...ction TD Chapitre 1

Exercice 1

1. Le rayon passe d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent : il va donc se rapprocher de la normale au dioptre.

2. Pour calculer l'angle de réfract°, il faut d'abord calculer l'indice des verre pour ces deux longueurs d'onde :

- pour le violet ($\lambda_v = 400\,nm$) : $n_v = A + \frac{B}{\lambda_v^2} = 1{,}53$

- pour le rouge ($\lambda_R = 800\,nm$) : $n_R = A + \frac{B}{\lambda_R^2} = 1{,}51$

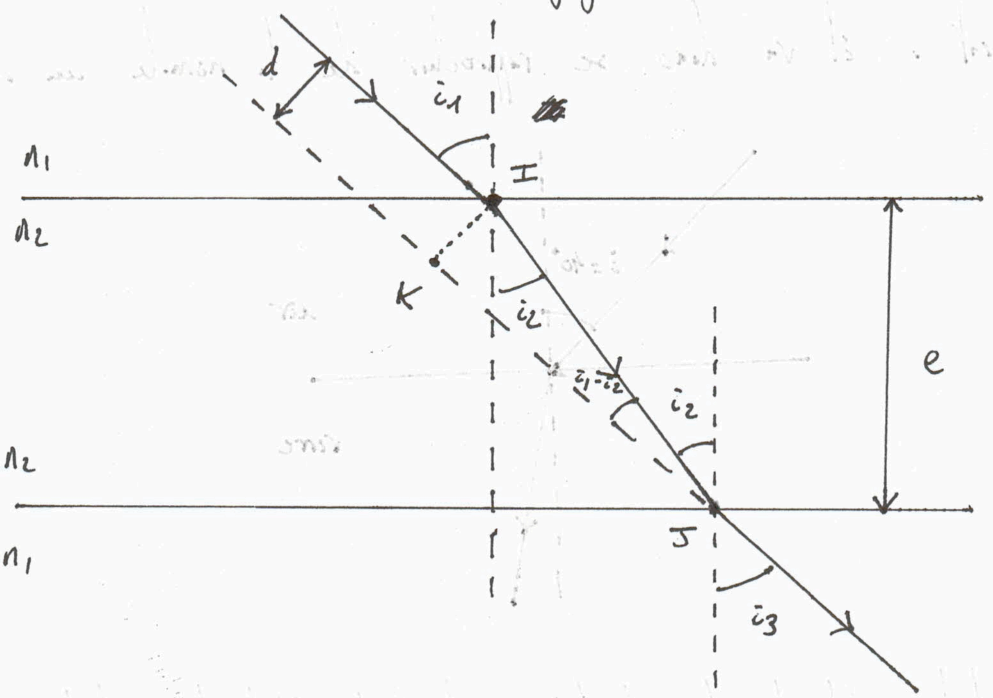
On en déduit :

- $n_1 \sin i = n_v \sin(i_v) \Rightarrow i_v = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_v} \sin i\right) = \underline{24{,}8°}$
- $n_1 \sin i = n_R \sin(i_R) \Rightarrow i_R = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_R} \sin i\right) = \underline{25{,}2°}$

3. L'écart angulaire vaut ainsi $|i_R - i_V| = \underline{0{,}4°}$

Exercice 2

1. On se sert des notations de la figure suivante :



- On retrouve l'angle i_2 en J (angles alternes - internes).
- L'angle i_3 vérifie la loi de Snell - Descartes en J :

$$n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_3$$

- Or au point d'entrée I, de la même manière :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

d'où $n_1 \sin i_1 = n_1 \sin i_3 \Leftrightarrow \boxed{i_1 = i_3}$

2. Au point I, il ne peut y avoir de réflexion totale car $n_2 > n_1$.

Au point J, il pourrait y avoir réflex° totale, mais l'angle d'incidence est i_2 et correspond donc, tout comme en I, à un angle de sortie $i_3 = i_1$. Il n'y a donc pas de réflex° totale non plus.

