Correction TD Chapitre 2

Exercice n°1

→ voir annexe "Tracé de rayons"

Exercice n°2

1. $\overline{AB} = 0{,}5\text{ cm}$

$\overline{OA} = -30\text{ cm}$

$f' = 20\text{ cm}$

D'après la relation de conjugaison de Descartes,

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} \quad \text{d'où} \quad \left[\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \times f'}{\overline{OA} + f'}\right]$$

A.N : $\overline{OA'} = +60\text{ cm}$: image réelle.

De plus, $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Leftrightarrow \left[\overline{A'B'} = \overline{AB} \times \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\right]$

A.N : $\overline{A'B'} = -1\text{ cm}$: l'image est renversée, et deux fois plus grande que l'objet.

2. D'après la relat° de conjugaison de Newton,

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2 \quad \text{avec } \overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA}$$

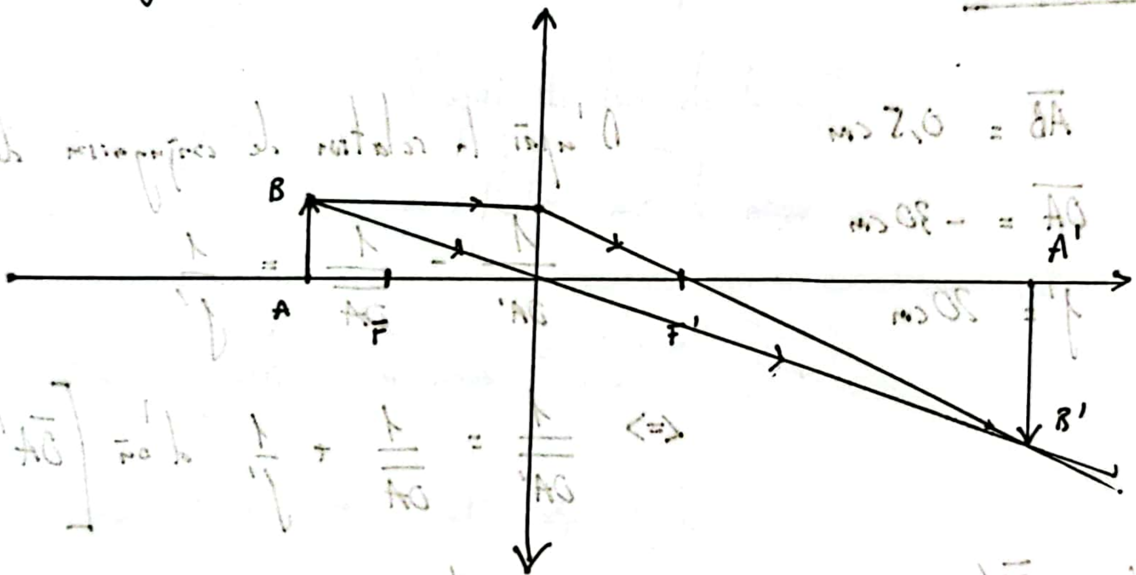
$$= -\overline{OF} + \overline{OA} = \overline{OF'} + \overline{OA}$$

$$= f' + \overline{OA} = -10\text{ cm}$$

Ainsi, $\overline{F'A'} = \dfrac{-f'^2}{\overline{FA}}$ A.N : $\overline{F'A'} = 40$ cm

Or, $\overline{F'A'} = \overline{F'O} + \overline{OA'} = -\overline{OF'} + \overline{OA'} \Leftrightarrow \overline{OA'} = \overline{F'A'} + f'$
$= 40 + 20 = \underline{60 \text{ cm}}$

