Exercice n°1 - Signal harmonique de moyenne non nulle (★)

1. On a directement (cf démonstration du cours)

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

2. Comme pour tout t, $-1 \leq \cos(\omega t + \varphi) \leq 1$, alors :

$$S_0 - S_m \leq s(t) \leq S_0 + S_m$$

d'où on en déduit l'amplitude crête-à-crête :

$$\boxed{S_{cc} = S_{\max} - S_{\min} = 2S_m}$$

3. On reproduit le raisonnement du cours à propos du signal harmonique.

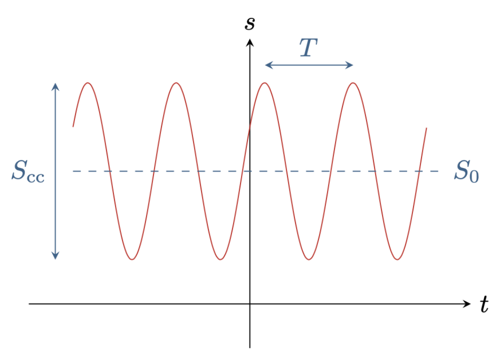
$$\langle s(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T (S_0 + S_m\cos(\omega t + \varphi))dt$$

$$= \frac{1}{T}\left(S_0\int_0^T dt + S_m\int_0^T \cos(\omega t + \varphi)dt\right) = \frac{S_0}{T} \times T + \frac{S_m}{T}\left[\frac{1}{\omega}\sin(\omega t + \varphi)\right]_0^T$$

$$= S_0 + \frac{S_m}{\omega T}(\sin(\omega T + \varphi) - \sin(\varphi)) = S_0 + \frac{S_m}{\omega T}(\sin(2\pi + \varphi) - \sin(\varphi)) = S_0$$

Donc $\boxed{\langle s \rangle = S_0}$.

4. Le chronogramme est donné ci-dessous.



Exercice n°2 - Mesure d'un déphasage à l'oscilloscope (★)

1. Commençons par étudier la tension v_1.

▷ Elle est symétrique par rapport à l'axe des temps donc $\langle v_1 \rangle = 0{,}0$ V.

▷ Sa valeur maximale vaut environ 1,3 V, donc v_1 a pour amplitude 1,3 V.

▷ La courbe coupe l'axe des temps dans le sens montant pour t = -4,1ms, puis -1,1ms, puis 1,9ms, ... On en déduit que le période de la tension v_1 vaut T_1 = 3,0 ms. Évidemment, on peut aussi regarder la position de minima, des maxima, etc.

▷ Par conséquent, sa fréquence vaut $f_1 = 1/T_1 = 3,3 \cdot 10^2$ Hz.

Procédons de même pour la tension v_2.

▷ La tension v_2 est comprise entre -0,6 V et 1 V. Comme elle est harmonique, sa moyenne s'en déduit directement et vaut $\langle v_2 \rangle = 0{,}2$ V.

▷ À partir de la lecture de la valeur maximale 1,0 V (ou minimale !), on en déduit que l'amplitude vaut 0,8 V.

▷ La période et la fréquence valent à nouveau T_2 = 3,0 ms et $f_2 = 3,3 \cdot 10^2$ Hz.

Les deux tensions ont la même fréquence, elles sont donc **synchrones** par définition.

2. Attention, c'est le passage par la valeur moyenne qui importe, pas celui par l'axe des temps. Pour éviter cet écueil, les méthode utilisant les maxima est plus fiable.

