

# Cinématique du point

## Plan du chapitre

<b>I. Cadre d'étude</b>	<b>2</b>
A. Ce qu'est la mécanique classique .....	2
B. Notion de point matériel .....	2
C. Espace et temps en mécanique classique .....	3
<b>II. Projection de vecteurs</b>	<b>6</b>
A. Définitions .....	6
B. S'entraîner à projeter des vecteurs .....	7
<b>III. Description du mouvement d'un point (manuscrit)</b>	
A. Système de coordonnées	
B. Vecteurs cinématiques	
C. Vecteurs cinématiques en coordonnées cartésiennes	
D. Vecteurs cinématiques en coordonnées cylindriques	
<b>IV. Exemples de mouvements communs (manuscrit)</b>	
A. Mouvement uniformément accéléré	
B. Mouvement circulaire	
C. Repère de Frenet	

## Ce qu'il faut connaître et savoir faire

- Citer une situation où la description classique du temps est prise en défaut.
- Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire géométriquement les composantes du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques.
- Connaître et établir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans les seuls cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.
- Choisir un système de coordonnées adapté au problème.
- Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur position en fonction du temps.
- Établir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
- Exprimer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires planes.
- Situer qualitativement la direction du vecteur vitesse et du vecteur accélération pour une trajectoire plane.
- Exploiter les liens entre les composantes du vecteur accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur vitesse et sa variation temporelle.

## I - Cadre d'étude

### I.A - Ce qu'est la mécanique classique

#### Qu'est-ce que la mécanique ?

La **mécanique** est le domaine de la physique qui s'intéresse aux mouvements et à leurs causes.

On y distingue :

- ▷ la **cinématique**, qui donne les outils nécessaires à la description du mouvement
- ▷ la **dynamique**, qui relie le mouvement à ses causes, les actions mécaniques (cf chapitre 11).
- ▷ l'**énergétique** qui donne un point de vue complémentaire en interprétant le mouvement du système à partir de ses échanges d'énergie avec l'extérieur (cf chapitre 12).

La mécanique dite **classique**, ou de **Newton**, est valable tant que la vitesse des systèmes étudiés est faible devant celle de la lumière. Dans le cas où  $v \approx c$ , il faut utiliser la mécanique relativiste, développée par Einstein en 1905.

### I.B - Notion de point matériel

Le modèle du point matériel (ou de la masse ponctuelle) consiste à décrire le mouvement d'un objet en le représentant par un seul de ses points. Généralement, il s'agit du centre de gravité (ou centre de masse) du système

#### Point matériel

Un **point matériel** est un point de l'espace physique auquel on associe une grandeur positive appelée masse  $m$ , qui caractérise sa quantité de matière. Le point matériel est un système de dimension nulle.

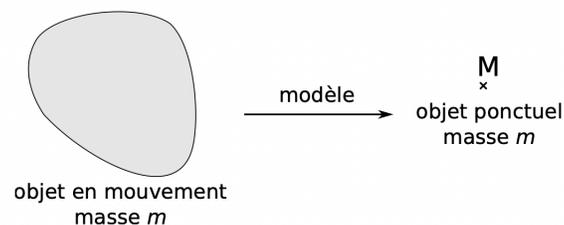


FIGURE 1 – Modélisation d'un solide par un point matériel

**Intérêt :**

- ▷ conceptuel : les lois fondamentales de la mécanique (cf Chapitre 11) sont formulées pour des points matériels ;
- ▷ technique : décrire le mouvement d'un point est plus facile que de décrire celui d'un solide, qui peut tourner sur lui-même, etc. Cela sera abordé lors de l'étude du mouvement des solides.

## II.C - Espace et temps en mécanique classique

### • Espace

Le mouvement absolu n'existe pas : un objet est toujours en mouvement par rapport à quelque chose. C'est ce que l'on appelle la **relativité du mouvement**.

