

# DEVOIR DE RÉDACTION N°1

À RENDRE LE MARDI 23 JANVIER

Ce devoir issu d'Annales est là pour vous familiariser avec la rédaction à adopter le jour du concours. Les résultats ainsi que la démarche à suivre vous sont donnés au fil des questions pour vous permettre de vous concentrer uniquement sur ce travail de rédaction.



## Mouvement d'une particule dans un cyclotron

Un cyclotron est un accélérateur de particules qui propulse un faisceau de particules chargées en continu suivant une trajectoire circulaire. Il est formé de deux enceintes demi-cylindriques  $D_1$  et  $D_2$ , appelées "dees" en anglais, séparées d'une zone étroite d'épaisseur  $a$ . Les dees sont situés dans l'entrefer d'un électroaimant qui fournit un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ , de norme  $B = 1,5$  T. Une tension harmonique  $u$  d'amplitude  $U_m = 200$  kV est appliquée entre les deux extrémités de la bande intermédiaire, si bien qu'il y règne un champ électrique orienté selon  $\vec{e}_x$ . On injecte des protons de masse  $m_p = 1,7 \times 10^{-27}$  kg au sein de la zone intermédiaire avec une vitesse initiale négligeable.

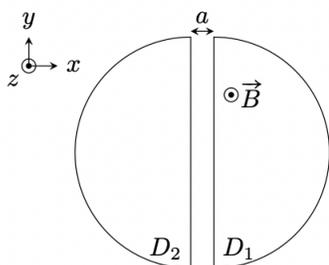


FIGURE 1 – Schéma de principe et photo du cyclotron de l'université de Rutgers, qui mesure une trentaine de centimètres de diamètre.

1. Montrer qu'à l'intérieur d'un dee, la norme de la vitesse  $v$  des protons est constante.

Proton uniquement soumis à  $\vec{B}$ .

↪ Appliquer le TEC pour montrer que sa vitesse est constante.

2. Exprimer le rayon de courbure  $R$  de la trajectoire des protons ayant une vitesse  $v$ .

PFD appliqué au proton, avec  $\vec{a} = -\frac{v^2}{r}\vec{e}_r$  et la force de Lorentz magnétique  $\vec{F} = -evB\vec{e}_r$ .

↪ Montrer que  $R = \frac{mv}{eB}$ .

3. En déduire le temps  $t_d$  que le proton passe dans un dee.

Sur un cercle,  $t_d = \frac{\pi R}{v}$ .

↪ Montrer que  $t_d = 22$  ns.

4. Déterminer la fréquence  $f$  de la tension pour que le proton soit accéléré de façon optimale à chaque passage entre les dee. Pour simplifier, on pourra supposer  $a \ll R$ .

Accélération optimale : force électrique alternativement orientée selon  $\vec{u}_x$  lorsqu'il passe de  $D_2$  à  $D_1$  ou  $-\vec{u}_x$  lorsqu'il passe de  $D_1$  à  $D_2$ . On néglige le temps de passage dans l'espace entre les dees, donc  $T = 2t_d$ .

↪ En déduire la fréquence  $f = \frac{1}{T} = 23 \text{ MHz}$ .

5. Exprimer en fonction de  $n$  la vitesse  $v_n$  puis le rayon  $R_n$  de la trajectoire d'un proton après  $n$  passages dans la zone d'accélération. Le demi-cercle  $n = 1$  est celui qui suit la première phase d'accélération.

TEC sur une trajectoire entre la sortie d'un dee et l'entrée de l'autre, en supposant la durée de passage dans la zone accélératrice négligeable devant la période de la tension :

$$\frac{1}{2}mv_{n+1}^2 - \frac{1}{2}mv_n^2 = W(\vec{F}_e)$$

↪ Par récurrence, en déduire le lien entre  $v_n$  et  $v_0$ . Simplifier.

↪ En déduire que  $R_n = \sqrt{\frac{2nmU_m}{eB^2}}$

6. Calculer numériquement le rayon de la trajectoire après un tour (donc un passage dans chaque dee), puis celui après dix tours.

Un tour : passage dans les deux dees,  $n = 2$ . Après 10 tours,  $n = 20$ .

↪ Pour  $n = 2$ , exprimer  $v_2$  et montrer que  $R_2 = 2\sqrt{\frac{mU_m}{eB^2}} = 6,1 \text{ cm}$ .

↪ En déduire que  $R_{20} = \sqrt{10}R_2$ .

Le rayon de la dernière trajectoire décrite par les protons accélérés avant de bombarder une cible est  $R_N = 35 \text{ cm}$ .

7. Déterminer l'énergie cinétique du proton  $E_{c,\text{fin}}$  avant le choc contre la cible proche du cyclotron puis le nombre de tours  $N$  parcourus par ce dernier.

↪ Exprimer  $v_{\text{fin}}$  en fonction de  $R_N$  grâce à la question 2, puis en déduire  $E_{c,\text{fin}} = \frac{1}{2}mv_{\text{fin}}^2 = 2,1 \times 10^{-12} \text{ J}$ .

Or,  $E_{c,\text{fin}} = NeU_m$ .

↪ En déduire  $N = 16$ .

*Adapté de l'oral Banque PT, CCINP filière PC 2014*