Partie 1 : Microscope optique

1. Conditions de Gauss :

- ▷ L'intersection des rayons avec le système optique se fait proche de l'axe optique.
- ▷ Les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique.

2. On a :

$$\Delta = \overline{F_1'F_2} = \overline{F_1'O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\Delta = D_0 - f_1' - f_2'}$$

A.N : $\Delta = 100$ mm.

3. On traduit les données de l'énoncé : $A \to A' = F_2$ par L_1. Ainsi, la relation de conjugaison s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \quad \text{soit} \quad d = \frac{f_1'(f_1' + \Delta)}{\Delta}$$

avec $d = \overline{A_1O_1}$ et $\overline{O_1F_2} = f_1' + \Delta$.

A.N : $d = 5,25$ mm.

4. Par définition,

$$\gamma_1 = \frac{\overline{O_1F_2}}{\overline{O_1A_1}} \quad \text{donc} \quad \boxed{\gamma_1 = -\frac{f_1' + \Delta}{d} = -\frac{\Delta}{f_1'} = -20}$$

L'image est donc renversée.

5. L'objet intermédiaire étant dans le plan focal objet de l'oculaire, l'image finale sera à l'infini permettant ainsi une observation sans accommodation.

6. Le tracé est donné en figure 1.

7. D'après la figure 1, on a :

$$\alpha' \approx \tan \alpha' = \frac{A'B'}{f_2'} \quad \text{et} \quad \tan \alpha = \frac{AB}{d}$$

Ainsi, on en déduit :

$$\boxed{G = \left|\frac{\alpha'}{\alpha}\right| = |\gamma_1| \frac{d}{f_2'}}$$

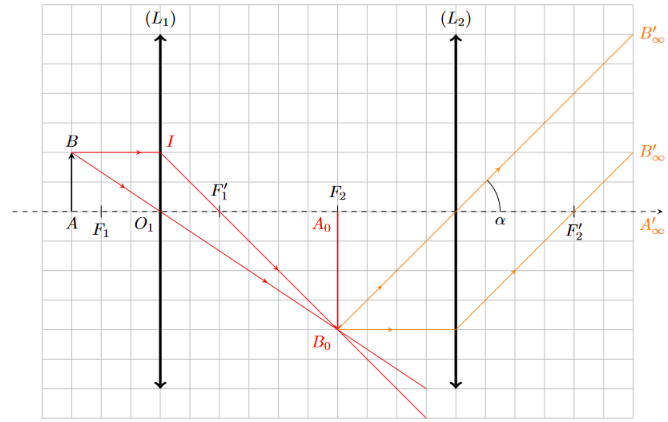


Figure 1: Tracé de la marche des rayons dans un microscope optique. Les rayons servant à construire l'image intermédiaire A_0B_0 sont représentés en rouge; les rayons servant à représenter l'image finale donnée par l'oculaire sont représentés en orange. L'image intermédiaire est bien agrandie, et l'image finale est rejetée par l'oculaire à l'infini.

8. Lorsqu'il observe la pastille bleue B au travers de la lunette, l'observateur observe en fait son image B' au travers de la lame, voir figure ci-dessous. La distance ϵ dont il déplace la lunette est donc en fait égale à $B'R$. Exprimons donc $B'R$ en fonction de BR. Notons I le point d'émergence de la lame. On a :

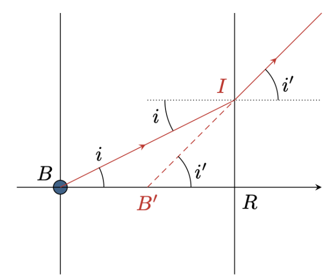


Figure 2: Observation à travers la lame de verre

$$i \simeq \tan i = \frac{IR}{BR} = \frac{IR}{e} \quad \text{et} \quad i' \simeq \tan i' = \frac{IR}{B'R} = \frac{IR}{\epsilon}$$

d'où on en déduit

$$IR = ei = \epsilon i'$$

Or d'après les lois de la réfraction,

$$n \sin i = \sin i' \quad \text{soit} \quad ni = i'$$

En combinant ces relations, on en déduit

$$ei = \epsilon n i \quad \text{d'où} \quad \boxed{e = n\epsilon = 630\ \mu\text{m}}$$

