TP n°6 : Étude du circuit RC

Comment mesurer une capacité inconnue ?

L'objectif de ce TP est de prouver expérimentalement la validité de la modélisation d'un circuit RC série par une équation différentielle du premier ordre.

⇝ *Cliquez ou flashez le QR code ci-contre pour un rappel sur le circuit RC !*

Matériel à disposition

Générateur basses fréquences (GBF), trois boîte à decade de résistances, boîte à décade de capacités, fils de connexion, oscilloscope, multimètre.

Méthodes mises en oeuvre

▷ Produire un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF.

▷ Modifier les paramètres d'acquisition à l'oscilloscope pour observer correctement un signal.

▷ Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un circuit linéaire du premier ordre et analyser ses caractéristiques.

▷ Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.

Théorie sur le circuit RC

• Mise en équation et solution

Le circuit étudié dans ce TP est le circuit RC suivant. La tension e délivrée par le GBF est nulle si $t < 0$, et vaut une constante E si $t > 0$.

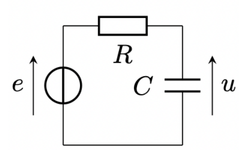

FIGURE 1 – Circuit RC série

✎ Établir l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de u pour $t > 0$. Identifier un temps caractéristique τ.

✎ Résoudre cette équation différentielle.

• Préparation du circuit

Dans un premier temps, on prendra $R \simeq 1$ kΩ et $C = 100$ nF. Comme le GBF ne peut pas délivrer un unique échelon, on lui fera délivrer une tension e créneau périodique, de période suffisamment grande pour que le régime permanent soit atteint avant que le créneau change de valeur.

Calculer l'ordre de grandeur de la constante de temps τ du circuit. En déduire la période minimale à donner à la tension e, puis choisir la fréquence f du créneau en conséquence.

Schématiser le circuit en indiquant les branchements de l'oscilloscope.

• Mesure du temps caractéristique

On rappelle que lorsque $t = \tau$, le régime permanent est atteint à 63% près, soit

$$u_c(t = \tau) = 0,63E$$

Proposer un protocole expérimental permettant de mesurer τ.

Proposer un protocole expérimental permettant de montrer que τ est proportionnel à C.

• Mesure d'une capacité inconnue

Proposer un protocole expérimental afin de mesurer une capacité inconnue, à l'aide de ce qui a été proposé précédemment.

I - Constante de temps du circuit RC

L'objectif de cette partie est de déterminer expérimentalement la constante de temps du circuit RC série présenté figure 1, et de montrer que celle-ci est bien proportionnelle à C.

Réaliser le montage de la figure 1 en utilisant la fonction $\boxed{\text{LOGIC}}$ du GBF pour délivrer un signal créneau de fréquence appropriée.

Mettre en oeuvre le protocole proposé pour mesurer τ à l'oscilloscope.

✎ Évaluer les incertitudes sur la mesure (on pourra négliger l'incertitude sur R mesurée à l'ohmmètre).

Mettre en oeuvre le protocole proposé pour vérifier que τ est proportionnel à C.

II - Mesure d'une capacité inconnue

Vous disposez d'un circuit comportant une résistance R ainsi qu'une capacité C inconnue, à déterminer. Malheureusement, vous n'avez pas de capacimètre sur vous...

Mettre en oeuvre la démarche proposée dans la partie théorique, et mesurer la capacité inconnue.

✎ Comparer avec la valeur attendue (on attend un calcul d'incertitudes ainsi qu'une évaluation de l'écart normalisé). Conclure.

Annexe : Régression linéaire en Python

Le code suivant vous permettra d'effectuer directement une régression linéaire en Python, grâce à la fonction **polyfit** issue de la bibliothèque **Numpy**.

On suppose disposer de deux grandeurs expérimentales (ou calculées à partir de grandeurs expérimentales) X_{exp} et Y_{exp}. La régression linéaire s'obtient avec la fonction **np.polyfit(**$\boldsymbol{X_{\text{exp}}}$**,**$\boldsymbol{Y_{\text{exp}}}$**, 1, cov = True)**. Le troisième argument désigne l'ordre du polynôme par lequel est faite la régression, toujours égal à 1 pour une régression linéaire, et le dernier argument permet de calculer les incertitudes sur les coefficients issus de la régression linéaire. Cette fonction renvoie ainsi deux tableaux : un avec les coefficients calculés pour la régression linéaire, et le second étant la *matrice de covariance*, dont les éléments diagonaux représentent la variance des coefficients a et b calculés. Nous n'entrerons pas davantage dans les détails.

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#Valeurs expérimentales et incertitudes

C = np.array([...])     #à compléter avec vos valeurs
tau = np.array([...])   #à compléter avec vos valeurs
u_tau = np.array([...]) #à compléter avec vos valeurs

#Calcul de la régression linéaire tau = aC + b

p, cov = np.polyfit(C,tau,1, cov = True) #régression linéaire
tau_th = p[0]*C + p[1]  #calcul du modèle
u_a = np.sqrt(np.diag(cov))[0]  #calcul de l'incertitude-type sur a
u_b = np.sqrt(np.diag(cov))[1]  #calcul de l'incertitude-type sur b

# Tracé

label1 = f'Modèle : a = {p[0]:.2f} $\pm$ {2*u_a:.2f}, b = {p[1]:.2f} $\pm$ {2*u_b:.2f}'

plt.figure()
plt.plot(C, np.polyval(p,C), label  = label1, color = 'r')  #modèle
plt.errorbar(C,tau,yerr=2*u_tau,fmt='o', label='Expérience', color = 'b')    #valeurs exp
plt.xlabel('$C$ (nF)')
plt.ylabel('tau ($\mu$s)' )
plt.grid()
plt.legend()
plt.title('Tracé de la constante de temps en fonction de la capacité du condensateur')
plt.show()
```