3. Dans le triangle IKJ, on a :

$$\sin(i_1 - i_2) = \frac{d}{IJ} \iff d = IJ \sin(i_1 - i_2)$$

On exprime IJ dans le triangle IHJ :

$$\cos i_2 = \frac{e}{IJ} \iff IJ = \frac{e}{\cos i_2}$$

Ainsi, $\left[d = \frac{e}{\cos i_2} \sin(i_1 - i_2) \right]$

4. On utilise la formule $\sin(i_1 - i_2) = \sin i_1 \cos i_2 - \sin i_2 \cos i_1$.

Donc $d = \frac{e}{\cos i_2}\left(\sin i_1 \cos i_2 - \sin i_2 \cos i_1\right)$

$$= e\left(\sin i_1 - \sin i_2 \frac{\cos i_1}{\cos i_2}\right) \quad \text{or, } \sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$$

d'où $\left[d = e \sin i_1 \left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_2}\right) \right]$

5. On utilise la formule $\cos i_2 = \sqrt{1-\sin^2 i_2}$

$$= \sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right)^2}$$

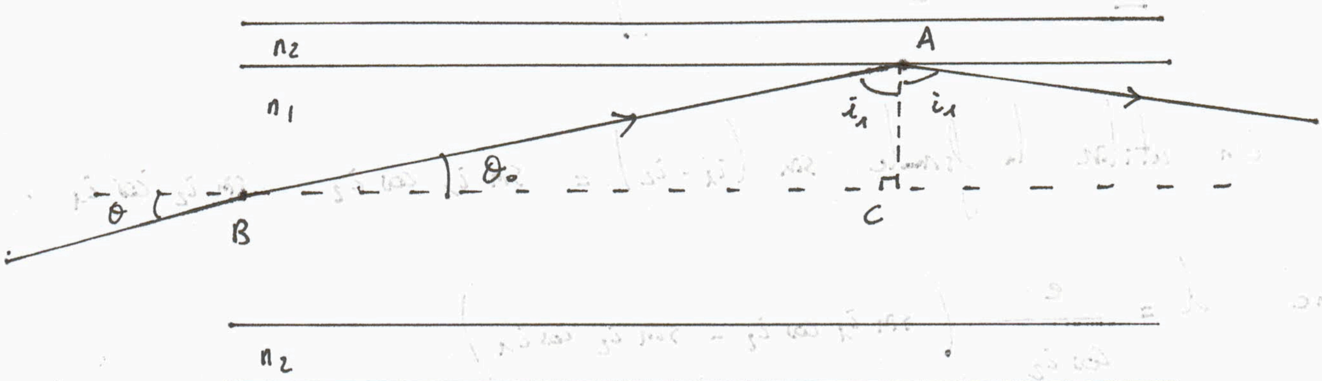
Ainsi, $d = e \sin i_1 \left(1 - \dfrac{n_1 \cos i_1}{n_2\sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right)^2}}\right)$

$$\boxed{d = e\sin i_1\left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{\sqrt{n_2^2-(n_1 \sin i_1)^2}}\right)}$$

6. Pour $i_1 = 45°$, on trouve $d = 3\text{ mm}$, ce qui est peu visible.

Exercice n°3

1. On souhaite avoir réflexion totale à l'interface entre les milieux d'indice n_1 et n_2. Il faut pour cela $\underline{n_1 > n_2}$.



- Le rayon lumineux subit dans ce cas des réflexions successives sur l'interface entre n_1 et n_2.

2\. C'est au point A que la réflexion totale doit avoir lieu.

→ On se place dans le cas limite où $i_2 = \frac{\pi}{2}$ (rayon réfracté confondu avec la surface du dioptre entre les milieux 1 et 2).

