes de type B

Évaluer les incertitudes de type B sur les mesures suivantes :

- ▶ On mesure la longueur l d'un fil à l'aide d'un réglet gradué en mm, la mesure est comprise entre 15,8 et 15,9 cm.
- ▶ On forme une image sur un écran à l'aide d'une lentille convergente. En déplaçant la lentille pour faire la mise au point, on voit que l'image est nette entre les graduations $x_1 = 12,8$ cm et $x_2 = 13,6$ cm.

II.C - Incertitude sur une grandeur calculée

Intéressons-nous maintenant au cas très fréquent où la grandeur d'intérêt n'est pas directement une grandeur mesurée sur laquelle l'incertitude a été estimée mais se calcule à partir de telles grandeurs. On peut penser à une mesure de vitesse par la mesure d'une distance et d'un temps, ou encore d'une concentration en fonction de la masse et du volume. Sauf exception, l'incertitude sur le résultat ne se devine pas de façon immédiate en raison du "principe de compensation des erreurs" , au moins partiellement.

Supposons que l'on veuille évaluer les incertitudes sur X, et que cette grandeur soit liée à d'autres grandeurs, appelons-les Y et Z. Lorsque X se déduit de Y et Z à partir de relation connues, la valeur de l'incertitude sur X se déduit par **propagation des incertitudes** de Y et Z. Le tableau suivant récapitule les différents cas de figure que vous rencontrerez.

▶ Formules de propagation des incertitudes

Relation	Formule de propagation	Exemple
$\mathbf{X = Y + Z}$ ou $\mathbf{X = Y - Z}$	$u(\mathbf{X}) = \sqrt{u(\mathbf{Y})^2 + u(\mathbf{Z})^2}$	
$\mathbf{X = Y \cdot Z}$ ou $\mathbf{X = \frac{Y}{Z}}$	$\frac{u(\mathbf{X})}{\mathbf{X}} = \sqrt{\left(\frac{u(\mathbf{Y})}{\mathbf{Y}}\right)^2 + \left(\frac{u(\mathbf{Z})}{\mathbf{Z}}\right)^2}$	
$\mathbf{X = Y^n}$	$\frac{u(\mathbf{X})}{\mathbf{X}} = n \cdot \frac{u(\mathbf{Y})}{\mathbf{Y}}$	

Exercice C5 : Propagation des incertitudes

Évaluer l'incertitude sur la mesure des grandeurs suivantes, en utilisant les formules de propagation données précédemment.

1 - On mesure le temps de parcours d'un athlète sur une piste : $\Delta t = t_2 - t_1$. On mesure $t_1 = 15,2$ s et $t_2 = 43,6$ s, avec $u(t_1) = u(t_2) = 0,1$ s.

2 - On mesure la vitesse de chute d'une bille dans l'eau : $v = \frac{d}{t}$, avec $d = 1,00$ m, $u(d) = 0,05$ m, $t = 2,6$ s, $u(t) = 0,1$ s.

3 - On mesure la période d'un pendule simple : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ avec la longueur du pendule $l = 34$ cm, $u(l) = 0,2$ cm. On supposera la constante $g = 9,81$ m.s⁻² connue avec une précision infinie.

II.D - Incertitude relative

Lorsqu'une grandeur X est elle-même issue d'une relation faisant intervenir d'autres grandeurs, comme dans l'exercice précédent, il est bon d'avoir à l'esprit les différentes contributions à l'incertitude de ces paramètres. Si l'on mesure grossièrement un de ces paramètres, et qu'un autre est mesuré de façon très précise, le premier aura une contribution bien plus significative que le second à l'incertitude totale. Pour quantifier ces différentes contributions, on introduit une grandeur sans dimension appelée **incertitude relative**.

Incertitude relative

L'**incertitude relative** d'une grandeur X est une grandeur sans unité, donnée par :

$$\frac{u(X)}{X}$$

où $u(X)$ désigne l'incertitude sur la grandeur mesurée X .

En multipliant par 100, on obtient un résultat en **pourcentage**. Plus ce pourcentage est grand, plus l'incertitude est élevée par rapport à la grandeur mesurée.

