

## Première partie - Ceintures de Van Allen

1. La force magnétique exercée sur la particule de charge  $q$  s'écrit :

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} = qv_y B \vec{e}_x - qv_x B \vec{e}_y$$

2. La particule est uniquement soumise à la force magnétique. D'après le théorème de la puissance cinétique,

$$\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}(\vec{F}) = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$$

L'énergie cinétique est donc une constante du mouvement.

3. La deuxième loi de Newton appliquée à la particule s'écrit :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \vec{v} \wedge (B \vec{e}_z)$$

Par projection suivant l'axe  $(Oz)$ , on en déduit :

$$m \frac{dv_L}{dt} = 0$$

Ainsi,  $v_L$  est une constante du mouvement. Or,  $v^2 = v_L^2 + v_\perp^2$  : on en déduit que  $v_\perp$  est aussi une constante du mouvement.

4. La deuxième loi de Newton appliquée à la particule s'écrit en projection selon  $Ox$  et  $Oy$  :

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = qv_y B & (1) \\ m \frac{dv_y}{dt} = -qv_x B & (2) \end{cases}$$

En dérivant (2) puis en injectant dans (1), et en faisant la même chose pour  $v_x$ , on en déduit les deux équations :

$$\begin{cases} \ddot{v}_x + \omega^2 v_x = 0 \\ \ddot{v}_y + \omega^2 v_y = 0 \end{cases}$$

5. On reconnaît ici la forme canonique de l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique. On a alors, compte tenu des conditions initiales :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{\perp,0} \cos(\omega t) \\ v_y(t) = -v_{\perp,0} \sin(\omega t) \end{cases}$$

6. Par intégration par rapport au temps et compte tenu des conditions initiales :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{v_{\perp,0}}{\omega} \sin(\omega t) \\ y(t) = \frac{v_{\perp,0}}{\omega} (-1 + \cos(\omega t)) \end{cases}$$

7. On remarque que :

$$x^2 + \left(y + \frac{v_{\perp,0}}{\omega}\right)^2 = \left(\frac{v_{\perp,0}}{\omega}\right)^2$$

ce qui correspond à l'équation cartésienne d'un cercle appelée en début d'énoncé.

8. On identifie :

- rayon  $a = \left| \frac{v_{\perp,0}}{\omega} \right|$
- $C$  de coordonnées  $(x_c = 0, y_c = -\frac{v_{\perp,0}}{\omega})$
- $T_1$  tel que  $T_1 = \frac{2\pi}{|\omega|}$

10. Applications numériques pour l'électron :

- $v = 1,4 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  : valeur élevée (environ  $c/2$ ), il faudrait envisager une approche relativiste du mouvement de l'électron.
- $a = 1,5 \text{ km}$ .
- $T_1 = 71 \mu\text{s}$ .

Applications numériques pour le proton :

- $v = 1,0 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- $a = 200 \text{ km}$ .
- $T_1 = 0,13 \text{ s}$ .

## Deuxième partie - Gouttes de pluie

## I. Vitesse des gouttes de pluie

11. Un référentiel est l'ensemble constitué :

- d'un **solide** par rapport auquel on décrit le mouvement. On y fixe un point  $O$ , origine d'un repère cartésien ;
- d'une **horloge** paramétrant le temps.

Il est galiléen s'il vérifie le principe d'inertie : un point matériel soumis à aucune action mécanique est soit au repos, soit animé d'un mouvement de translation rectiligne uniforme.