La loi de Snell-Descartes s'écrit :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_2 \sin \frac{\pi}{2} = n_2$$

soit $$i_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \underline{80{,}6°}$$

→ On en déduit θ_0 : dans le triangle ABC,

$$\theta_0 + i_1 + \frac{\pi}{2} = \pi \iff \theta_0 = \frac{\pi}{2} - i_1$$

→ On en déduit θ_M grâce à la loi de Snell-Descartes à l'entrée de la fibre :

$$\sin \theta_M = n_1 \sin \theta_0 \iff \boxed{\theta_M = \arcsin(n_1 \sin \theta_0)}$$

3\. Ouverture numérique : $o_n = n_0 \sin \theta_M$

$$= n_0 \sin\left(\arcsin(n_1 \sin \theta_0)\right) = n_0 \times n_1 \sin \theta_0$$

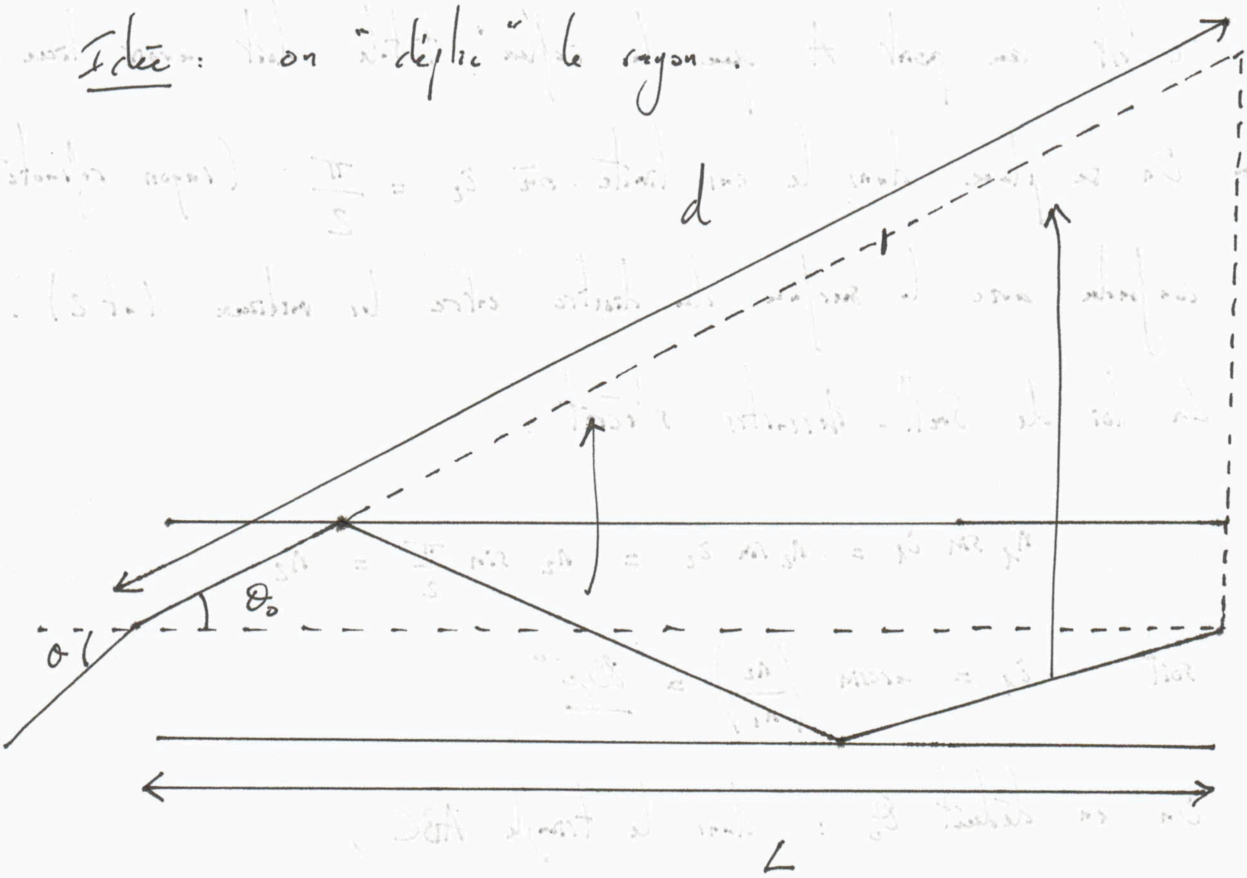
Or, $n_0 = 1{,}00$, et $\theta_0 = \frac{\pi}{2} - i_1 \iff \sin \theta_0 = \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right) = \cos i_1$