Exemple :

Si l'on mesure une distance $d = 1$ m au centimètre près, soit $u(d) = 0,01$ m, alors l'incertitude relative $\frac{u(d)}{d} = 1$ %. La mesure effectuée est donc précise au pourcent près.

Lors de chaque mesure, il faudra donc être vigilant et adopter le réflexe de calculer rapidement les incertitudes relatives de chaque paramètre, pour estimer celui qui contribue le plus à l'incertitude et ainsi améliorer significativement la précision sur la mesure.

Exercice C6 : Calcul d'incertitudes relatives

On veut mesurer l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = mgh$ d'une balle de tennis lors de sa chute. Pour cela, on mesure la masse de la balle à la balance : $m = 58,54$ g, avec une incertitude $u(m) = 0,02$ g. De même, on mesure la hauteur de chute : $h = 1,04$ m, et une incertitude $u(h) = 0,02$ m.

- 1 - Calculer l'incertitude relative sur m et h . Quelle est la mesure la moins précise ?
- 2 - Calculer l'incertitude totale sur l'énergie potentielle E_{pp} , en supposant la constante de pesanteur g infiniment précise. Que remarquez-vous ?
- 3 - Si l'on veut améliorer la mesure, sur quel paramètre faudra-t-il améliorer la précision ?

III - Présentation d'un résultat avec incertitudes

III.A - Incertitude élargie

Même si l'incertitude donnée précédemment est une définition robuste, on apprécie parfois d'interpréter l'incertitude comme l'intervalle dans lequel il est "presque sûr" que se trouve la grandeur X cherchée. Or on peut constater sur la figure 1 que de nombreuses valeurs se trouvent hors de l'intervalle $[\bar{x} - u_A(x); \bar{x} + u_A(x)]$. Dans la limite d'un nombre infini de mesures, et en supposant qu'elles suivent une loi de probabilité gaussienne (aussi appelée loi normale), on peut montrer que seuls 68 % des valeurs se trouvent dans cet intervalle, comme schématisé figure 1. On utilise donc parfois une autre convention de définition de l'incertitude, appelée **incertitude élargie** donnant un intervalle plus large.

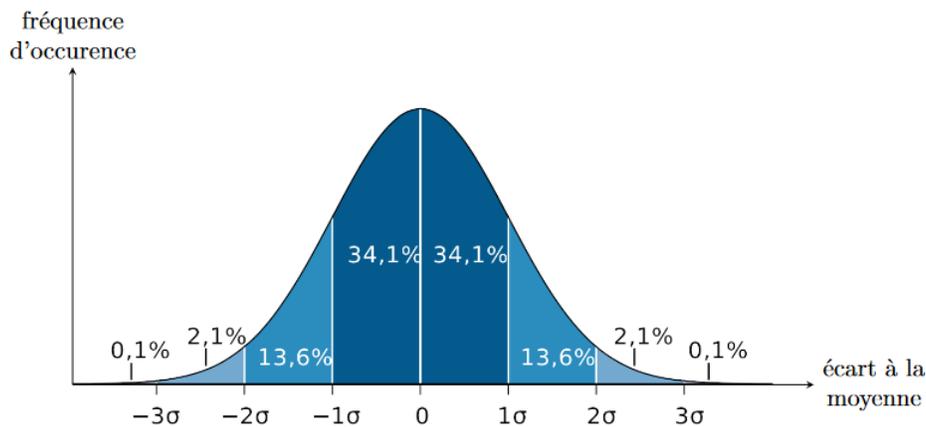


Figure 1: **Loi de probabilité gaussienne, aussi appelée loi normale.** On voit que si on se place dans l'intervalle $[\bar{x} - u(x); \bar{x} + u(x)]$, seules 68% des valeurs s'y trouvent.

Incertitude élargie

L'**incertitude élargie**, généralement notée Δx , consiste à quantifier la variabilité des résultats par le double de l'écart type des résultats obtenus.

$$\Delta x = 2u(x)$$

La grandeur X se trouve ainsi dans l'intervalle $[\bar{x} - 2u(x); \bar{x} + 2u(x)]$.

