Vrai / Faux

1. Les moments par rapport à un point sont des vecteurs.

Vrai ❒ Faux ❒

2. Le moment cinétique par rapport à un axe est un vecteur.

Vrai ❒ Faux ❒

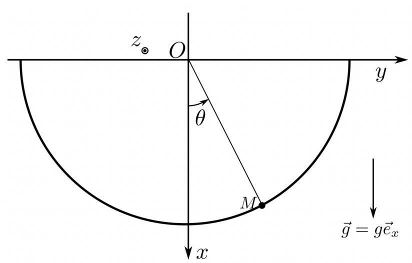
3. Le moment cinétique d'un point matériel se conserve si et seulement si la somme des moments exercés sur lui est constante.

Vrai ❒ Faux ❒

Exercices

Exercice n°1 - Snowboarder dans un half-pipe (★)

On s'intéresse au mouvement d'un snowboarder dans un demi-cercle, appelé "half-pipe". Pour simplifier, on considère que le snowboarder se déplace sur un plan en coupe perpendiculaire à l'axe du half-pipe. On l'assimile à un point matériel de masse m, qui glisse sans frottement, et on considère que le half-pipe est un demi-cylindre de rayon R constant. Le snowboarder démarre en $\theta = \pi/2$ avec une vitesse nulle.

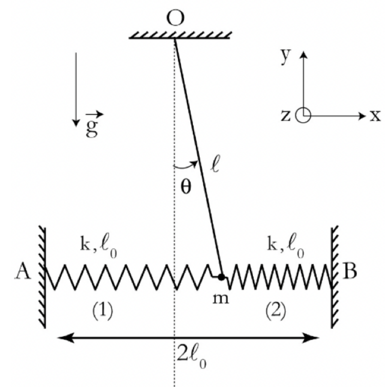


1. En utilisant le théorème du moment cinétique, établir l'équation du mouvement portant sur l'angle θ (bilan des forces, expression des moments par rapport à un axe, expression du moment cinétique, TMC).

2. Peut-on la résoudre simplement ? Dans quel cas faudrait-il se placer et quelle serait alors la forme générale des solutions ?

Exercice n°2 - Pendule simple relié à deux ressorts (★★)

Un pendule simple est constitué d'une tige rigide de masse négligeable et de longueur ℓ. Il est accroché en un point O, fixe dans le référentiel terrestre. À son autre extrémité, on fixe un point matériel M de masse m. M est également attaché à deux ressorts (1) et (2) identiques, de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0, fixés en deux points A et B distants de $2\ell_0$.



On déplace légèrement M par rapport à la verticale puis on le laisse évoluer librement. Il oscille alors en décrivant un petit arc de cercle de centre O, dans un plan vertical, et on repère sa position par l'angle θ avec la verticale. Cet angle restant toujours faible, on pourra considérer que les ressorts restent horizontaux.

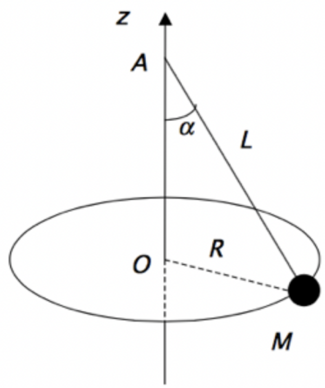
1. Déterminer l'expression du moment cinétique de M par rapport à O.

2. Calculer les moments des forces s'exerçant sur M, par rapport au point O.

3. Par application du théorème du moment cinétique, déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ et en déduire la pulsation des petites oscillations.

Exercice n°3 - Pendule conique (★★★)

Un point matériel M de masse m est suspendu à un fil inextensible de longueur L attaché en un point A fixe d'un axe Az. On donne une certaine vitesse initiale à la masse, afin de la faire tourner autour l'axe Z. On note ω la vitesse angulaire ainsi atteinte. On note Oxy le plan dans lequel ce mouvement a lieu, et α l'angle qui s'établi entre l'axe et le fil. On suppose un régime stationnaire atteint : α et ω restent constants. On utilisera la base cylindrique dans le plan Oxy, d'axe Oz. La pesanteur est dirigée selon $\vec{e_z}$.



1. Étant donné que la force de tension du fil sur la masse est inconnue, par rapport à quel point va-t-il être judicieux de calculer les moments des forces ?
2. À l'aide du théorème du moment cinétique, donner l'expression de l'angle α en fonction de L, ω et g.

Éléments de réponse

Vrai / Faux

1. Vrai 2. Faux 3. Faux

Exercice n°1

1. Moment du poids : $\mathcal{M}_O(\vec{P}) = -mgR\sin\theta\vec{e_z}$; moment de la réaction normale nul.
TMC : $\ddot{\theta} + \dfrac{g}{R}\sin\theta = 0$.

2. Approximation des petits angles.

Exercice n°2

3. Équation du mouvement : $\ddot{\theta} + \left(\dfrac{g}{\ell} + \dfrac{2k}{m}\right)\theta = 0$ aux petits angles.

Exercice n°3

1. On calculera les moments par rapport au point A.

2. Moment du poids en A : $\mathcal{M}_A(\vec{P}) = mgL\sin\theta\vec{e_\theta}$.
Moment cinétique en A : $\vec{L}_A = mR\omega(AO\vec{e_r} + R\vec{e_z})$.
TMC : $\cos\alpha = \dfrac{g}{L\omega^2}$