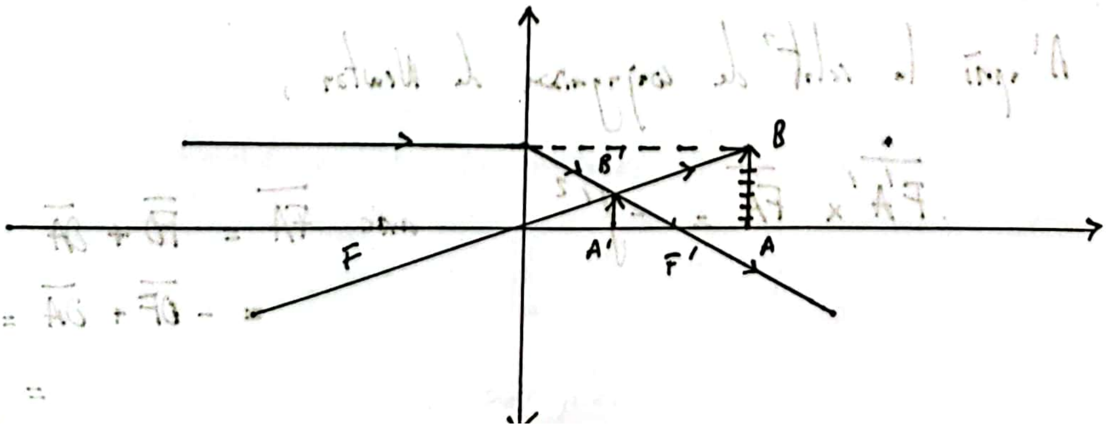
3. Construct° graphique



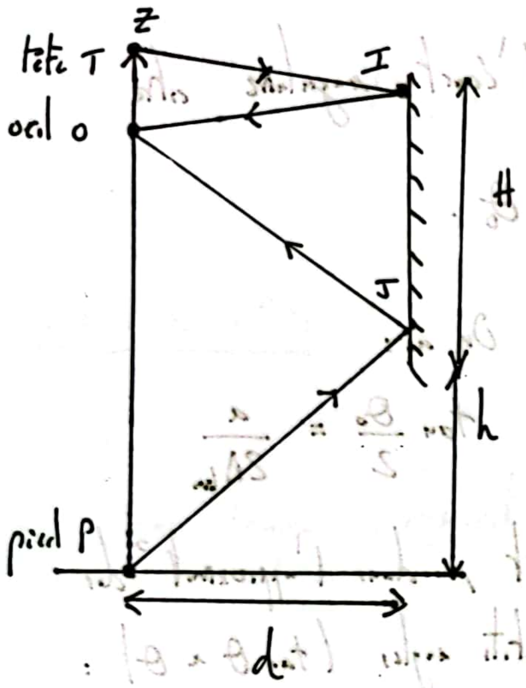
4. Dans le cas où l'objet est virtuel, $\overline{OA} = +30$ cm.

Soit $\overline{OA'} = \dfrac{30 \times 20}{30 + 20} = \underline{+12 \text{ cm}}$.

De plus, $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{12}{30} = 0,40$: image droite et rétrécie.



Exercice n°3



1. Pour que l'homme puisse se voir en entier, il faut qu'un rayon issu du haut de sa tête T puisse entrer dans son oeil O, de même pour son pied P.

D'après les lois de la réflex°, ces rayons doivent se réfléchir sur le miroir aux points I et J.

Ces points doivent appartenir au miroir, donc :

$$z_I < h + H \quad \text{et} \quad z_J > h$$

Les triangles OJP et TIO sont isocèles (lois de la réflexion), donc

$$z_I = \frac{z_T + z_O}{2} \quad \text{et} \quad z_J = \frac{z_P + z_O}{2}$$

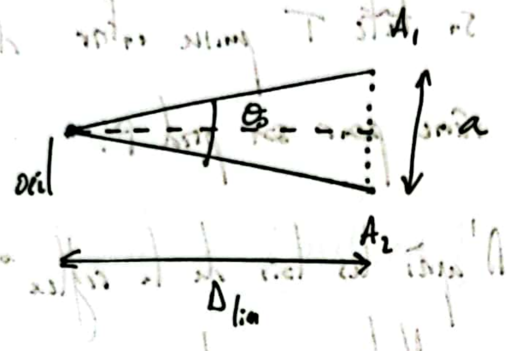
Les conditions deviennent donc :

$$\left[h + H \geq \frac{z_T + z_O}{2} = 175\ \text{cm} \quad \text{et} \quad h < \frac{z_P + z_O}{2} = 85\ \text{cm} \right]$$

2. Les condit° ne dépendent pas de la distance d au miroir : qu'il avance ou qu'il recule, il n'a pas plus de chances de se voir en entier qu'en restant sur place.

Exercice n°4

1. La distance D_{lim} est celle pour laquelle l'écart angulaire entre les deux traits séparés de $a = 2mm$ vaut θ_0.



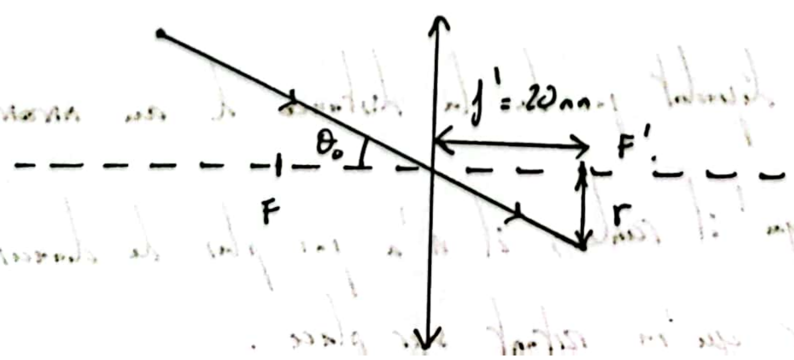
On a : $\tan\frac{\theta_0}{2} = \frac{a}{2D_{lim}}$ soit dans l'approximation des petits angles ($\tan\theta \approx \theta$) :

$$\theta_0 = \frac{a}{D_{lim}} \Leftrightarrow \boxed{D_{lim} = \frac{a}{\theta_0} = 6{,}7m}$$

2. En inversant simplement la relation précédente, on obtient :

$$\boxed{a_{min} = D_{lim}\,\theta_0 = 7{,}5\ cm}$$

3. Deux points ne seront distingués par l'oeil que si leur image se forme sur 2 récepteurs de la rétine. En considérant 2 points séparés d'un écart angulaire θ_0, comme sur la figure ci-dessous :

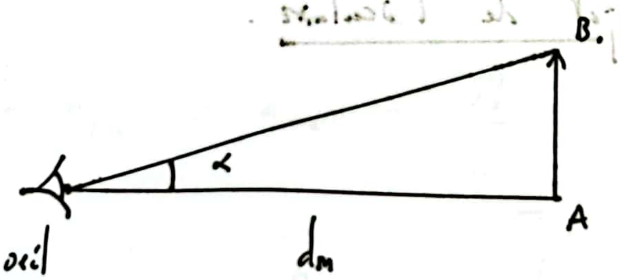


On obtient : $\tan \theta_0 = \frac{r}{f'}$ soit $\tan \theta_0 \simeq \theta_0 = \frac{r}{d}$

d'où $\boxed{r = d\theta_0 \simeq 6\,\mu m}$

Exercice n°5

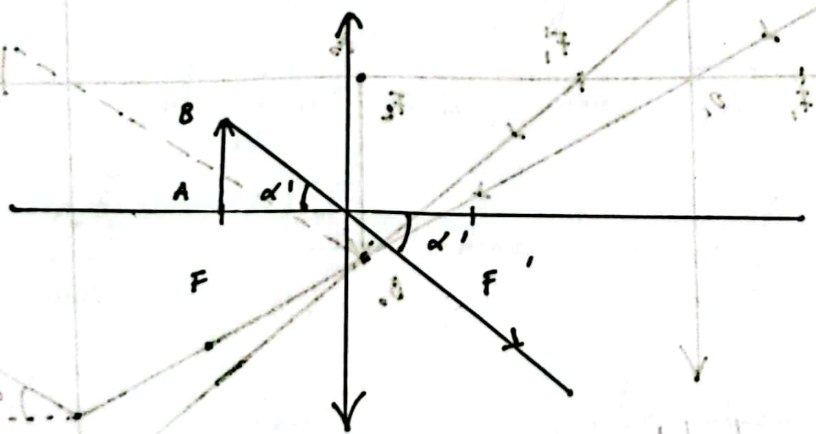
- Sans loupe (observation à l'oeil nu) l'angle α est défini par :



$$\boxed{\tan \alpha = \frac{AB}{d_m}}$$

- Avec loupe (objet placé au foyer objet d'une lentille convergente),

on a :



$$\boxed{\tan \alpha' = \frac{AB}{f'}}$$

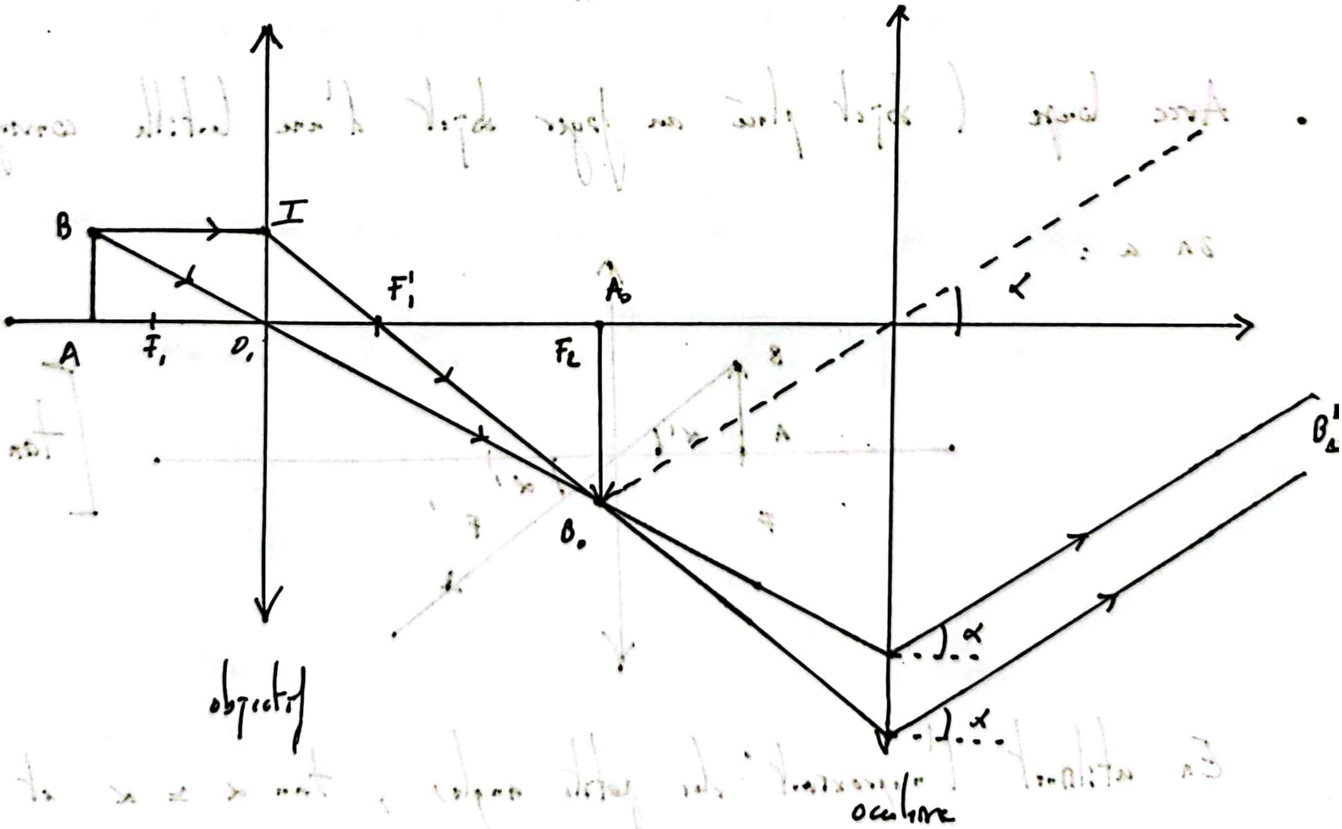
En utilisant l'approximation des petits angles, $\tan \alpha \simeq \alpha$ et $\tan \alpha' \simeq \alpha'$

d'où $\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{d_m}{f'} = 8{,}3}$

Exercice n°6

1. Un microscope est destiné à une observation à l'oeil : pour qu'il n'y ait pas de fatigue visuelle, il faut donc que l'image par l'oculaire se forme à l'infini. Il faut ainsi que l'image intermédiaire formée par l'objectif se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire.

2.



3. Voir deux schémas de l'exercice n°5.

L'utilisat° de α_{max} se justifie car c'est l'angle le plus grand sous lequel l'objet pourra être vue avec un oeil qui accomode mais sans forcer. Si on s'éloigne du punctum proximum, alors son diamètre apparent diminue forcément.

4. On a : $\begin{cases} \tan \alpha' \simeq \alpha' = \dfrac{AB}{f'_2} \\ \tan \alpha_{max} \simeq \alpha_{max} = \dfrac{AB}{\delta_m} \end{cases}$

d'où $G_2 = \dfrac{\alpha'}{\alpha_{max}} = \dfrac{\delta_m}{f'_2} \iff \left[f'_2 = \dfrac{\delta_m}{G_2} = 2{,}5 \text{ cm} \right]$

5. L'objet dont le microscope forme l'image est réel, donc $\overline{O_1A} < 0$.

L'image intermédiaire est également réelle, donc $\overline{O_1A_0} > 0$.

Or, $\gamma_1 = \dfrac{\overline{A_0B_0}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_1A_0}}{\overline{O_1A}}$ donc $[\gamma_1 < 0]$.