Partie 2 : Appareil photographique

9. Le tracé est donné ci-dessous.

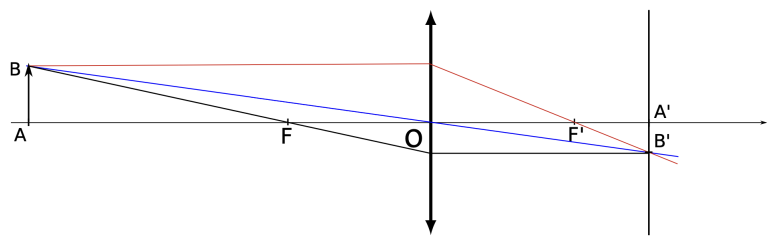


Figure 3: Tracé de l'image par l'appareil photo

10. On utilise la relation de Descartes avec ici $\overline{OA} = -d$, donc :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{-d} = \frac{1}{f'} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\overline{OA'} = \frac{f'd}{d-f'}}$$

11. $\tau = \overline{F'A'} = \overline{F'O} + \overline{OA'}$ soit $\tau = \overline{OA'} - f'$. Ainsi,

$$\tau = \frac{f'^2}{d-f'}$$

A.N : $\tau = 0,85$ mm.

12. Calculons le grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{-50,85}{3000} = 1,695 \times 10^{-2}$$

La largeur sur le capteur vaut donc $|\gamma| \times 53$ cm $= 9{,}0$ mm et la longueur vaut quant à elle $|\gamma| \times 77$ cm $= 13$ mm.

Ses dimensions sur le capteur sont donc de **9 mm $\times$ 13 mm, et ceci rentre donc bien sur le capteur**.

13. Les étoiles peuvent être considérées comme étant à l'infini. **On place donc le capteur dans le plan focal image de l'objectif** (plan de F').

14. On a, grâce au schéma donné dans l'énoncé :

$$\tan\alpha = \frac{d_L/2}{d_{TL}}$$

En faisant l'approximation des petits angles,

$$\boxed{\alpha \simeq \tan\alpha = \frac{d_L}{2d_{TL}} = 4,5 \times 10^{-3} \text{ rad} = 15,6'}$$

Remarque : pour passer des radians aux degrés, on multiplie par $180/\pi$, puis pour passer des degrés aux minutes on multiplie par 60.

15. Le capteur est encore placé dans le plan focal image, car en très bonne approximation la Lune est à l'infini. Notons d le diamètre de la lune sur le capteur. On a donc :

$$\tan\alpha = \frac{d/2}{f'} \quad \text{soit} \quad \boxed{d = 2f'\tan\alpha \simeq 2f'\alpha}$$

A.N : $d = 0,45$ mm.

16. Les 24 mm du capteur deviennent 10 cm sur le tirage, donc les 0,45 mm de diamètre lunaire deviennent

$$d_p = 0,45\text{mm} \times \frac{10\text{cm}}{24\text{mm}} \quad \text{soit} \quad \boxed{d_p = 1,89\text{mm}}$$

Ce n'est pas beaucoup! Il faudrait utiliser un téléobjectif.

17. Le schéma est donné figure 4.

18. A_1 est en F_1'. B_1 est dans le même plan (donc le plan focal image de L_1).

19. On a $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2F_1'} = f_1e$.

20. On a : $A_1 \xrightarrow{L_2} A'$, d'où

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{f_1'-e} = \frac{1}{f_2'}$$

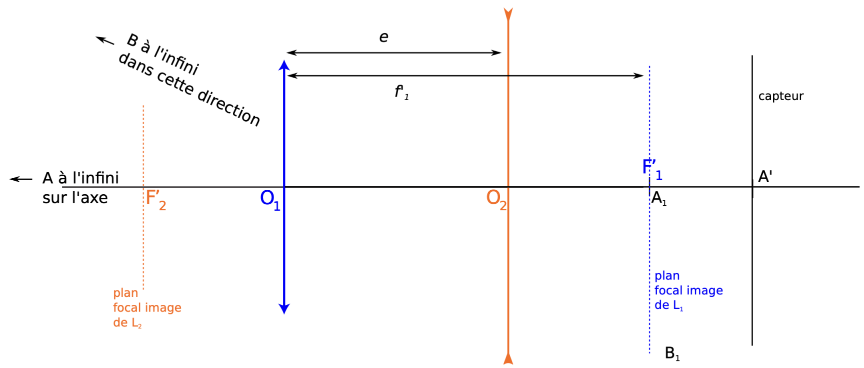


Figure 4: Schéma de principe d'un téléobjectif

On en déduit :

$$\boxed{p' = \overline{O_2A'} = \frac{f_2'(f_1' - e)}{f_1' + f_2' - e}}$$

A.N : $p' = 30,65$ mm.