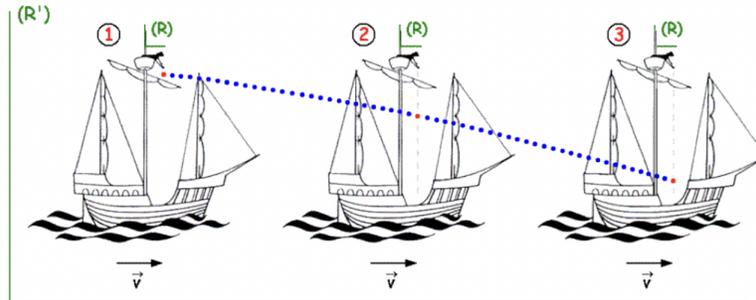


FIGURE 2 – Illustration de la relativité du mouvement : le mouvement n'est pas le même selon qu'il soit décrit dans le référentiel  $R$  (attaché au bateau) ou  $R'$ .

**Remarque :** la théorie de la relativité restreinte, développée par Einstein au début du XX<sup>e</sup> siècle, se base sur le fait que l'écoulement du temps est également dépendant du référentiel choisi.

Dans un problème de mécanique il sera donc fondamental de préciser le référentiel choisi. Ce choix dépendra du problème étudié et en particulier ses symétries ou bien les quantités que l'on cherche à déterminer.

### Référentiel

Un référentiel  $R$  est défini par la donnée d'un point  $O$  appelé l'origine et d'autant d'axes fixes par rapport à  $O$  que le problème en nécessite ; le tout lié à un solide.

On associe à ce référentiel un **repère spatial** : origine et système d'axe orthogonaux, avec unité de mesure spatiale : le **mètre**.

**Rappel :** le **mètre**, unité internationale de la longueur, est défini comme la distance que parcourt la lumière dans le vide en  $1/299\,792\,458^e$  de seconde.

### • Référentiels usuels :

▷ le référentiel **terrestre**, attaché au sol, utilisé pour décrire des mouvements se produisant sur Terre.

▷ le référentiel **géocentrique**, défini par le centre de la Terre et des axes pointant vers des étoiles très lointaines. Le référentiel terrestre est donc en rotation par rapport au référentiel géocentrique. Typiquement adapté pour décrire le mouvement d'un satellite autour de la Terre, ou pour des mouvements ayant une durée proche de celle de la rotation de la Terre (par exemple, les ouragans).

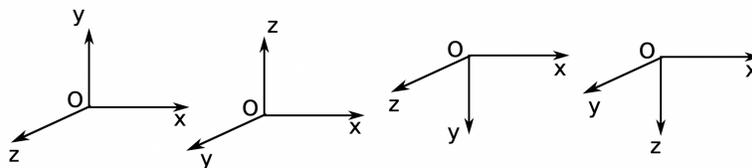
▷ le référentiel **héliocentrique**, est défini par le centre du Soleil et des axes pointant vers des étoiles très lointaines. Le centre de la Terre est donc en mouvement dans le référentiel héliocentrique. Typiquement adapté pour décrire le mouvement des planètes dans le système solaire.

### ● Repère, base et vecteurs unitaires

▷ Voir document *Système de coordonnées*

#### Exercice C1 : Direct or not direct ?

Parmi les repères ci-dessous, indiquer lesquels sont orientés de façon directe.



## • Temps

### Temps absolu

En mécanique classique, le temps est absolu : il s'écoule de la même façon dans tous les référentiels. Les durées ne dépendent pas du référentiel dans lequel elles sont mesurées.

On adjoint donc au **référentiel** une **horloge** permettant la mesure du temps.

Concrètement, pour une promenade en vélo chronométrée sur le vélo (référentiel en mouvement par rapport au référentiel terrestre) ou depuis la maison (référentiel terrestre), les deux chronomètres afficheront la même durée.

☛☛☛ Ce n'est plus le cas si vous troquez votre vélo pour une fusée qui avance à une vitesse proche de celle de la lumière : c'est le phénomène de **dilatation des durées**. Le caractère absolu du temps est un principe de la mécanique classique, mais il est mis en défaut dans le cadre de la relativité restreinte.