Remarque :

On dit alors que la mesure a été réalisée avec un **niveau de confiance de 95%**. Dans ce cas, l'incertitude de type B **élargie** sur la mesure sera égale à :

$$\frac{2a}{\sqrt{12}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

III.B - Présenter un résultat de mesure

Écriture d'un résultat de mesure

Un résultat de mesure s'écrit toujours sous la forme :

$$X = x \pm \Delta x$$

où x désigne la valeur effectivement mesurée (ou sa moyenne, si l'on a effectué plusieurs mesures) et Δx l'incertitude élargie associée à cette mesure.

- ▶ Il est à noter que x et Δx doivent être exprimés dans les **mêmes unités**, et avec un **nombre de décimales identiques**.
- ▶ Il est également conseillé de préciser le **niveau de confiance** de la mesure, même si l'on travaille généralement toujours à 95% grâce à l'incertitude élargie.
- ▶ L'incertitude élargie sera donnée avec au maximum **2 chiffres significatifs**.

Exemple :

Masse de l'électron $m_e = (9,10938291 \pm 0,00000040) \cdot 10^{-31} \text{kg}$

Exercice C7 : Écriture de résultats de mesure

Écrire avec un nombre de chiffres significatifs adéquat les résultats ci-dessous, qu'on imagine issus de mesures expérimentales. On utilisera la notation \pm associée à une **incertitude élargie**.

- 1 - Longueur d'onde de la raie verte du mercure : $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ et $u(\lambda) = 3,17 \text{ nm}$.
- 2 - Temps de chute d'une bille dans un liquide visqueux : $\Delta t = 4,73 \text{ s}$ et $u(\Delta t) = 0,62 \text{ s}$.
- 3 - Volume équivalent d'un titrage : $V_E = 14,0 \text{ mL}$, $u(V_E) = 0,22 \text{ mL}$.

IV - Comparaison à une valeur attendue

Il est fréquent de devoir comparer, une fois les incertitudes de mesure évaluées, une valeur issue d'une mesure expérimentale à une valeur attendue, celle-ci pouvant être issue d'un modèle théorique, donnée par un fabricant ou encore estimée par un autre protocole de mesure.

Nous allons donner un critère quantitatif, l'**écart normalisé**, pour comparer ces deux valeurs. Qualitativement, il s'agit de savoir si les deux valeurs ne sont pas trop éloignées l'une de l'autre : on dit alors qu'elles sont **compatibles**.

IV.A - Comparaisons entre deux valeurs connues avec incertitude

Considérons le cas où les deux valeurs sont connues avec leurs incertitudes : c'est par exemple le cas de deux mesures réalisées grâce à des protocoles différents. Dans ce cas, nous pouvons les comparer grâce à l'**écart normalisé**.

Définition de l'écart normalisé, ou z-score

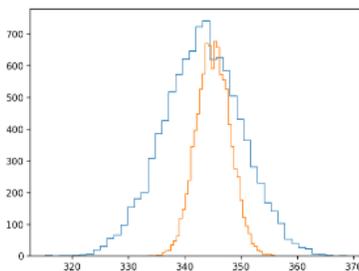
On appelle **écart normalisé**, ou **z-score** entre deux valeurs x_1 et x_2 , connues respectivement avec leurs incertitudes $u(x_1)$ et $u(x_2)$:

$$z = \frac{|x_2 - x_1|}{\sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}}$$

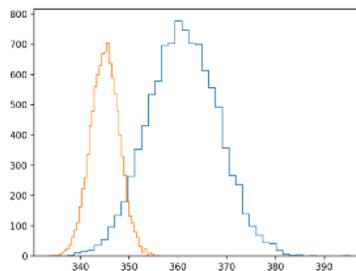
Les valeurs x_1 et x_2 seront **compatibles** si :

$$z \leq 2$$

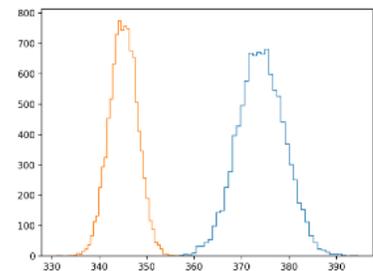
On peut interpréter le z-score de façon graphique : comme sur la figure 2 ci-dessous, si les histogrammes issus des deux expériences réalisées se recouvrent beaucoup, cela signifie que les valeurs sont compatibles. A l'inverse, si les histogrammes ne se chevauchent pas, cela signifie qu'elles sont incompatibles.