**12.** Le poids d'une goutte est l'action de la Terre sur celle-ci. Il s'exprime ainsi :

$$\vec{P} = m\vec{g} = \rho \left( \frac{4}{3}\pi \left( \frac{D}{2} \right)^3 \right) g\vec{e}_z$$

$$\vec{P} = \frac{\pi\rho D^3 g}{6} \vec{e}_z$$

**13.** D'une part :

$$[\vec{F}_{\text{frott}}] = [m] \times [\vec{a}] = \text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-2}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} [-C\pi\rho_a D^2 v^2 \vec{e}_z] &= [-C] \times [\pi] \times [\rho_a] \times [D]^2 \times [v]^2 \times [\vec{e}_z] \\ &= 1 \times 1 \times \text{M} \cdot \text{L}^{-3} \times \text{L}^2 \times \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-2} \times 1 \\ &= \text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-2} \end{aligned}$$

Nous avons démontré que  $[\vec{F}_{\text{frott}}] = [-C\pi\rho_a D^2 v^2 \vec{e}_z]$  : **la formule est bien homogène.**

**14.** Nous appliquons le principe fondamental de la dynamique à la goutte, assimilée à un point matériel, dans le référentiel terrestre. Nous utilisons le vecteur  $\vec{e}_z$  proposé par l'énoncé. Comme indiqué, le poids et la force de frottement fluide s'appliquent sur la goutte ainsi :

$$m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{F}_{\text{frott}}$$

Lorsque la vitesse limite est atteinte  $\vec{a} = \vec{0}$  (en effet  $\vec{v} = \vec{v}_{\text{lim}} = \text{cte}$ ). D'où, d'après les expressions Q1 et Q2 :

$$\vec{0} = \frac{\pi\rho D^3 g}{6} \vec{e}_z - C\pi\rho_a D^2 v^2 \vec{e}_z = \vec{0}$$

On identifie  $v_{\text{lim}}$  par projection sur l'axe  $\vec{e}_z$  :

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{\rho g}{6C\rho_a}} \sqrt{D}$$

puis  $\vec{v}_{\text{lim}} = v_{\text{lim}} \vec{e}_z$ , on identifie :

$$K = \sqrt{\frac{\rho g}{6C\rho_a}} \quad \text{soit} \quad \vec{v}_{\text{lim}} = K\sqrt{D}\vec{e}_z$$

**15. Application numérique :**  $K = 144 \text{ m}^{1/2} \cdot \text{s}^{-1}$  ainsi :

- pour  $D = 1 \text{ mm}$  :  $v_{\text{lim}} = 4,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;
- pour  $D = 3 \text{ mm}$  :  $v_{\text{lim}} = 7,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;
- pour  $D = 5 \text{ mm}$  :  $v_{\text{lim}} = 10,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**16.** Nous pouvons lister plusieurs phénomènes :

- les gouttes de grande taille se déforment sous l'effet de la force de traînée, ainsi le coefficient géométrique entre la surface frontale et le volume de la goutte évolue ;
- (HP) les gouttes de petite taille correspondent à un nombre de Reynolds plus petit, où le coefficient de traînée peut être différent. Pour  $D < 1 \text{ mm}$ , l'évolution de  $v_{\text{lim}}$  en fonction de  $D$  semble être linéaire, indiquant davantage une force de frottement type Stokes ( $\vec{F}_{\text{frott}} = -AD\vec{v}$ ).

## II. Disdromètre à impact avec platine

**17.** On applique le principe fondamental de la dynamique à la platine dans le référentiel du support (galiléen) dans une situation statique. On utilise le repère proposé par l'énoncé. Sur la platine s'exercent :

- son poids :

$$\vec{P} = Mg\vec{e}_z$$

- la force de frottement :

$$\vec{f} = -\lambda \overrightarrow{v_{\text{platine}}} = \vec{0}$$

car on traite une situation statique ;

- la force de rappel du ressort :

$$\vec{F}_{\text{rappel}} = +k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0)\vec{e}_z$$

en effet, si le ressort est étendu (soit  $\ell - \ell_0 > 0$ ), alors la force est vers le bas ;

- la force d'impact de la goutte  $\vec{F}(t) = \vec{0}$  (il n'y a pas d'impact dans cette situation).

