



Devoir surveillé de physique n°4

(Durée : 2 heures)

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Le sujet comporte 4 pages, et est composé de deux parties indépendantes.
L'utilisation des calculatrices n'est pas autorisée pour cette épreuve.

AVERTISSEMENT

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

★ ★ ★

Première partie : filtre de Colpitts

On considère le filtre ci-dessous, appelé filtre de Colpitts.

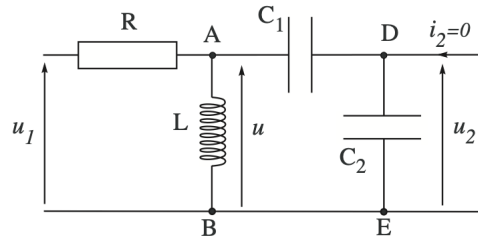


Figure 1: Filtre de Colpitts

1. Quels sont les comportements du filtre à hautes et basses fréquences ?
2. Montrer que la fonction de transfert du filtre s'écrit :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{u_2}{u_1} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}$$

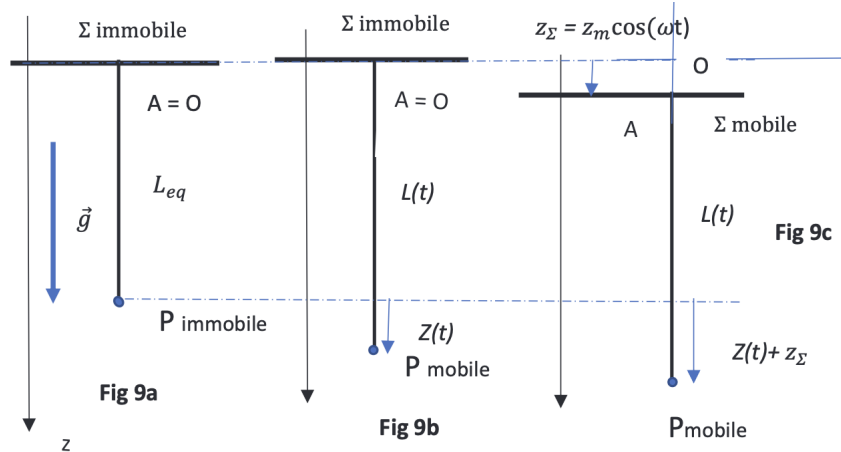
où $x = \omega/\omega_0$. On donnera H_0 , Q et ω_0 .

3. Déterminer le gain en décibels G_{dB} de ce filtre.
4. Déterminer les pentes des asymptotes du gain en décibels à hautes et basses fréquences.
5. Exprimer la phase ϕ du filtre de Colpitts. En déduire les valeurs asymptotiques de ϕ à hautes et basses fréquences.
6. Tracer le diagramme de Bode (en gain et en phase) de ce filtre pour $Q = 3$ et $Q = 1/3$.

Seconde partie : Prévention des séismes

Tiré de Banque PT 2023

Les centrales géothermiques ont un inconvénient : il semblerait que les forages en profondeur perturbent le milieu et engendrent des séismes dont l'hypocentre serait proche de la zone de forage de l'eau chaude en profondeur. Certaines stations sont équipées de sismographes moins pour prévenir les risques que pour étudier justement les conséquences éventuelles des forages et aussi l'activité sismique au voisinage de la faille. Pour mesurer vraiment le mouvement sismique du sol il faut une batterie de 3 sismographes un vertical et deux horizontaux. Nous allons nous intéresser au seul sismomètre vertical (figure ci-dessous).



Entre A et P : Ressort de raideur k et de longueur à vide L_0

La verticale Oz est orientée vers le bas et le champ de pesanteur noté $\vec{g} = g_0 \vec{e}_z$. Le référentiel terrestre est supposé galiléen.

On étudie le mouvement vertical d'un point matériel P , de masse M , lié à un ressort linéaire vertical de raideur $k = M\omega_0^2$ et de longueur à vide L_0 . On note la longueur instantanée du ressort. L'autre extrémité du ressort est fixée en A à un plateau horizontal Σ qui peut subir un mouvement de translation verticale.

Le point P est soumis de plus à une force de frottement fluide suivant une loi de la forme .

$$\vec{f} = -2\lambda M \frac{dL}{dt} \vec{e}_z$$

Le plateau Σ est supposé immobile.

7. Déterminer l'unité de λ .
8. Que vaut la longueur L_{eq} du ressort à l'équilibre (fig 9a) ?
9. Le point P étant en mouvement (fig 9b), établir l'équation différentielle à laquelle obéit $Z(t) = L(t) - L_{eq}$.
10. À quelle valeur du coefficient de frottement λ correspond le régime critique ? Exprimer alors la forme générale de la solution sans chercher à déterminer les valeurs des constantes liées aux conditions initiales.
11. Tracer l'allure de $Z(t)$ correspondant au régime critique dans le cas $Z(t=0) = d$ et $\dot{Z}(0) = 0$.

On suppose que le plan Σ est animé d'un mouvement forcé harmonique (figure 9c) en notant i le nombre imaginaire pur tel que $i^2 = -1$:

$$z_\Sigma(t) = z_m \cos(\omega t) = \text{Re} (z_m e^{i\omega t})$$

12. Établir en utilisant les grandeurs complexes l'expression de l'amplitude complexe \underline{A}_m de $Z(t) = \underline{L}(t) - L_{\text{éq}} = \underline{A}_m e^{i\omega t}$ en fonction de z_m , $r = \omega_0/\omega$ et $Q = 2\lambda/\omega_0$.
13. Que devient cette expression pour le régime critique de pulsation ?
14. Montrer qu'il existe une valeur minimale du facteur de qualité Q à partir de laquelle l'amplitude réelle A_m du signal passe par un maximum pour une pulsation donnée que l'on calculera. Préciser, pour un facteur de qualité Q très grand, les expressions de la pulsation correspondante et de l'amplitude.
15. Établir les comportements à haute fréquence et à basse fréquence du filtre $\underline{H}(\omega) = \frac{A_m}{z_m}$. Justifier que le diagramme de Bode a l'allure représentée ci-dessous.

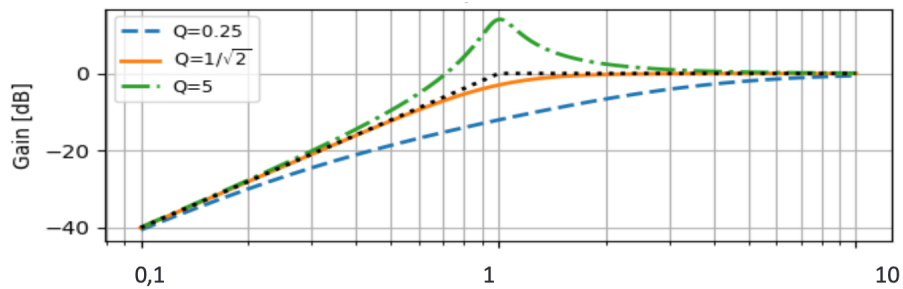


Figure 2: Diagramme de Bode : représentation du gain en décibels en fonction de $x = \omega/\omega_0$

16. On veut que le sismographe suive au plus près les mouvements sismiques verticaux du lieu (proche du forage donc de l'épicentre) où on l'a placé. On sait par des expériences antérieures que le spectre du déplacement du sol est dans le domaine allant de ω_1 à ω_2 comment devra-t-on choisir ω_0 ?

Fin du sujet