Vrai / Faux

1. Le gain en décibels est défini par $G_{\mathrm{dB}} = 10 \log |\underline{H}|$

Vrai ❐ Faux ❐

2. Un filtre passe-bas permet d'atténuer les hautes fréquences.

Vrai ❐ Faux ❐

3. Un filtre passe-bande laisse passer les hautes fréquences.

Vrai ❐ Faux ❐

4. Le filtre passe-haut $\underline{H}(x) = \dfrac{jx}{1 + jx}$ se comporte comme un circuit dérivateur à basse fréquence.

Vrai ❐ Faux ❐

5. La pulsation de coupure à -3 dB est la pulsation pour laquelle la valeur du gain est $\sqrt{2}$ fois plus petite que sa valeur maximale.

Vrai ❐ Faux ❐

6. Un filtre passe-haut permet d'avoir un comportement moyenneur.

Vrai ❐ Faux ❐

Avec le cahier d'entraînement

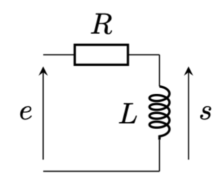
⇝ **Fonction de transfert :** entraînement 5.10.

⇝ **Calcul de gain et de phase :** entraînements 5.11, 5.12, 5.13, 5.14.

⇝ **Diagramme de Bode :** entraînements 5.15, 5.16.

Pour bien démarrer

Exercice n°1 - Filtre RL (★)



On considère le circuit RL ci-contre avec $R = 1{,}0\ \mathrm{k\Omega}$ et $L = 10$ mH.

1. À quel dipôle est équivalent la bobine à hautes fréquences ? À basses fréquences ? En déduire la nature du filtre RL.

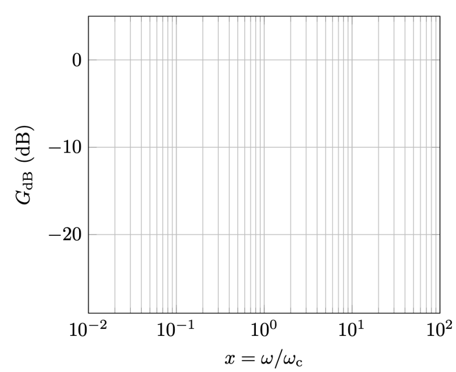
2. En utilisant un pont diviseur de tension, déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ de ce filtre. Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous forme canonique :

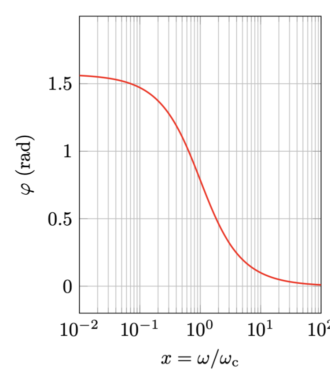
$$\underline{H} = \frac{j\dfrac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{où l'on a posé} \quad \omega_c = \frac{R}{L}$$

3. Exprimer le module $|\underline{H}|$ de ce filtre, puis en déduire le gain en décibels $G_{dB}(\omega) = 20 \log |\underline{H}(\omega)|$.

4. Déterminer les pentes des asymptotes en gain dans les limites haute et basse fréquence.

5. Tracer les asymptotes précédemment déterminées sur le graphe de gauche, et tracer l'allure du gain en décibels du filtre RL. Vérifier la cohérence avec les prédictions qualitatives de la question 1.

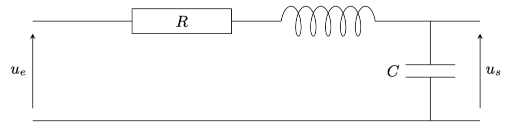




Exercices essentiels (traités en TD)

Exercice n°2 - Filtre passe-bas d'ordre 2 (★★)

Considérons le filtre RLC donné ci-contre où cette fois, la tension de sortie est la tension aux bornes du condensateur.