(a) Deux distributions avec $E_N \approx 0.3$.



(b) Deux distributions avec $E_N \approx 2.1$.



(c) Deux distributions avec $E_N \approx 5.0$.

Figure 2: Tracé de deux distributions de résultats de mesure

IV.B - Comparaisons entre une valeur expérimentale et une valeur connue sans incertitude

Il peut arriver que l'on doive comparer la valeur issue d'une expérience avec une valeur tabulée donnée par un fabricant : dans ce cas, l'incertitude sur la valeur attendue est rarement donnée. On peut tout de même grâce à une redéfinition de l'écart normalisé donner un critère quantitatif pour vérifier la compatibilité de la valeur expérimentale et de la valeur attendue.

Ecart normalisé dans le cas où une valeur est connue sans incertitudes

Soit x_{exp} et u_{exp} la valeur mesurée expérimentalement et son incertitude, et x_a la valeur attendue donnée sans incertitude. Dans ce cas, l'écart normalisé (ou z-score) devient :

$$z = \frac{|x_a - x_{exp}|}{u(x_{exp})}$$

Les valeurs x_1 et x_2 seront **compatibles** si :

$$z \leq 2$$

Cela signifie que, par convention, la valeur expérimentale x_{exp} et la valeur attendue x_a sont dites compatibles si :

$$x_a \in [x_{exp} - 2u(x_{exp}) ; x_{exp} + 2u(x_{exp})] \iff x_a \in [x_{exp} - \Delta x_{exp} ; x_{exp} + \Delta x_{exp}]$$

L'écart entre la valeur attendue et la valeur expérimentale est inférieure à l'incertitude élargie.

L'interprétation graphique est similaire à la partie précédente sauf que cette fois, ce n'est plus un histogramme qui représente la valeur attendue mais simplement une barre verticale, puisque les incertitudes sur la valeur attendue ne sont pas connues.