D'où $$o_n = n_1 \cos i_1 = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 i_1} = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

$i_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

donc $$\boxed{o_n = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$$

4. Idée : on "déplie" le rayon



On a ainsi : $\cos\theta_0 = \frac{L}{d}$ d'où $\left[d = \frac{L}{\cos\theta_0} \right]$

5. Le temps T qu'il met à parcourir la fibre est donné par :

$$T = \frac{d}{v} \underset{v = \frac{c}{n_1}}{=} \frac{n_1 L}{c\cos\theta_0}$$

or, $\begin{cases} \sin\theta = n_1 \sin\theta_0 \\ \cos\theta_0 = \sqrt{1-\sin^2\theta_0} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_1^2}} \end{cases}$

d'où $\left[T = \frac{d}{v} = \frac{n_1 L}{c\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_1^2}}} \right]$

6.

Pour le rayon le plus rapide ($\theta = 0°$),

$$t_1 = \frac{L}{v} = \frac{n_1 L}{c}$$

Pour le rayon extrême ($\theta = \theta_m$),

$$T_1 = \frac{L}{v} = \frac{n_1 L}{c\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta_m}{n_1^2}}} = \frac{n_1 L}{c\sqrt{1 - \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2}}} = \frac{n_1^2 L}{n_2 c}$$

$$\theta_m = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad \text{(Q3)}$$

Ainsi, $\Delta t = T_1 - t_1 = \frac{n_1^2 L}{n_2 c} - \frac{n_1 L}{c}$

soit $$\boxed{\Delta t = \frac{n_1 L}{n_2 c}\left(n_1 - n_2\right)}$$

A.N : $\Delta t = 68\,ns$

→ Pour que deux impulsions soient séparées en bout de fibre, il faut que la durée T entre 2 impulsions soit ⊕ grande que Δt,

soit :

$$T > \Delta t$$

$$\Leftrightarrow \quad f < \frac{1}{\Delta t} = f_{max}$$

A.N : $f_{max} = 15\,MHz$

Exercice n°4

1. À l'interface AB, la loi de Snell-descartes donne l'angle d'émergence dans le prisme, noté i_1.

Soit i_2 l'angle d'incidence sur la première interface BD, et i_3 l'angle d'émergence dans le liquide.

→ Comme les deux interfaces BD sont parallèles, l'angle d'incidence sur la deuxième interface BD vaut i_3. L'angle d'émergence dans le prisme BDC vaut alors i_2.

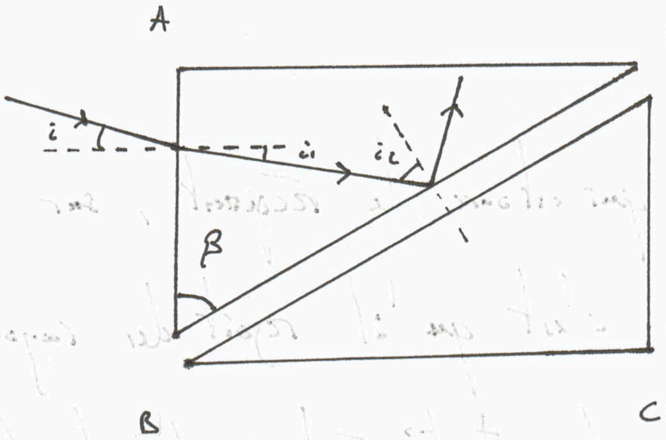
→ Les deux prismes étant identiques, l'angle d'incidence sur l'interface CD vaut i_1.

→ Par conséquent, la même loi de Snell-descartes qu'à l'interface AB indique que l'angle d'émergence dans l'air par la face CD vaut i.

