

Devoir surveillé de physique n°1

(Durée : 3 heures)

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Le sujet comporte 5 pages, et est composé de cinq parties indépendantes.

L'utilisation des calculatrices est autorisée pour cette épreuve.

L'utilisation du formulaire de trigonométrie est autorisée pour cette épreuve.

AVERTISSEMENT

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

* * *

Données

- ▷ Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- ▷ Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
- ▷ Constante de Planck : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
- ▷ Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
- ▷ Indice optique de l'eau : $n_{\text{eau}} = 1,33$.

Première partie : Vibration d'une goutte d'eau

La fréquence de vibration f d'une goutte d'eau va dépendre de plusieurs paramètres. On supposera que la tension superficielle est le facteur prédominant dans la cohésion de la goutte; par conséquent, les facteurs intervenant dans l'expression de la fréquence de vibration f seront :

- ▷ R , le rayon de la goutte;
- ▷ ρ , la masse volumique, pour tenir compte de l'inertie ;
- ▷ A la constante intervenant dans l'expression de la force due à la tension superficielle (la dimension de A est celle d'une force par unité de longueur).

1. Rappeler la dimension et l'unité de R et ρ dans le système international.
2. Déterminer la dimension de A dans le système international.
3. Déterminer les constantes a , b et c telles que la fréquence de vibration s'écrive :

$$f = k_1 R^a \rho^b A^c$$

où k_1 est une constante sans dimension que l'on ne cherchera pas à expliciter.

4. En déduire l'expression de f .

Deuxième partie : Grandeurs de Planck

En physique, le système d'unités de Planck est un système d'unités de mesure défini uniquement à partir de constantes physiques fondamentales comme la célérité de la lumière c , la constante de Planck réduite \hbar ($\hbar = h/2\pi$), la constante de gravitation universelle G et k_B la constante de Boltzmann, dont les valeurs et unités sont rappelées dans le début du devoir.

$$\sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}; \quad \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}; \quad \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$$

5. Déterminer quelle grandeur est homogène à :
 - ▷ une longueur, appelée "longueur de Planck", et notée l_p
 - ▷ une masse, appelée "masse de Planck", et notée m_p
 - ▷ une durée, appelée "durée de Planck", et notée τ_p
6. Calculer numériquement τ_p , l_p et m_p .
7. On introduit également la "température de Planck", notée T_p à partir des constantes c , k_B et m_p (masse de Planck). Déterminer l'expression de T_p et la calculer.

Troisième partie : Trajet d'un rayon dans une demi-boule

On étudie le comportement d'un rayon lumineux dans une demi-boule de centre O et de rayon R , constituée d'un milieu transparent d'indice n . L'air environnant a un indice qu'on prendra égal à 1,00.

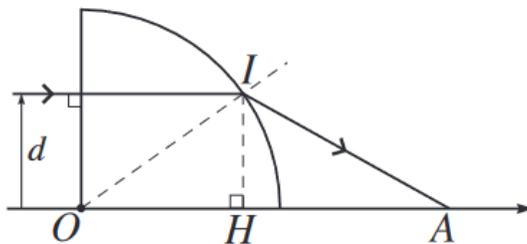


Figure 1: Trajet d'un rayon lumineux dans une demi-boule

Le rayon arrive perpendiculairement sur la face plane de la demi-boule, il est écarté d'une distance d par rapport à l'axe optique. On note I le point d'incidence sur la partie sphérique, i l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction en ce point. Le rayon émergent, lorsqu'il existe, coupe l'axe optique en A .

8. Justifier que le rayon incident n'est pas dévié lorsqu'il pénètre dans la lentille demi-boule.
9. Rappeler les lois de Snell-Descartes pour la réfraction. Exprimer alors la relation entre i et r .
10. Montrer qu'au-delà d'un angle limite i_{lim} , dont on donnera l'expression, le rayon réfracté n'existe plus (phénomène de réflexion totale).
11. Donner alors l'expression de d_{lim} , distance pour laquelle il y a réflexion totale.

On se place dans la suite à une distance $d < d_{\text{lim}}$.

12. Exprimer la distance OA en fonction de d , i et r . Montrer que l'on peut écrire OA sous la forme :

$$OA = d \left(\frac{1}{\tan(i)} + \frac{1}{\tan(r - i)} \right) \quad (1)$$

(On pourra s'aider du point H).

