## Exercice n°1 - Chute d'un parachutiste ★★

Fin juillet 2016, Luke Aikins a sauté d'un avion sans parachute ni wingsuit, d'une altitude de 7,6 km. Sa chute a duré deux minutes. Il a atteint la vitesse maximale de 193 km/h. Il s'est réceptionné dans un filet de 30m sur 30m à 61m du sol. Nous nous proposons d'étudier cette chute.

Figure 1: Luke Aikins en pleine chute

Compte tenu de la vitesse, les forces de frottements sont du type $f = kv^2$, avec $k$ un coefficient et $v$ la norme de la vitesse. La masse de Luke Aikins est de 100kg. On prend un axe $z$ dirigé vers le bas, dont l'origine est au niveau du départ du saut.

1. Établir l'équation du mouvement portant sur la position $z(t)$ de Luke et celle sur sa vitesse $v(t)$. On réalisera un schéma.
2. En déduire l'expression de la vitesse limite $v_l$ atteinte par Luke, en fonction des autres paramètres.
3. En déduire la valeur numérique du coefficient de frottement $k$. On prendra garde à l'unité de $k$.

On souhaite savoir au bout de combien de temps la vitesse limite est atteinte, et également au bout de quelle hauteur de chute.

4. Il faut pour cela résoudre l'équation différentielle établie à la question 1. Est-elle linéaire ? Est-il possible de la résoudre "à la main" ?

Dans ce cas, une possibilité est d'utiliser une résolution numérique. C'est ce qu'on se propose de faire dans la suite, en utilisant la méthode d'Euler. On se réferera pour cela à la fiche *Méthode d'Euler*, disponible sur Cahier de Prépa.

5. Rappeler le principe de la méthode d'Euler.
6. Donner le schéma numérique (relation de récurrence) liant $v_{n+1}$ à $v_n$.
7. Implémenter le schéma numérique sur Python pour résoudre l'équation différentielle. **Vous m'enverrez votre code Python sur mon adresse mail avant le Mardi 09 Janvier.**
8. À l'aide de la résolution numérique, estimer le temps nécessaire pour atteindre 95% de la vitesse limite. Au bout de quelle hauteur de chute cela a-t-il lieu ?

## Exercice n°2 - Balle rebondissante ★★

Dans cet exercice, on s'intéresse au mouvement d'une balle rebondissante de masse $m$ lâchée sans vitesse initiale depuis une certaine hauteur initiale $h_0$. On néglige tout frottement. On note $\vec{g}$ le champ de pesanteur uniforme.

On lâche la balle à $t = 0$, et on note $t_0$ l'instant du premier impact avec le sol, et $v_0$ la vitesse juste avant l'impact. On choisit un axe $z$ vertical, avec une orientation et une origine laissée au choix.

1. En étudiant la première phase du mouvement, où la balle est en chute libre vers le sol, montrer que l'instant de l'impact est

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Une fois au sol, la balle rebondit. Le rebond n'étant pas parfaitement élastique, la balle perd une partie de son énergie cinétique. Notons $E_{cn}$ l'énergie cinétique juste avant l'impact numéro $n$ et $E'_{cn}$ celle juste après cet impact. Ces deux énergies ne sont pas égales, car une partie de l'énergie est perdue lors du rebond. On a donc :

$$E'_{cn} < \alpha E_{cn} \quad \text{avec } \alpha < 1$$

où $\alpha$ désigne le coefficient de restitution.

2. Montrer par un raisonnement énergétique que pour le tout premier impact ($n = 0$), $E_{c0} = mgh_0$, puis que la hauteur maximale atteinte par la balle après ce premier rebond est $h_1 = \alpha h_0$.
3. En déduire l'expression de la hauteur maximale $h_n$ atteinte après l'impact numéro $n$ en fonction de $h_0$ et de $n$.

On s'intéresse ensuite à la durée $T_n$ qui s'écoule entre l'impact $n$ et l'impact suivant. Il s'agit de la durée mise pour monter à la hauteur $h_n$ et redescendre au sol, qui donc vaut deux fois la durée mise pour aller de $h_n$ au sol.

4. Montrer que :

$$T_n = 2\alpha^{n/2}T_0$$

On décide enfin d'exploiter une série de mesure de 10 rebonds.

5. Que faut-il tracer en fonction de quoi afin d'en déduire le temps $t_0$ et le coefficient de restitution$\alpha$ en exploitant une régression linéaire ?
6. Comment en déduire une mesure de $g$ ?