2. Si le rayon transmis sort par la face AD, c'est qu'il a subi une réflex° totale. Elle ne peut avoir lieu que si $n < n_0$.

→ Comme l'angle limite de réflex° totale dépend du rapport des indices n et n_0, il est donc possible d'en déduire la valeur de n.

3. Schéma de la situat°.



À la limite de la réflex° totale,

$$\left[i_2 = \arcsin\left(\frac{n}{n_0}\right) \right]$$

Une relat° de somme des angles permet d'en déduire i_1 :

$$\beta + \left(\frac{\pi}{2} - i_1\right) + \left(\frac{\pi}{2} - i_2\right) = \pi$$

d'où $\quad i_1 = \beta - i_2$

Enfin, la loi de Snell-Descartes exprimée à l'interface AB donne :

$$\sin i = n_0 \sin i_1 \quad \text{soit} \quad \sin i = n_0 \sin\left(\beta - \arcsin\left(\frac{n}{n_0}\right)\right)$$

En inversant la relat°, on obtient alors :

$$\left[n = n_0 \sin\left(\beta - \arcsin\left(\frac{\sin i}{n_0}\right)\right) = 1{,}32 \right]$$

4. A.N : $n = 1{,}32$

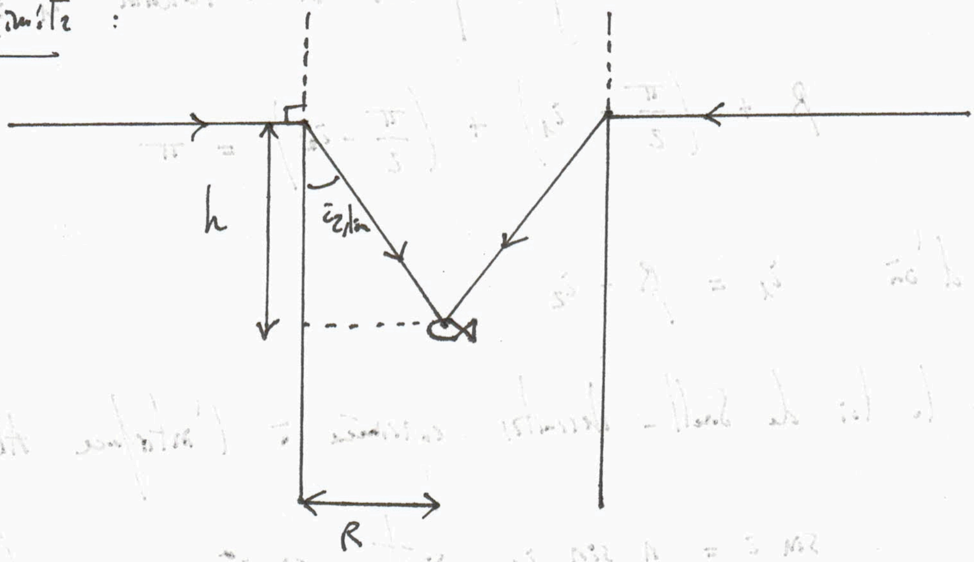
5. Limites : - il ne permet de mesurer que les indices de liquide.

- il faut que l'indice du liquide soit < à celui du verre

Résolution de problème

Comme un poisson dans l'eau

→ Si le poisson voit tout ce qui entoure le récipient, sur l'entière surface de l'eau, c'est qu'il reçoit des rayons lumineux qui ont un angle de réfract° égal à l'angle de réfract° limite :



À la limite ($i_1 = 90°$), la loi de Snell-Descartes s'écrit :

$$n_1 \sin\frac{\pi}{2} = n_2 \sin i_{2,lim} \Leftrightarrow i_{2,lim} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = 48,$$

Or, $\tan i_{2,lim} = \frac{R}{h} \Leftrightarrow \boxed{h = \frac{R}{\tan i_{2,lim}} = \frac{D}{2\tan i_{2,lim}}}$

A.N : $\boxed{h = 8,75 \text{ cm}}$