21. Sur le schéma figure 4, on trace le rayon passant par le centre O_1. On a $\tan\alpha = A_1B_1/f_1'$, donc

$$\overline{A_1B_1} = -f_1' \tan\alpha = -0,225 \text{ mm}$$

22. Le grandissement γ_2 s'écrit :

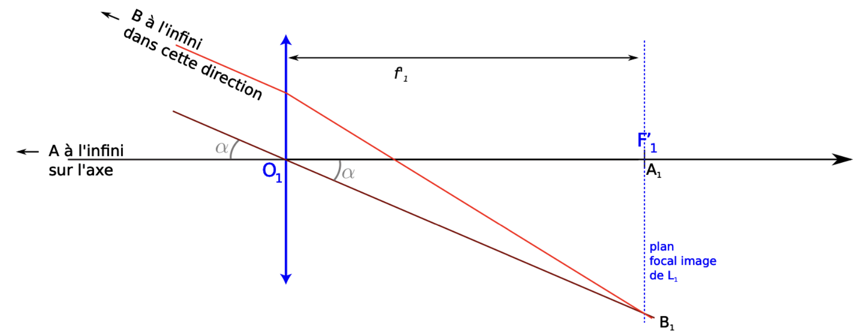
$$\boxed{\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{p'}{f_1' - e} = 1,61}$$

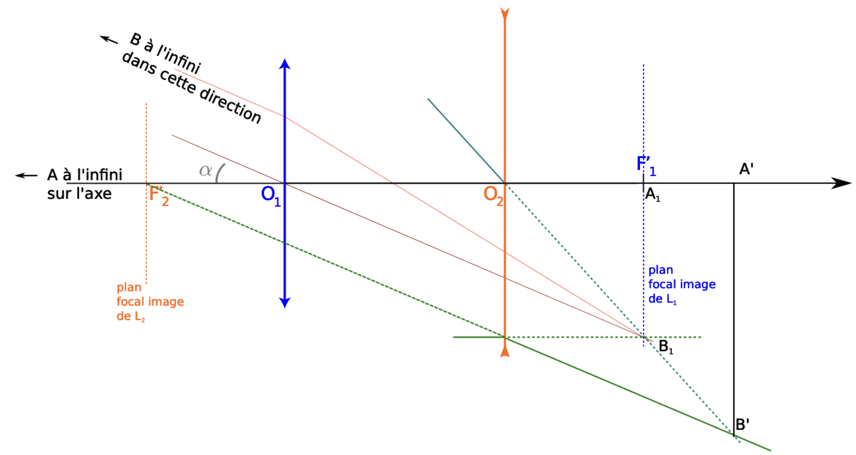
23. On a $r = \gamma_2 \times A_1B_1$ par définition du grandissement (on considère des distances positives donc on prend tout positif). Avec les questions précédentes, on en déduit :

$$\boxed{r = \frac{p'}{f_1' - e} \times f_1' \tan\alpha = 0,36 \text{ mm}}$$

Le diamètre est donc de 0,72 mm. Cette taille a été multipliée par $\gamma_2 = 1,61$ par rapport au cas précédent. Donc l'ajout de la lentille divergente permet de multiplier la taille de l'image par son grandissement pris entre le plan de F_1' et du capteur.

24 et 25. Les tracés sont donnés ci-dessous.





Partie 3 : Mesure de l'indice d'un prisme

26. Au point I, on a la relation de Snell-Descartes :

$$\boxed{\sin i = n \sin r}$$

De la même manière, au point J,

$$\boxed{n \sin r' = \sin i'}$$

Dans le triangle (IJK), où K désigne le sommet du triangle, on a :

$$A+\left(\frac{\pi}{2}-r\right)+\left(\frac{\pi}{2}-r'\right)=\pi \quad \text{soit} \quad \boxed{A=r+r'}$$

Pour la déviation D, on remarque que le rayon incident est dévié deux fois dans le même sens (vers la droite sur le schéma). En I, le rayon entre dans le prisme en tournant de ir; puis en J, il tourne de $i'-r'$. La déviation totale est donc $D=i+i'-r-r'$ soit, en utilisant l'équation précédente :

$$\boxed{D=i+i'-A}$$

27. La réfraction au point I existe pour n'importe quel angle d'incidence i : l'indice optique de l'air étant plus faible que celui du verre. Par contre, au point J , il existe un rayon réfracté si et seulement si $r<r_{\text{lim}}=\arcsin\frac{1}{n}$. Sinon, il y a réflexion totale.