1. Déterminer la nature du filtre grâce à l'étude asymptotique.
2. Montrer que la fonction de transfert peut s'écrire :

$$\underline{H}(x) = \frac{1}{1 - x^2 + j\dfrac{x}{Q}} \quad \text{avec} \quad x = \omega/\omega_c$$

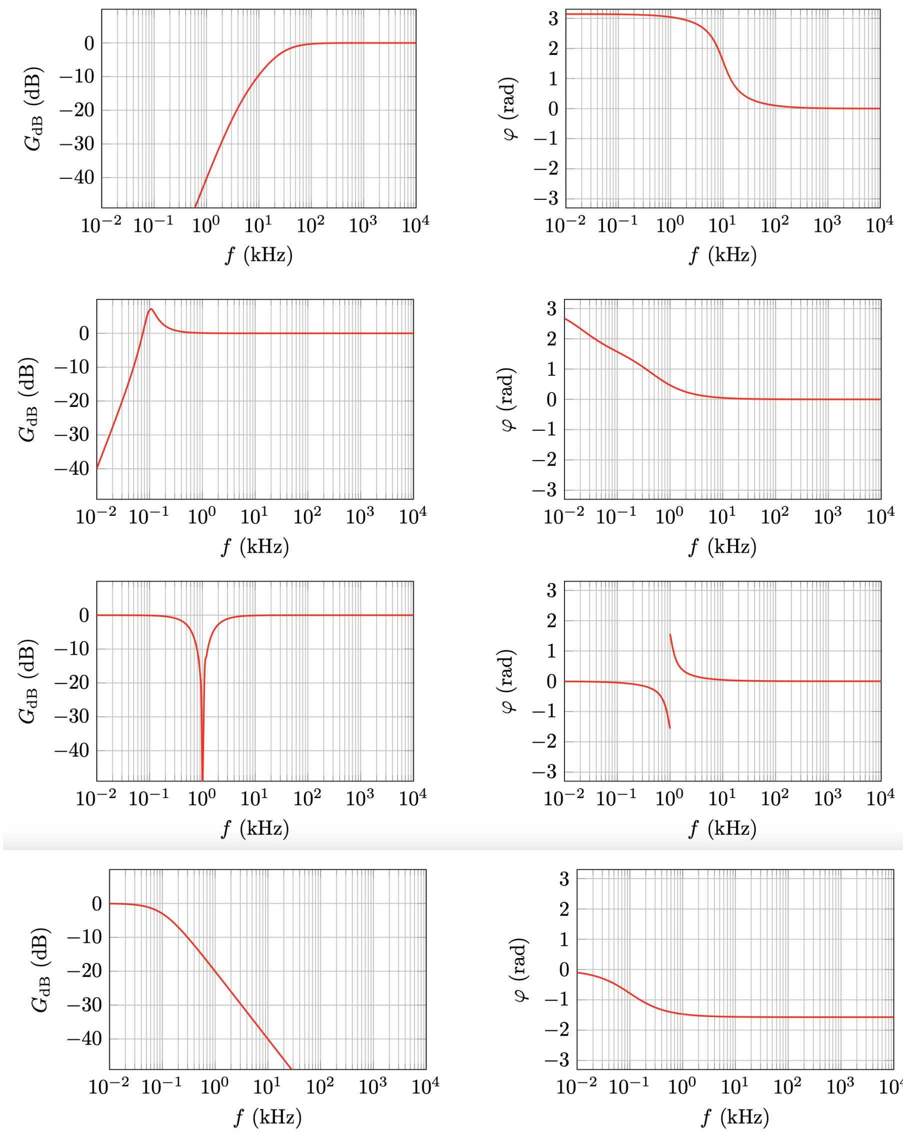
3. Montrer qu'on observe une résonance si $Q > 1/\sqrt{2}$. Déterminer alors la pulsation de résonance, ainsi que le gain à la résonance.
4. Calculer la pente des asymptotes de G_{dB} à haute et basse fréquence.
5. Calculer la phase $\phi(x)$ du filtre. Déterminer les asymptotes de $\phi(x)$.
6. Tracer l'allure du diagramme de Bode du filtre passe-bas d'ordre 2 RLC (asymptotes), pour $Q > 1/\sqrt{2}$ et $Q < 1/\sqrt{2}$.

Exercice n°3 - Lecture de diagrammes de Bode (★★)

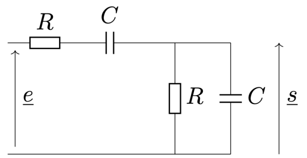
1. Pour les quatre diagrammes de Bode ci-après, indiquer de quel type de filtre il s'agit.
2. Identifier l'ordre du filtre et sa fréquence caractéristique.
3. On envoie en entrée de chacun des filtres le signal :

$$e(t) = E_0 + E_0\cos(\omega t) + E_0\cos(10\omega t + \frac{\pi}{4}) + E_0\cos(100\omega t - \frac{\pi}{3})$$

où la fréquence $f = \omega/2\pi$ vaut 1 kHz. Déterminer l'expression du signal $s(t)$ de sortie pour chaque filtre.



Exercice n°4 - Filtre à pont de Wien (★★)



On considère le filtre ci-contre, appelé filtre à pont de Wien.