Ainsi, appliquons le PFD :

$$m\vec{a} = \vec{0} = Mg\vec{e}_z + \vec{0} + k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0)\vec{e}_z + \vec{0}$$

En projetant sur  $\vec{e}_z$  :

$$Mg + k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0) = 0 \quad \text{soit} \quad \ell_{\text{éq}} = \ell_0 - \frac{Mg}{k}$$

**18.** Reprenons la même étude, dans une situation non-statique :

— le mouvement étant limité à une translation sur l'axe  $z$ , l'accélération est :

$$\vec{a} = \frac{d^2 Z}{dt^2} \vec{e}_z$$

— le poids est inchangé ;  
— la force de frottement est :

$$\vec{f} = -\lambda v_{\text{platine}} \vec{e}_z = -\lambda \frac{dZ}{dt} \vec{e}_z$$

— la force de rappel du ressort est :

$$\vec{F}_{\text{rappel}} = +k(\ell - \ell_0) \vec{e}_z$$

or  $Z = \ell_{\text{éq}} - \ell$  par définition d'où :

$$\vec{F}_{\text{rappel}} = k(\ell_{\text{éq}} - Z - \ell_0) \vec{e}_z$$

Ainsi :

$$M \frac{d^2 Z}{dt^2} \vec{e}_z = Mg \vec{e}_z - \lambda \frac{dZ}{dt} \vec{e}_z + k(\ell_{\text{éq}} - Z - \ell_0) \vec{e}_z + F(t) \vec{e}_z$$

or  $Mg + k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0) = 0$  d'après la question précédente donc, en projetant sur  $\vec{e}_z$  :

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} + \frac{\lambda}{M} \frac{dZ}{dt} + \frac{k}{M} Z = F(t)$$

On identifie :

$$\boxed{\gamma = \frac{\lambda}{M}} \quad \text{et} \quad \boxed{\beta = \frac{k}{M}} \quad \text{de sorte que} \quad \boxed{\frac{d^2 Z}{dt^2} + \gamma \frac{dZ}{dt} + \beta Z = \frac{F(t)}{M}}$$

**19.**  $\tau$  correspond à la durée d'impact de la goutte sur la platine (ainsi l'accélération subie est de l'ordre de  $v_{\text{lim}}/\tau$ ). Cela correspond à l'intervalle de temps séparant l'impact de la tête de la goutte et l'impact de sa queue. Ainsi, si sa vitesse n'évolue pas au cours de l'impact  $v_{\text{lim}}\tau = D$  d'où :

$$\boxed{\tau \approx \frac{D}{v_{\text{lim}}(D)}}$$

**20.** Or  $v_{\text{lim}} = K\sqrt{D}$  d'où, avec le facteur correctif proposé par l'énoncé :

$$\boxed{\tau = \xi \frac{\sqrt{D}}{K} = 2,2 \times 10^{-4} \text{ s} = 0,22 \text{ ms}}$$

**21.** La réponse du disdromètre est la plus rapide si le facteur de qualité vaut  $1/2$ . Or :

$$\omega_0^2 = \beta \quad \text{et} \quad \frac{\omega_0}{Q} = \gamma$$

Si  $Q = 1/2$ , alors  $\omega_0 = \gamma/2$  d'où :

$$\boxed{\frac{\gamma^2}{4} = \beta}$$

**22.** On cherche à résoudre l'équation :

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} + \gamma \frac{dZ}{dt} + \frac{\gamma^2}{4} Z = \frac{F_0}{M}$$

avec les conditions initiales  $Z(0) = 0$  et  $\frac{dZ}{dt}(0) = 0$ . Résolvons d'abord l'équation homogène. Le polynôme caractéristique est :

$$r^2 + \gamma r + \frac{\gamma^2}{4} = 0$$

il possède une racine double  $r_0 = -\gamma/2$ . La solution de l'équation homogène est donc :

$$Z(t) = (At + B) \exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right)$$

où  $A$  et  $B$  sont deux constantes d'intégration. Une solution particulière de cette équation est  $Z(t) = \frac{4F_0}{M\gamma^2}$  (en effet, dans ce cas les dérivées sont nulles d'où le résultat). Or :

$$\frac{4}{M\gamma^2} = \frac{1}{\beta M} = \frac{1}{k}$$

La solution générale de cette équation différentielle est :

$$Z(t) = \frac{F_0}{k} + (At + B) \exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right)$$