13. La demi-boule est-elle rigoureusement stigmatique ? Justifier.
14. Dans quelles conditions faut-il se placer pour que la demi-boule ait un stigmatisme approché ? Énoncer ces conditions.
15. On se place dans le cas où d est très petit : les angles i et r seront faibles également. À l'aide de l'approximation des petits angles, simplifier l'expression (1) et en déduire la position limite F du point A en fonction de R et n .
16. On prend $R = 10$ cm et $n = \sqrt{2}$. Calculer OF dans ce cas.
17. À quoi correspond physiquement la distance OF ?

Quatrième partie : Étude d'une fibre optique

Les câbles à fibre optique permettent le transport de données numériques avec des débits importants. Ce sont par exemple eux qui acheminent internet sur les grandes distances (sous les océans, le long des côtes, et maintenant jusque dans les habitations). Chaque câble est constitué de plusieurs fibres, comme illustré sur la figure 2 ci-dessous.

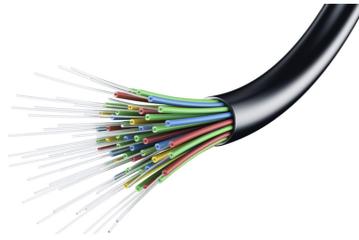


Figure 2: Illustration d'une fibre optique

On considère une fibre optique (figure 3) constituée d'un cœur d'indice optique n_1 et d'une gaine d'indice optique n_2 . Le tout est à géométrie cylindrique. L'objectif d'une fibre optique est de guider la lumière sur de longues distances. On envoie en entrée un rayon lumineux avec une incidence θ . On supposera que le milieu extérieur a un indice optique égal à 1,00.

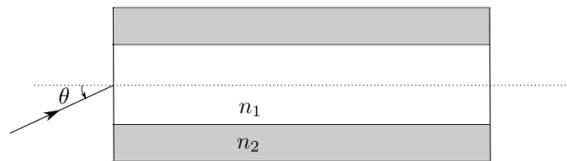


Figure 3: Rayon incident dans une fibre optique

18. Quelle doit être la condition sur n_1 et n_2 pour que la fibre guide effectivement le rayon lumineux sur une longue distance ? Faire un schéma représentant la suite du parcours du rayon lumineux.
19. Déterminer l'angle d'incidence maximal θ_m tel que le rayon reste guidé dans la fibre.
20. L'ouverture numérique de la fibre, notée o_n est définie par $o_n = n_0 \sin(\theta_m)$. Exprimer o_n en fonction de n_1 et n_2 . Calculer l'ouverture numérique de cette fibre, en sachant que $n_1 = 1.50$ et $n_2 = 1.48$.

On considère une fibre optique de longueur L , et un rayon arrivant en entrée sous une incidence θ . L'angle initial à l'intérieur de la fibre est noté θ_0 .

21. Donner l'expression de la distance d parcourue par ce rayon entre son entrée et sa sortie de la fibre, en fonction de L et de θ_0 .
22. En déduire le temps qu'il met à parcourir la fibre en fonction de L , θ , c et de n_1 .

On envoie une impulsion lumineuse sous la forme d'un faisceau conique convergent vers l'entrée de la fibre. L'angle d'ouverture du cône est θ_m . On a donc des rayons qui arrivent inclinés avec des angles compris entre 0 et θ_m .

23. Donner l'expression de la différence de temps de parcours entre le rayon le plus rapide et le rayon le plus lent. En déduire le temps Δt minimal qui doit séparer deux impulsions en entrée de la fibre. On prendra $L = 1,0$ km. En déduire la fréquence maximale à laquelle est transmise l'information.

Cinquième partie : Résolution de problème

Un disque en liège de rayon r flotte sur l'eau d'indice n . Il soutient une tige placée perpendiculairement en son centre.

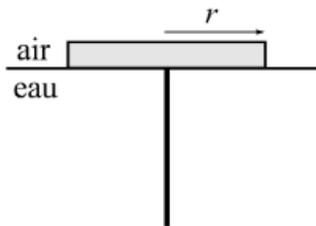


Figure 4: Disque en liège flottant sur l'eau

24. Quelle est la longueur h de la partie de la tige non visible pour un observateur dans l'air ? Citer les phénomènes mis en jeu. Réaliser l'application numérique pour $r = 20$ cm.

(Toute trace de raisonnement, même non aboutie, sera prise en compte dans la notation.)

Fin du sujet