1. Par une étude asymptotique, donner la nature du filtre.
2. Montrer que la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec H_0, ω_0 et Q des constantes dont on donnera les expressions.

3. Donner les équations des asymptotes dans le diagramme de Bode en gain et en phase.
4. Tracer l'allure du diagramme de Bode (avec en abscisse la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$). Identifier les pulsations de coupure et la bande passante sur votre graphique.
5. Calculer la pulsation propre ω_0 pour $R = 1{,}0$ kΩ et $C = 500$ nF. Donner le signal de sortie du filtre si le signal d'entrée est

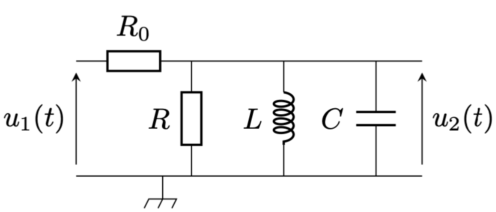
$$e(t) = E_0 + E_0\cos(\omega t) + E_0\cos(10\omega t) + E_0\cos(100\omega t)$$

avec $E_0 = 10$ V et $\omega = 200$ rad/s.

Adapté de l'écrit Banque PT

Exercice n°5 - Fréquence centrale d'un passe-bande (★★)

Le sujet concerne l'étude de capteurs de position reposant sur des effets capacitifs : le déplacement sur un axe x du système d'intérêt modifie la capacité C d'un condensateur, inséré dans le filtre ci-dessous. La fréquence centrale de la bande passante du filtre permet de déterminer la fréquence d'oscillation d'un oscillateur non représenté.



Ce filtre a pour fonction de transfert complexe :

$$\underline{H} = \frac{A_0}{1 + jQ\left(\xi - \frac{1}{\xi}\right)}$$

avec $A_0 = 0{,}1$,$Q = 25$, $\xi = \omega/\omega_0$ et on donne $\log 25 \approx 1{,}4$.

1. Donner les équations des deux asymptotes hautes et basses fréquences du gain en décibels de ce filtre.
2. Représenter le diagramme de Bode (en amplitude uniquement) donnant le gain en décibels en fonction de $\log(\xi)$.
3. Préciser la nature de ce filtre.
4. Exprimer, à partir du schéma, la fonction de transfert $\underline{H}$ en fonction de ω et des valeurs caractéristiques des composants de ce filtre. Par identification, donner les expressions littérales de ω_0 et Q en fonction des valeurs caractéristiques des composants.

On utilise le dispositif complet pour suivre les déplacements x de la partie mobile d'un capteur capacitif dont la capacité est donnée par la loi :

$$C(x) = C_0\left(1 - \frac{|x|}{L}\right)$$

avec $C_0 = 10$ µF et $L = 10$ mm. Ce capteur forme le condensateur. Les composants sont choisis tels que le montage oscille à la fréquence f_{osc}, égale à la fréquence centrale de la bande passante du filtre, liée à la capacité C par la relation :

$$f_{\text{osc}} = \frac{D}{\sqrt{C}} \quad \text{avec} \quad D = 1\text{H}^{-\frac{1}{2}}$$

À la position de référence du capteur (x = 0), la fréquence d'oscillation est f_0.

5. Montrer par un développement limité que pour un petit déplacement x ($|x|/L \ll 1$) la fréquence d'oscillation peut se mettre sous la forme $f_{\text{osc}} \approx a|x| + b$, et expliciter a et b en fonction des données.

   Indication : l'approximation à utiliser est la suivante :

   $$\text{Pour } |\epsilon| \ll 1 \text{ et } \alpha \text{ réel}, \quad (1+\epsilon)^{\alpha} \approx 1 + \alpha\epsilon$$

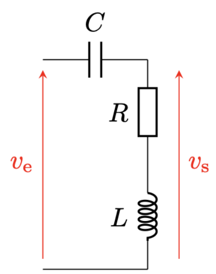
   Compte tenu de l'expression de f_{osc}, on aura ici $\epsilon = |x|/L$ et $\alpha = -1/2$. À vous de les faire apparaître dans les équations !

6. On note $\Delta f = f_{\text{osc}} - f_0$ la variation de fréquence liée à un déplacement. La plus petite variation détectable est $\Delta f_{\min} = 3$ Hz. Quel est le plus petit déplacement détectable ?