6. D'après le théorème de Thalès (avec les grandeurs algébriques), on a :

$$\frac{\overline{O_1I}}{\overline{A_0B_0}} = \frac{\overline{F'_1O_1}}{\overline{F'_1A_0}}$$

or, $\overline{O_1 I} = \overline{AB}$ et $\overline{F_1' O_1} = -f_1'$, et $\overline{F_1' A_0} = \overline{F_1' F_2} = \Delta$

Comme $\gamma_1 = \dfrac{\overline{A_0 B_0}}{\overline{AB}}$, on en déduit :

$$\boxed{\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f_1'}}$$

7. On trouve directement :

$$\boxed{f_1' = -\frac{\Delta}{\gamma_1} = 4{,}0 \text{ mm}}$$

8. Pour obtenir une image à l'infini en sortie du microscope, il faut que $A_0 = F_2$, donc

$$\overline{O_1 A_0} = \overline{O_1 F_2} = \overline{O_1 F_1'} + \overline{F_1' F_2} = f_1' + \Delta$$

D'après la relation de grandissement :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{O_1 A_0}}{\overline{O_1 A}} \quad \text{soit} \quad \overline{O_1 A} = \frac{\overline{O_1 A_0}}{\gamma_1} = -\frac{f_1'}{\Delta}(\Delta + f_1')$$

d'où $$\boxed{\overline{O_1 A} = -\frac{f_1'(\Delta + f_1')}{\Delta} < 0}$$

normal, puisque l'objet est réel.

9. L'angle sous lequel un objet placé à la distance minimale de vision distincte δ_m est vu vaut (QS) :

$$\alpha_{max} = \frac{AB}{\delta_m}$$

L'angle α sous lequel est vu l'objet en sortie du microscope est donné par : $\alpha = \frac{A_0B_0}{f'_2}$

Comme par ailleurs, $A_0B_0 = |\gamma_1| AB$, on a :

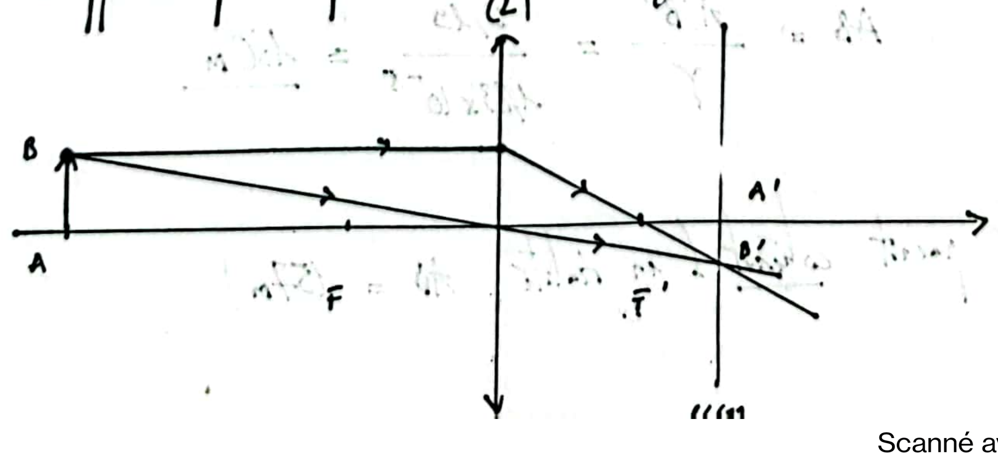
$$\alpha = \frac{|\gamma_1| AB}{f'_2}$$

D'où : $\boxed{G = \frac{\alpha}{\alpha_{max}} = \frac{|\gamma_1| \delta_m}{f'_2} = 400}$

↳ G est le produit des indicat° partiels sur l'objectif et l'oculaire.

Résolution de problème

On modélise l'appareil photo par une lentille convergente suivie d'un écran.



→ On cherche donc à déterminer AB, càd la hauteur du Mont St Michel.

① On commence par déterminer la hauteur A'B' sur le capteur : sur la feuille, on mesure 1,6 cm, pour une hauteur totale de la photo de 4,8 cm. Ainsi, par une règle de trois, on obtient :

$$A'B' = 1{,}6 \times \frac{0{,}57}{4{,}8} = \underline{0{,}19 \text{ cm}}$$

② On utilise ensuite le grandissement :

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$$ (on peut travailler ici en valeur absolue).

or, $OA = 1{,}46$ km et $OA' \simeq f'$ car le Mt St Michel peut être considéré à l'infini. Ainsi,

$$\gamma = \frac{OA'}{OA} = 1{,}23 \times 10^{-5}$$

③ On en déduit AB :

$$AB = \frac{A'B'}{\gamma} = \frac{0{,}19}{1{,}23 \times 10^{-5}} \simeq \underline{160 \text{ m}}$$

Le résultat paraît cohérent (en réalité, AB = 157 m)