Cherchons  $A$  et  $B$  en utilisant les conditions initiales.

$$Z(0) = \frac{F_0}{k} + B$$

donc, comme  $Z(0) = 0$ ,  $B = -\frac{F_0}{k}$ . Ensuite :

$$\frac{dZ}{dt}(t) = 0 + A \exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right) + (At + B) \left(\frac{-\gamma}{2} \exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right)\right)$$

soit :

$$\frac{dZ}{dt}(0) = A - \frac{\gamma B}{2}$$

ainsi  $A = \gamma B/2$  finalement :

$$Z(t) = \frac{F_0}{k} \left(1 - \left(\frac{\gamma t}{2} + 1\right) \exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right)\right)$$

**23.** Il faut  $Z(\tau) = \frac{F_0}{k}$  soit :

$$\left(\frac{\gamma \tau}{2} + 1\right) \exp\left(-\frac{\gamma \tau}{2}\right) = 0$$

$\gamma$  et  $\tau$  étant positifs, il est impossible que  $\frac{\gamma \tau}{2} + 1$  soit nul. Si  $\frac{\gamma \tau}{2} \gg 1$ , alors

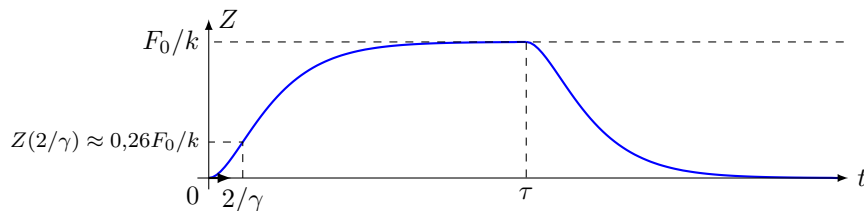
$$\exp\left(-\frac{\gamma \tau}{2}\right) \ll 1$$

et on peut écrire  $Z(\tau) = \frac{F_0}{k}$  Ainsi :

$$Z(\tau) = \frac{\pi \rho D^3}{6} \frac{K \sqrt{D}}{\xi \sqrt{D}} \frac{1}{k} = \frac{\pi \rho}{6} \frac{K^2}{\xi k} D^3$$

On a démontré le résultat demandé avec  $\alpha = 3$

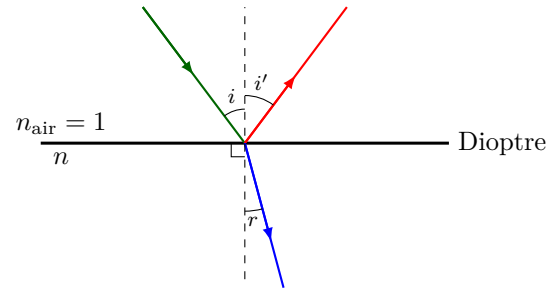
**24.** Pour  $\tau < t < 2\tau$ , on observe la relaxation du plateau vers sa position d'équilibre sans force, sur un même temps typique :



**25.** Le coefficient de proportionnalité entre  $Z$  et  $D^3$  est  $\frac{\pi \rho}{6} \frac{K^2}{\xi k}$  ne dépend pas de la goutte. La connaissance de ces différents coefficients ou un étalonnage permet de relier  $Z$  à  $D$ .

### III. Théorie géométrique de l'arc-en-ciel

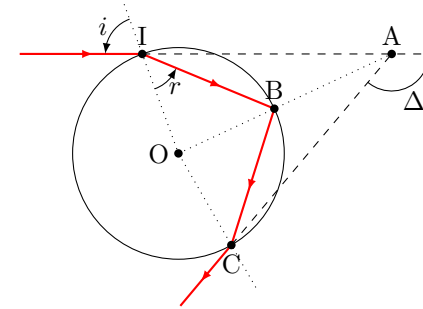
**26.** Sur le schéma :



- Les rayons réfléchis et réfractés appartiennent au plan d'incidence.
- L'angle de réfraction  $r$  et l'angle d'incidence  $i$  sont reliés par la relation

$$n_{\text{air}} \sin(i) = n \sin(r)$$

**27.** Sur le schéma :



Le triangle OIB est isocèle en O (OI et OB sont deux rayons) ainsi  $\widehat{OIB} = \widehat{IBO} = r$  donc  $\widehat{BOI} = \pi - 2r$ . Dans le triangle AOI :

$$\widehat{OAI} + \widehat{AOI} + \widehat{OIA} = \pi$$

donc  $\widehat{OAI} = \pi - (\pi - 2r) - i = 2r - i$ . Ainsi  $\widehat{CAI} = 2\widehat{OAI} = 4r - 2i$ . Finalement :

$$\Delta = \pi - \widehat{CAI} = \pi - 4r + 2i$$

28. Or  $r = \arcsin\left(\frac{\sin i}{n}\right) = \arcsin\left(\frac{x}{n}\right)$  ainsi :

$$\Delta = \pi - 4 \arcsin\left(\frac{x}{n}\right) + 2 \arcsin(x)$$

29. On cherche la valeur  $x_m$  de  $x$  annulant  $\frac{d\Delta}{dx}$  :

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta}{dx} &= 0 - 4 \left(\frac{1}{n}\right) \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{n}\right)^2}} + 2 \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{1 - x^2}} - \frac{4}{\sqrt{n^2 - x^2}} \end{aligned}$$

Ainsi :

$$2\sqrt{n^2 - x_m^2} = 4\sqrt{1 - x_m^2}$$

On isole  $x_m$  :

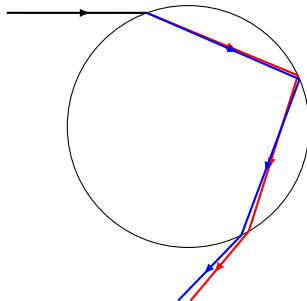
$$n^2 - x_m^2 = 4 - 4x_m^2 \quad \text{soit} \quad x_m = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}$$

30. On observe d'après la figure 8 qu'il existe un intervalle d'angle autour de  $60^\circ$  pour lequel  $\Delta$  est constant, autour de  $138^\circ$  : tous les rayons arrivant à cette incidence sont renvoyés dans des directions très proches.

31. Applications numériques :

- bleu/indigo : pour  $n = 1,343$ ,  $x_m = 0,8556$  et  $\Delta_m = 139,4^\circ$
- rouge : pour  $n = 1,330$ ,  $x_m = 0,8624$  et  $\Delta_m = 137,5^\circ$

32. L'angle  $\Delta$  pour le rouge est plus petit que pour le bleu. Sur le schéma :



Les rayons bleus sont moins inclinés par rapport à l'horizontale que les rouges. Le rouge est vu à l'extérieur et le bleu à l'intérieur.

### Troisième partie - Appareil photographique

#### I. Objet et image

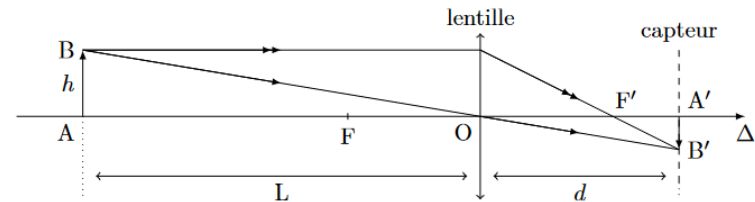
33. a) Dans les conditions de Gauss :

- ▷ les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique
- ▷ l'intersection des rayons avec le système optique se fait proche de l'axe optique

Lorsque les conditions de Gauss sont vérifiées, elles permettent l'**aplanétisme** (l'image d'un objet perpendiculaire à l'a.o est aussi perpendiculaire à ce dernier) et le **stigmatisme approché** d'un système optique (l'image d'un point est une tâche de faible dimension).

33. b) C'est le **diaphragme** qui permet de sélectionner les rayons proches de l'axe optique et ayant une incidence faible par rapport à ce dernier.

34. On représente la situation ci-dessous :



35. D'après la relation du grandissement, on a :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{FO}{FA} \quad \text{d'où} \quad A'B' = AB \frac{FO}{FA} = h \frac{f'}{f' - L}$$

$$\text{Or, } L \gg f' \text{ donc } \frac{A'B'}{AB} \approx -\frac{hf'}{L} = -12,5 \text{ mm}$$

36. Par définition, l'image d'un objet à l'infini se forme au foyer image de la lentille convergente, on peut donc écrire :

$$d = f' = 50 \text{ mm}$$

## II. Objectifs

**37.** Faisons appel à la même expression qu'à la question 2.b) avec la nouvelle valeur de la distance focale pour trouver :

$$\overline{A'B'} \approx \frac{-hf'_1}{L} = -25 \text{ mm}$$

**38.** Le capteur a pour dimensions 24 mm × 36 mm et, d'après la question précédente, l'image de l'arbre a pour hauteur 25 mm sur le capteur. **Il est donc possible de voir l'arbre en entier sur le capteur si l'on prend la photo en mode portrait.**

**39.** Un téléobjectif est utilisé pour photographier les détails d'objets lointains, pour lesquels on a  $L \gg f'$ . Comme à la question 2.b, on considère que  $L - f' \approx L$  dans l'expression de la taille de l'image sur le capteur :

$$\overline{A'B'} \approx -\frac{hf'}{L} = f'\alpha$$

où  $\alpha$  est l'angle sous lequel on voit l'objet sans appareil photo. On constate que :

▷ L'image sur le capteur d'un objet lointain est d'autant plus grande que la focale est grande. Un téléobjectif ou "objectif à longue focale" permet donc d'obtenir une image de grande taille. Par exemple, un téléobjectif de 300 mm forme une image 6 fois plus grande qu'un objectif de 50 mm sur le capteur ;

▷ Le capteur étant de taille constante, l'augmentation de la taille de l'image peut entraîner le fait qu'elle ne peut plus être entièrement contenue dans le cadre du capteur : l'agrandissement s'accompagne d'une perte de champ latéral.

Ces deux facteurs contribuent à donner l'illusion que l'image obtenue a été prise proche de l'objet.

**40. a)** Calculons d'abord la distance  $\overline{O_1A_1}$  du centre de ( $L_1$ ) à l'image de l'arbre. D'après la première relation de conjugaison rappelée, on a :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_1}$$

où  $\overline{O_1A} = -L$ , donc  $\overline{O_1A_1} = \frac{f'_1 L}{L - f'_1}$ . Les données montrent que  $f'_1 \ll L$ , donc on adopte l'approximation qui consiste à considérer l'arbre comme étant situé à l'infini :

$$\overline{O_1A_1} = f'_1$$

Comme  $\overline{O_1O_2} = e$ , on en déduit :

$$\overline{O_2A_1} = \overline{O_1A_1} - \overline{O_1O_2} = f'_1 - e$$

**40. b)** D'après ce qui précède, l'image intermédiaire  $A_1B_1$  doit être entre  $O_2$  et  $F'_2$  pour que son image par  $L_2$  soit réelle. Donc il faut que :

$$0 \leq \overline{O_2A_1} \leq |f'_2|$$

(on prend la valeur absolue car la lentille  $L_2$  est divergente). On remplace l'expression de  $\overline{O_2A_1}$  par celle obtenue précédemment :

$$0 \leq f'_1 - e \leq |f'_2|$$

On multiplie par -1, ce qui change le signe de l'inégalité :

$$0 \geq e - f'_1 \geq -|f'_2|$$

et on ajoute  $f'_1$  sur chaque membre :

$$f'_1 \geq e \geq f'_1 - |f'_2|$$

Finalement, il faut que  $e$  vérifie l'inégalité :

$$f'_1 - |f'_2| \leq e \leq f'_1$$

**40. c)** Avec les données de l'énoncé, on a :  $f'_1 - |f'_2| = 5 \text{ cm}$ ,  $e = 8 \text{ cm}$  et  $f'_1 = 10 \text{ cm}$ , **la condition est donc bien satisfaite.**

**41. a)**  $A'$  est l'image de  $A_1$  par la lentille  $L_2$ , on peut donc écrire la relation de conjugaison suivante :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{avec} \quad \overline{O_2A_1} = f'_1 - e \quad \text{et} \quad \overline{O_2A'} = d$$

$$\text{D'où} \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1 - e} + \frac{1}{f'_2} = \frac{f'_2 + f'_1 - e}{f'_2(f'_1 - e)}$$

On en déduit :

$$d = \frac{f'_2(f'_1 - e)}{f'_2 + f'_1 - e} = 3,3 \text{ cm}$$

$$\boxed{41. \text{ b)}} \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{d}{f'_1 - e} \text{ donc } \overline{A'B'} = \overline{A_1B_1} \frac{d}{f'_1 - e}$$

Il reste à trouver  $\overline{A_1B_1}$  : c'est le même calcul que pour la question 3. car c'est l'image de  $AB$  par la lentille  $L_1$  :

$$\overline{A_1B_1} = -\frac{hf'_1}{L - f'_1} = 2,5 \text{ cm}$$

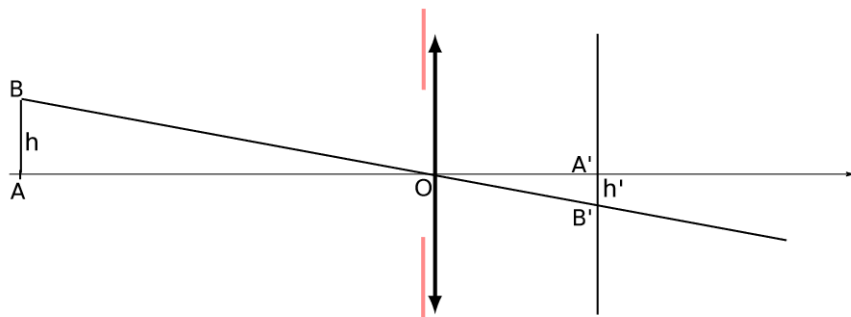
Finalement, on trouve :

$$\boxed{\overline{A'B'} = \overline{A_1B_1} \frac{d}{f'_1 - e} = 4,17 \text{ cm}}$$

**41. c)** L'image sur le capteur mesure 4,17 cm, alors qu'elle en mesurait 2,5 cm pour l'autre. **Ils ne sont donc pas équivalents.**

### III. Exploitation d'une photo

**42.** On modélise l'objectif de l'appareil photo par une lentille convergente de focale  $f' = 18 \text{ mm}$ .



Il faut d'abord déterminer la hauteur  $h'$  du Mont Saint Michel sur le capteur. On mesure à la règle sa hauteur sur l'image sur la feuille : environ 3,2 cm (ceci dépend du format d'impression), et on mesure la hauteur totale de l'image sur la feuille : environ 9,2 cm.

Ces 9,2 cm correspondent à la hauteur du capteur de 5,7 mm (soit 0,57 cm), donc avec une règle de trois on obtient la hauteur du Mont sur le capteur :

$$h' = 3,2 \times \frac{0,57}{9,2} = 0,20 \text{ cm}$$

On utilise ensuite le grandissement :

$$\frac{h'}{h} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{1,46 \cdot 10^3} = 1,23 \cdot 10^{-5}$$

car l'objet  $A$  est à 1,46 km de la lentille (donc  $\overline{OA} = 1,46 \text{ km}$ ), et car l'image  $A'$  est quasiment confondue avec le foyer  $F'$  (car l'objet est très loin, donc  $OA' \approx f'$ ).

$$\text{Ainsi, } \boxed{h = \frac{h'}{1,23 \cdot 10^{-5}} = 160 \text{ m}}$$

Le résultat paraît cohérent au vu de la hauteur annoncée sur Internet (157m).