TD Circuits électriques dans l'ARQS

Exercice n°1 - Une histoire de conventions (★)

1. Convention récepteur, donc $i = C\dfrac{du}{dt}$.

2. Convention générateur, donc $i = -C\dfrac{du}{dt}$.

3. Convention générateur, donc $i = C\dfrac{du}{dt}$

4. Convention récepteur, donc $i = C\dfrac{du}{dt}$

5. Convention récepteur pour la résistance comme pour la bobine, donc d'après la loi d'additivité des tensions $u = Ri + L\dfrac{di}{dt}$.

6. Convention générateur pour la résistance comme pour la bobine, donc d'après la loi d'additivité des tensions $u = -Ri - L\dfrac{di}{dt}$.

7. La f.é.m. E est fléchée dans le même sens que u et la résistance est prise en convention générateur, donc d'après la loi d'additivité des tensions $u = E - Ri$.

Exercice n°2 - Association de résistances (★)

1. R_2 et R_3 sont montées en parallèle, l'association équivalente R_{23} est donnée par

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{soit} \quad R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

R_1 est alors montée en série avec R_{23}, donc la résistance équivalente est donnée par :

$$\boxed{R_{\text{éq}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}$$

2. Les trois résistances R_2, R_3 et R_4 sont montées en série, l'association est équivalente à

$$R_{234} = R_2 + R_3 + R_4$$

R_1 est alors montée en parallèle avec R_{234}, ce qui donne une résistance $R_{\text{éq}}$ équivalente à l'ensemble valant

$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{234}} \quad \text{soit} \quad \boxed{R_{\text{éq}} = \frac{R_1(R_2 + R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}}$$

3. Les trois résistances sont montées en parallèles, donc l'association est équivalente à $R_{\text{éq}}$ telle que

$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{soit} \quad \boxed{R_{\text{éq}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}$$

Exercice n°3 - Un étudiant peu satisfait... (★)

Les appareils sont en dérivation donc chacun sous une tension de 220 V.

- ▷ Courant dans la bouilloire : $I_1 = \dfrac{P_1}{U} = \dfrac{1300}{220} = 5,91$ A.
- ▷ Courant dans le grille-pain : $I_2 = \dfrac{P_2}{U} = \dfrac{1100}{220} = 5,00$ A.

Le courant total vaut donc $I_1 + I_2 = 10{,}91$ A, ce qui fait sauter le fusible. Il est donc impossible d'utiliser le grille-pain et la bouilloire simultanément.

Exercice n°4 - Circuits simples (★★)

• **Méthode :**

- ▷ Par ceux qui sont demandés, identifier les courants et tensions évidents : tension aux bornes d'un fil et intensité dans une branche ouverte.
- ▷ En déduire ce qui est possible directement, la plupart du temps la tension aux bornes d'une résistance parcourue par un courant nul et celle aux bornes des dipôles court-circuités.
- ▷ Essayer d'identifier des ponts diviseurs pour déterminer d'autres tensions, c'est-à-dire des résistances ou bien parcourues par le même courant ou bien soumises à la même tension.
- ▷ Remplacer par des résistances équivalentes pour simplifier le circuit.
- ▷ Appliquer les lois de Kirchoff, en écrivant en premier celle qui implique des grandeurs que vous connaissez (p.ex. inutile d'écrire la loi des nœuds si vous ne connaissez aucune intensité).
- ▷ Ne pas hésiter si besoin à nommer d'autres courant et tension que ceux qui sont fléchés... mais ne pas tomber dans l'excès qui consisterait à donner un nom à tout au risque de ne plus s'y retrouver.

1. ▷ Ce qui est évident : $i_1 = 0$, $i_2 = 0$ et $u_3 = 0$;
▷ Ce qui s'en déduit directement : $u_R = 0$ et $u_2 = u_3$ donc $u_2 = 0$;
▷ Aucun pont diviseur ;
▷ Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$ donc $i_1 = 0$;
▷ Loi des mailles : $E = u_1 + u_R + u_3$ d'où $u_1 = E$.

2. ▷ Ce qui est évident : $i_2 = 0$, $u_1 = 0$ et $u_3 = 0$;
▷ Ce qui s'en déduit directement : $u_2 = u_3$ donc $u_2 = 0$;
▷ Aucun pont diviseur ;
▷ Loi des mailles : $E = u_1 + u_R + u_3$ d'où $u_R = E$;
▷ Loi d'Ohm : $i_1 = E/R$;
▷ Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$ donc $i_3 = E/R$;

3. ▷ Ce qui est évident : $u_1 = 0$, $u_3 = 0$, $i_2 = 0$;
▷ Ce qui s'en déduit directement : $u_2' = Ri_2 = 0$;
▷ Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$ donc $i_1 = i_3$;
▷ Loi des mailles :

$$E = u_1 + u_1' + u_3 + u_3' \quad \text{soit} \quad E = u_1' + u_3'$$

▷ Comme R_1 et R_3 sont parcourues par le même courant alors elles forment un pont diviseur soumis à la tension E,

$$u_1' = \frac{R_1}{R_1 + R_3}E \quad \text{et} \quad u_3' = \frac{R_3}{R_1 + R_3}E$$

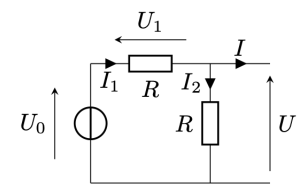
▷ Loi d'Ohm : $i_1 = i_3 = \dfrac{u_1'}{R_1} = \dfrac{E}{R_1 + R_3}$

On pourrait bien sûr aboutir au même résultat avec $i_3 = u_3'/R_3$.