Or, $A=r-r'$ donc $r>A-\arcsin\frac{1}{n}$, et la loi de Snell-Descartes au point I nous permet d'écrire :

$$i<\arcsin\left(n\sin(A-\arcsin\frac{1}{n})\right)=i_{\text{lim}}$$

28. D'après la loi de Snell-Descartes au point I,

$$\sin r=\frac{\sin i}{n}<\frac{1}{n} \quad \text{donc} \quad r<\arcsin\frac{1}{n}$$

Si l'on considère la condition sur $r'=r'<\arcsin\frac{1}{n}$ ainsi que la relation $A=r+r'$, on en déduit qu'il faut que

$$\boxed{A<2\arcsin\frac{1}{n}=A_{\text{max}}}$$

pour que la lumière puisse émerger du prisme. Celui-ci doit donc être assez pointu.

29. Pour $n=1,74$, on trouve $A_{\text{max}}=70°10'$ donc la valeur de $A=60°$ convient. La condition sur i est alors :

$$\boxed{47,9°<i<90°}$$

30. (a) D'après le retour inverse de la lumière, si on obtient une déviation minimale dans un sens pour un angle incident i, la déviation est aussi minimale dans l'autre sens, en inversant les rôles des rayons émergents et incidents, donc pour un angle d'incidence égal à i'. Le minimum étant unique, on trouve nécessairement $i'=i$.

30. (b) D'après les relations de Snell-Descartes écrites à la question 1, si $i=i'$ alors $r=r'$. Les deux autres relations du prisme donnent alors

$$D_m=2i-A \quad \text{d'où} \quad i=\frac{A+D_m}{2} \quad \text{et} \quad r=\frac{A}{2}$$

Or, $n=\sin i/\sin r$, donc

$$\boxed{n=\frac{\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}}$$

31. Par lecture graphique, on a $D_m=52°$. On en déduit $\boxed{n\approx 1,66}$.

Partie 4 : Circuit linéaire

32. Sur la branche DF, les dipôles R et $2R$ sont en série. On réalise un pont diviseur de tension :

$$U_{EF}=\frac{R}{2R+R}E' \quad \text{soit} \quad \boxed{U_{EF}=\frac{E'}{3}=1\text{ V}}$$

33. On veut calculer I_0 grâce à la loi d'Ohm. Il faut pour cela d'abord regrouper les résistances. L'association (R, $2R$, R) en parallèle est équivalente à une résistance $R_p=2R/5$. Cette résistance est ensuite en série avec R et R sur la branche AD : ainsi, la branche AD est équivalente à un dipôle de résistance équivalente $R_{\text{éq}}=12R/5$.

De plus, la tension U_{DF} est égale à E'. On en déduit par loi des mailles : $U_{AD}=2V$. Ainsi,

$$U_{AD}=\frac{12R}{5}\times I_0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{I_0=0,83\text{ A}}$$

34. Loi des noeuds en D : $I_0=I_1+I'$, avec I_1 l'intensité circulant dans la branche DF. Or, $I_1=\frac{E'}{3R}$ (résistances en série + loi d'Ohm). On en déduit :

$$\boxed{I'=I_0-\frac{E'}{3R}=0,83-1=-0,17\text{ A}}$$

Le courant I' circule donc dans le sens de E' (I' arrive au noeud D), qui est ainsi orienté en convention générateur.

35. On regroupe $2R$ (parcourue par i_2 et R (parcourue par i_3) en parallèle : cette association est équivalente à une résistance $R_1 = 2R/3$. On réalise ensuite un pont diviseur de courant :

$$i_1 = \frac{2R/3}{2R/3+R}I_0 = \frac{2}{5}I_0 \quad \text{soit} \quad \boxed{I_0 \simeq 0,33 \text{ A}}$$

De la même façon, $\boxed{i_3 = i_1 = 0,33 \text{ A}}$.

On en déduit i_2 par loi des noeuds : $\boxed{i_2 = I_0 - i_1 - i_3 \simeq 0,17 \text{ A}}$.

Partie 5 : Pont de Wheatstone

36. Pour résoudre ce problème, il faut utiliser l'additivité des tensions et remarquer que $U_{AC} = U_{AD} + U_{DC}$. On exprime ensuite ces deux tensions grâce à la loi d'Ohm, et on détermine les intensités correspondantes grâce à une loi des noeuds. On obtient ainsi :

$$\boxed{U_{AC} = E\left(\frac{R_1R_2 - RR_3}{(R+R_1)(R_2+R_3)}\right)}$$

37. Pour que le pont soit équilibré, il faut que $U_{AC} = 0$. On en déduit :

$$R_1R_2 = RR_3 \quad \text{d'où} \quad \boxed{R = \frac{R_1R_2}{R_3}}$$

38. A.N : $R = 875\ \Omega$.