La tension v_2 atteint son maximum avant v_1 : v_2 est en avance de phase sur v_2. Pour mesurer le décalage temporel Δt, le plus simple est de regarder les instants où les courbes atteignent deux maxima les plus proches, par exemple en 2,6 ms pour v_1 et 1,6 ms pour v_2. Ainsi,

$$\Delta t_{21} = -1,0 \text{ ms} \quad \text{d'où} \quad \Delta\varphi_{21} = \frac{2\pi}{T}|\Delta t_{21}| = \frac{2\pi}{3}$$

3. La dépendance en temps des deux tensions est de la forme $\cos(2\pi f t + \varphi_i)$, avec i = 1 ou 2. On cherche ici les deux phases φ_i. Pour cela, l'idée est de se ramener à une mesure sur le chronogramme qui s'apparente à une mesure de déphasage par rapport à une tension de référence fictive, qu'on notera 0. Le déphasage de la tension i par rapport à la tension 0 vaut

$$\Delta\varphi_{i0} = \varphi_i -_0$$

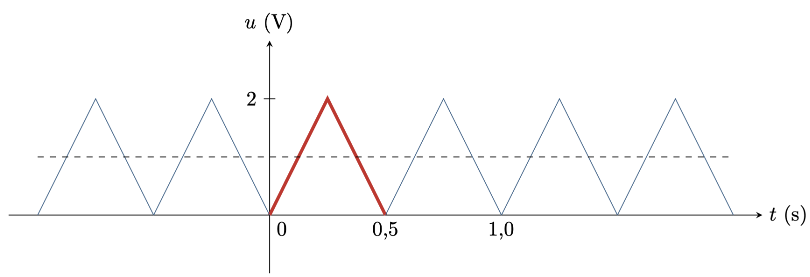
et il est égal à φ_i si $\varphi_0 = 0$. Cette tension de référence est donc du type $A_0\cos(\omega t)$. Le point de repère à considérer pour définir correctement le décalage temporel est le maximum de cette fonction, qui se trouve en $t = 0$. Pour connaître les phases initiales, il suffit donc de lire sur le chronogramme l'instant le plus proche de $t = 0$ où les tensions atteignent leurs valeurs maximales. On lit respectivement t_1 = -0,4 ms et t_2 = -1,4 ms. Ainsi,

$$\varphi_1 = -\frac{2\pi}{T}(t_1 - 0) = 0,7 \text{ rad} \quad \text{et} \quad \varphi_2 = -\frac{2\pi}{T}(t_2 - 0) = 2,9 \text{ rad}$$

Là encore, les signes peuvent être contrôlés à la main : les deux tensions atteignent leur plus proche maximum avant $t = 0$, et sont donc en avance de phase par rapport à la tension fictive de référence.

Exercice n°3 - Signal triangle (★)

1. La tension est affine par morceau. Pour le tracé, il suffit donc de déterminer deux points par segment de droite à partir de l'expression mathématique : en $t = 0$, $u = 0$; en $t = T/2 = 0,25$s, $u = U_0 = 2$V; et en $t = T = 0,50$s, $u = 0$. On en déduit le chronogramme ci-dessous, prolongé par périodicité.



2. On constate sur la figure 2 que le chronogramme est symétrique par rapport à 1V. On s'attend donc à ce que $\langle u \rangle = 1$ V.

3. 3 Par définition de la valeur moyenne,

$$\langle u \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt$$

D'après la relation de Chasles, on peut séparer l'intégrale en deux et introduire les deux expressions de $u(t)$:

$$\langle u \rangle = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} \frac{2U_0}{T} tdt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T} \left(2U_0 - \frac{2U_0}{T}t\right) dt$$

$$= \frac{2U_0}{T^2}\int_0^{T/2} tdt + \frac{1}{T} \times 2U_0 \left(T - \frac{T}{2}\right) - \frac{2U_0}{T^2}\int_{T/2}^{T} tdt$$

$$= \frac{2U_0}{T^2}\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^{T/2} + U_0 - \frac{2U_0}{T^2}\left[\frac{t^2}{2}\right]_{T/2}^{T} = \frac{U_0}{4} + U_0 - \frac{3U_0}{4} = \frac{U_0}{2}$$

On retrouve bien le résultat intuitif de la question précédente, à savoir :

$$\boxed{\langle u \rangle = \frac{U_0}{2} = 1 \text{ V}}$$

Exercice n°4 - Modulation d'amplitude (★★)

▷ Voir correction entraînement n°5.7.

Exercice n°5 - Pêle-mêle spectral (★★)

▷ Voir correction entraînement 5.8.