4. ▷ Ce qui est évident : $i_0 = 0$, et $i_2 = 0$;
▷ Loi des nœuds : $I_0 = i_0 + i_1$ donc $i_1 = I_0$;
▷ Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$ donc $i_3 = I_0$;
▷ Loi d'Ohm : $u_3 = R_3 I_0$;
▷ Loi des mailles : $u_2 + R_2 i_2 = u_3$ donc $u_2 = u_3 = R_3 I_0$;
▷ Loi d'Ohm : $u_1 = R_1 I_0$;
▷ Loi des mailles : $u_0 = u_1 + u_3$ d'où $u_0 = (R_1 + R_3)I_0$

Exercice n°5 - Générateur équivalent (★★)

• **Méthode :** Comme toujours, on utilise en alternance les lois de Kirchoff et les lois de comportement. On ne travaille que sur une seule équation dans laquelle on remplace au fur et à mesure les grandeurs inconnues et inintéressantes par des grandeurs connues (ici U_0 et R) ou intéressantes (ici I et U).



▷ Loi des noeuds : $I_1 = I + I_2$

▷ Loi d'Ohm : $\dfrac{U_1}{R} = I + \dfrac{U}{R}$

▷ Loi des mailles : $U_0 = U + U_1$ soit $U_1 = U_0 - U$ d'où

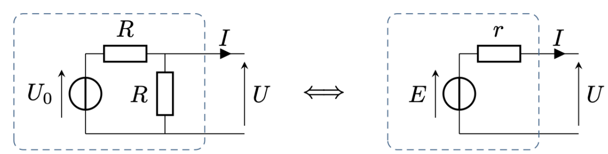
$$\frac{U_0 - U}{R} = I + \frac{U}{R}$$

On n'a maintenant que des grandeurs connues ou intéressantes, il ne reste qu'à transformer l'équation pour exprimer U en fonction de I, ce qui donne

$$\frac{U_0}{R} - I = \frac{U}{R} + \frac{U}{R} \quad \text{soit} \quad U_0 - RI = 2U \quad \text{d'où} \quad U = \frac{U_0}{2} - \frac{R}{2}I$$

L'association est ici orientée en convention générateur. Dans cette convention, un générateur de Thévenin a pour loi de comportement $U = E - rI$. On en déduit que l'association est bien équivalente à un générateur de Thévenin, dont les paramètres sont

$$\boxed{E = \frac{U_0}{2} \quad \text{et} \quad r = \frac{R}{2}}$$



Exercice n°6 - Équivalence triangle-étoile (★★★)

1. Commençons par le montage étoile. D'après la loi d'additivité des tensions, on a :

$$U_{AB} = U_{AO} + U_{OB} \quad \text{soit} \quad U_{AB} = R_1 i_1 - R_2 i_2$$

Pour le montage triangle, on a cette fois :

$$\boxed{U_{AB} = r_3 j_3}$$

2. Pour pouvoir raisonner par identification, il faut exprimer j_3 en fonction de i_1 et i_2. D'après la loi des noeuds,

$$i_1 + j_2 = j_3 \quad \text{et} \quad i_2 + j_3 = j_1$$

Or les courants j_n sont également reliés entre eux par la loi des mailles et la loi d'Ohm,

$$r_1 j_1 + r_2 j_2 + r_3 j_3 = 0$$

En remplaçant j_1 et j_2 par leurs expressions issues de la loi des nœuds impliquant i_1, i_2 et j_3, on trouve

$$r_1(i_2 + j_3) + r_2(j_3 - i_1) + r_3 j_3 = 0$$

Ainsi,

$$\boxed{j_3 = \frac{r_2}{r_1 + r_2 + r_3} i_1 - \frac{r_1}{r_1 + r_2 + r_3} j_2}$$

3. Si les deux circuits sont équivalents, la tension U_{AB} ne dépend pas du circuit, d'où

$$U_{AB} = R_1 i_1 - R_2 i_2 = \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3} i_1 - \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_2 + r_3} i_2$$

Par identification, on en déduit :

$$\boxed{R_1 = \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_2 + r_3}}$$

4. Compte tenu des symétries du circuit, par analogie, on a :

$$\boxed{R_3 = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2 + r_3}}$$