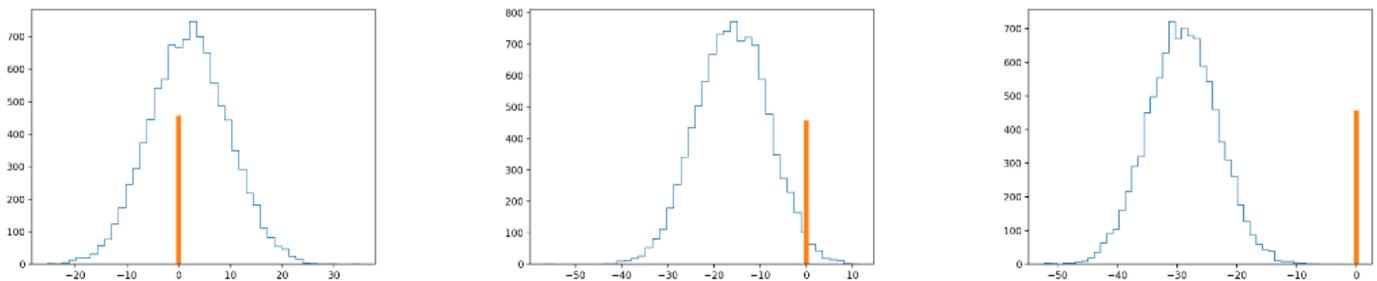
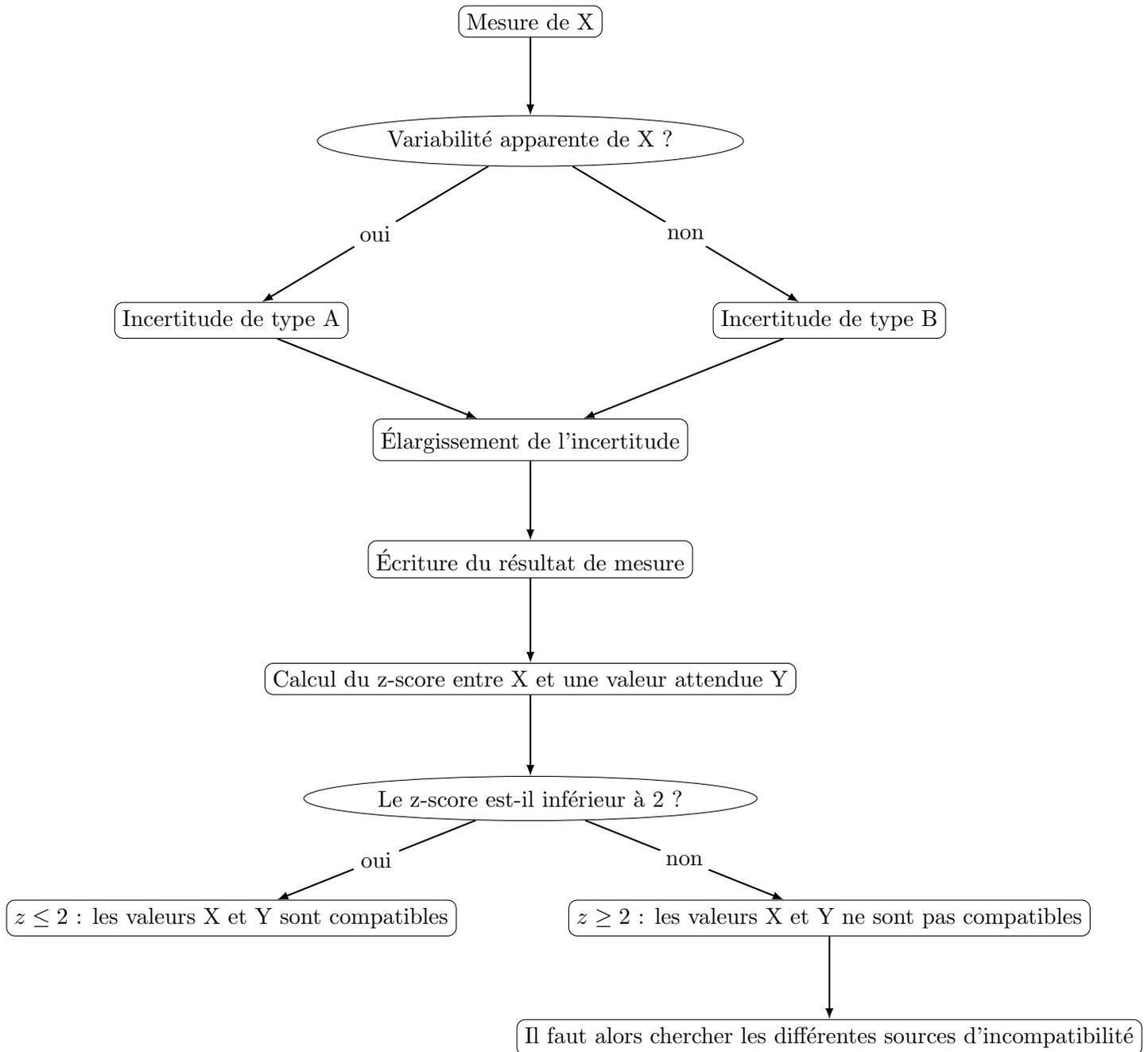


Figure 3: Le trait plein représente la valeur attendue. De gauche à droite : $z = 0.5$, $z = 2$ et $z = 5$. Si le z-score devient trop grand (à droite), les valeurs ne sont plus compatibles.

V - Organigramme récapitulatif

▷ **Avant tout, souvenez-vous que l'estimation des incertitudes relève généralement du bon sens !** Ne cherchez pas à sous-estimer les incertitudes pour envisager une précision dérisoire sur une mesure expérimentale, et ne cherchez pas non plus à les surestimer pour que votre mesure coïncide à tout prix avec une valeur tabulée connue. En bref, soyez honnêtes sur vos mesures !



▷ Dans le cas où la grandeur X est issue d'une relation faisant intervenir d'autres paramètres, il faudra estimer les incertitudes sur chacun des paramètres de la relation grâce au schéma précédent, et ensuite **propager les incertitudes** selon les relations données au II. c).