Adapté de l'écrit Banque PT

Pour aller plus loin

Exercice n°6 - Filtre RLC (★★★)

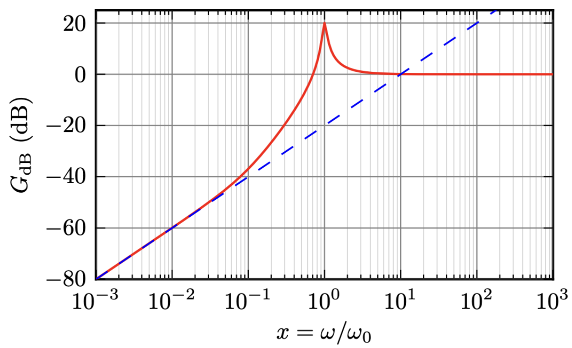


1. Donner sans calculs la nature du filtre ci-contre.
2. Déterminer la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{\frac{jx}{Q} - x^2}{1 + \frac{jx}{Q} - x^2}$$

et identifier la pulsation de résonance ω_0 et le facteur de qualité Q.

3. On donne le diagramme de Bode du filtre ci-dessous. Expliquer les valeurs prises par la pente en haute et basse fréquence. Déterminer la valeur de Q.



4. On met un signal triangulaire en entrée. Pour le même signal d'entrée mais pour deux valeurs différentes de R, on obtient un signal carré très atténué puis un signal formé d'une succession d'impulsions. Expliquer.

Éléments de réponse

Vrai / Faux

1. Faux 2. Vrai 3. Faux 4. Vrai 5. Vrai 6. Faux

Exercice n°1 :

1. Filtre passe-haut

2. Diviseur de tension : $\underline{H} = \frac{jL\omega}{R+jL\omega}$, on identifie ensuite $\omega_c = R/L$

4. Pour les BF, $G_{dB}(\omega) = 20\log(x)$: pente de +20dB/décade. Pour les HF, $G_{dB}(\omega) = 0$: asymptote horizontale.

Exercice n°3 :

1 et 2. Premier diagramme : filtre passe-haut du 1er ordre, $f_0 \approx 10$ kHz. Deuxième diagramme : filtre passe-haut du 2e ordre, $f_0 \approx 0,1$ kHz. Troisième diagramme : filtre coupe-bande, 2e ordre, $f_0 \approx 1$ kHz. Quatrième diagramme : filtre passe-bas du 1er ordre, $f_0 \approx 100$ Hz.

3. Premier filtre : $s(t) = 0,3E_0\cos(10\omega t + \frac{3\pi}{4}) + E_0\cos(100\omega t - \frac{\pi}{3})$

Deuxième filtre : $s(t) = E_0\cos(\omega t) + E_0\cos(10\omega t + \frac{\pi}{4}) + E_0\cos(100\omega t - \frac{\pi}{3})$

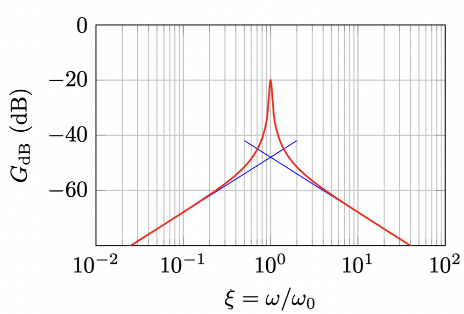
Troisième filtre : $s(t) = E_0 + E_0\cos(10\omega t + \frac{\pi}{4}) + E_0\cos(100\omega t - \frac{\pi}{3})$

Quatrième filtre : $s(t) = E_0 + \frac{\omega_c}{\omega}E_0\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) + + \frac{\omega_c}{10\omega}E_0\cos(10\omega t - \frac{\pi}{4}) + \frac{\omega_c}{100\omega}E_0\cos(100\omega t - \frac{5\pi}{6})$

Exercice n°5 :

1. Dans la limite BF : $G_{dB} = -20\log(\xi) + 20\log(\frac{A_0}{Q})$, donc une pente de -20dB/décade. Dans la limite HF : $G_{dB} = 20\log(\xi) + 20\log(\frac{A_0}{Q})$, donc une pente de +20dB/décade.

2. Le diagramme de Bode est donné ci-dessous.



3. On conclut à partir du diagramme de Bode que le filtre est un passe-bande.

4. Les valeurs des constantes sont : $A_0 = \frac{1}{1= \frac{R_0}{R}}$, $Q = \frac{RR_0}{R+R_0}\sqrt{\frac{C}{L}}$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

5. On effectue la simplification donnée dans l'énoncé. On trouve : $a = \frac{D}{2L\sqrt{C_0}}$ et $b = \frac{D}{\sqrt{C_0}}$

6. Le plus petit déplacement détectable est $|x_{\min}| = 0,1$ mm.