**Rappel** : l'unité légale de durée est la **seconde**, de symbole  $s$ , définie comme la durée de 9192631770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.

### Exercice C2 : Dilatation des durées

Dans le cadre de la mécanique relativiste, on montre que la conséquence de l'invariance de la célérité de la lumière par changement de référentiel conduit à une **dilatation des durées** pour un observateur en mouvement. Concrètement, cela signifie que le temps s'écoule plus lentement pour un observateur en mouvement à la vitesse  $v$  par rapport à un observateur fixe :  $\Delta T_p > \Delta T$ , selon la relation :

$$\Delta T_p = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \times \Delta T$$

Calculer le temps propre  $\Delta T_p$  de l'observateur en mouvement et comparer au temps d'un observateur fixe dans le cas où :

- ▷  $v = 340$  m/s (Mach 1)
- ▷  $v = 11$  km/s (vitesse d'une fusée au décollage)
- ▷  $v = 0,3 c$  (vitesse d'un électron dans un tube cathodique)

Conclure quant à la validité de la mécanique classique quand  $v \ll c$ .

## II - Projection de vecteurs

### II.A - Définitions

#### • Produit scalaire

##### Définition du produit scalaire

Le produit scalaire entre deux vecteurs  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$  est un scalaire, noté  $\vec{A} \cdot \vec{B}$ . Il est défini de la manière suivante :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \cos(\alpha)$$

où  $\alpha$  correspond à l'angle formé entre les vecteurs  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$ , de normes respectives  $\|\vec{A}\|$  et  $\|\vec{B}\|$ .

#### Conséquences importantes :

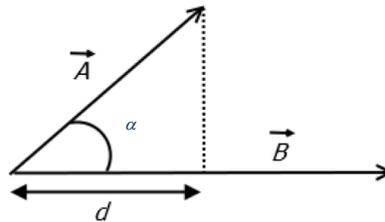
- ▷ Le produit scalaire de deux vecteurs orthogonaux est nul.
- ▷ La norme des deux vecteurs étant fixée, le produit scalaire de deux vecteurs est extrémal lorsque les deux vecteurs sont colinéaires ( $\alpha = 0$ ).

#### • Projection d'un vecteur

D'après la définition donnée précédemment,

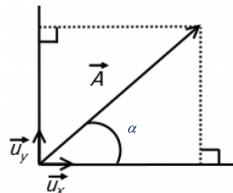
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \cdot \cos(\alpha) \cdot \|\vec{B}\| = d \cdot \|\vec{B}\|$$

où  $d$  désigne la **projection** (ou **composante**) du vecteur  $\vec{A}$  sur  $\vec{B}$ , voir figure ci-dessous.



#### Exercice C3 : Composantes d'un vecteur dans une base orthonormée

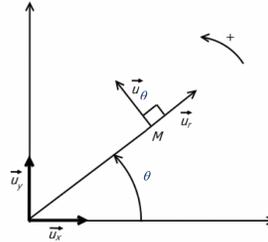
Le vecteur  $\vec{A}$  de norme  $A$  ci-dessous s'écrit :  $\vec{A} = A_x \vec{u}_x + A_y \vec{u}_y$ , avec  $A_x$  et  $A_y$  les composantes de ce vecteur selon  $x$  et  $y$ . Déterminer  $A_x$  et  $A_y$  en fonction de  $A$  et de  $\alpha$ .



## II.B - S'entraîner à projeter des vecteurs

### Exercice C4 : Base polaire et base cartésienne

Soient deux bases orthonormées  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$  et  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$  du plan, définies sur la figure ci-dessous.



Exprimer les vecteurs  $\vec{u}_r$  et  $\vec{u}_\theta$  dans la base  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$ , puis les vecteurs  $\vec{u}_x$  et  $\vec{u}_y$  dans la base  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ .

### Entraînement C5 : Encore des projections...

Dans chacun des cas, écrire le vecteur  $\vec{v}$  ou  $\vec{g}$  dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ .

