

## Vrai / Faux

1. La température est une variable d'état extensive.

Vrai  Faux

2. Un gaz parfait est un modèle de gaz pour lequel on néglige les interactions entre particules, supposées ponctuelles.

Vrai  Faux

3. La puissance d'un couple est nulle.

Vrai  Faux

4. Le théorème de l'énergie cinétique pour un solide fait intervenir les forces intérieures.

Vrai  Faux

5. Le théorème du moment cinétique pour un solide fait intervenir les forces intérieures.

Vrai  Faux

## Pour bien démarrer

## Exercice n°1 - Pression des pneus par grand froid (★)

La pression préconisée sur les roues avant d'une voiture est de 2,2 bar. J'ai réglé la pression des pneus de ma voiture un jour froid en hiver (en métropole, évidemment) par une température extérieure de  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- En supposant que le volume des pneus ne varie pas et qu'il n'y a aucune fuite d'air possible, quelle sera l'indication du manomètre un jour chaud cet été, par une température extérieure de  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  ?
- Calculer la variation relative de pression due au changement de température. Que me conseillerez-vous ?

## Exercice n°2 - Fuite d'hélium (★)

On considère une bouteille de volume constant  $V = 10\text{ L}$  contenant de l'hélium, modélisé comme un gaz parfait monoatomique, à la pression  $p = 2,1\text{ bar}$  et à la température  $T = 300\text{ K}$ .

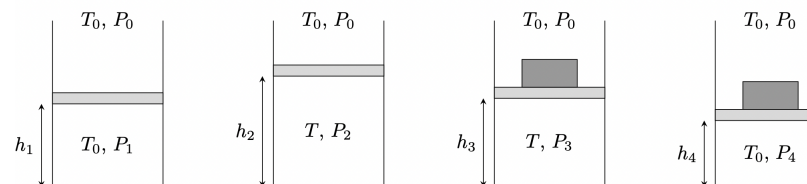
- Calculer la masse  $m$  d'hélium contenue dans la bouteille et la densité particulaire  $n^*$ , c'est-à-dire le nombre d'atomes par unité de volume.
- Calculer la vitesse quadratique moyenne des atomes.
- À la suite de l'ouverture de la bouteille, la pression passe à  $p' = 1,4\text{ bar}$  et la température à  $T' = 290\text{ K}$ . Calculer la masse  $\Delta m$  de gaz qui s'est échappé de la bouteille.
- À quelle température  $T''$  faudrait-il porter le gaz pour atteindre à nouveau la pression  $p$  ?

**Données :** masse molaire de l'hélium  $M = 4,0\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ , constante de Boltzmann  $k_B = 1,38\cdot 10^{-23}\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ .

## Exercices essentiels

## Exercice n°3 - Gaz parfait dans une enceinte (★★)

Une quantité de matière  $n$  de gaz parfait est enfermée dans une enceinte de surface de base  $S$ . Cette enceinte est fermée par un piston de masse  $m$ , à même de coulisser sans frottements, et permet les transferts thermiques, si bien que lorsqu'on attend suffisamment longtemps le gaz contenu dans l'enceinte est en équilibre thermique avec l'extérieur. Le milieu extérieur se trouve à température et pression constantes  $T_0$  et  $P_0$ . On fait subir au gaz la série de transformations suivante.

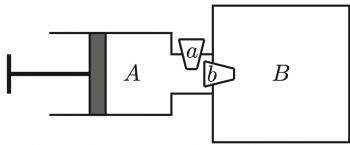


- Initialement, dans l'état (1), le système est au repos depuis suffisamment longtemps pour avoir atteint l'équilibre thermique et mécanique ;

- Le gaz est chauffé jusqu'à ce qu'il atteigne la température  $T > T_0$ , plaçant le système dans l'état (2) ;
- Une masse supplémentaire  $M$  est brusquement placée sur le piston : avant tout transfert thermique, le système est dans l'état (3) ;
- Enfin, l'équilibre thermique est atteint, le système est alors dans l'état (4).

▷ Déterminer les quatre positions du piston  $h_1$  à  $h_4$ .

#### Exercice n°4 - Pompe à vélo (★★)



On utilise une pompe dont le corps  $A$  a un volume maximal  $V_P = 200\text{mL}$  pour gonfler d'air une chambre à air  $B$  supposée de volume constant  $V_0 = 5\text{ L}$ . Les soupapes (a) et (b) ne laissent passer l'air que dans un sens.

Lors de chaque coup de pompe, le piston effectue un aller-retour complet faisant varier  $A$  d'un volume nul à un volume  $V_P$ . On suppose les évolutions isothermes. Au début de l'opération, la température de l'air est  $T_0 = 298\text{ K}$  et sa pression  $P_0 = 1,0\text{ bar}$  dans tous les compartiments et à l'extérieur. On prendra  $R = 8,31\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

1. Préciser le sens dans lequel les soupapes laissent passer l'air.
2. Calculer la pression de l'air  $P_1$  à l'intérieur de  $B$  au bout du premier aller-retour.
3. Établir la relation entre  $P_k$ ,  $P_0$ ,  $V_P$ ,  $V_0$ , et  $k$ . ( $P_k$  désigne la pression dans la chambre à air après  $k$  coups de pompe). Calculer le nombre de coups de pompe nécessaires à gonfler jusqu'à  $P_f = 5\text{ bar}$ .

Pour aller plus loin

#### Exercice n°5 - Stabilité de l'atmosphère terrestre (★★)

On cherche à étudier la stabilité de l'atmosphère terrestre à partir d'une approche cinétique des molécules la constituant. On appelle vitesse de libération la vitesse minimale à communiquer à un objet pour qu'il échappe définitivement à l'attraction gravitationnelle d'un astre. On admet que des molécules peuvent s'échapper dans l'espace si la vitesse quadratique moyenne atteint le dixième de la vitesse de libération.

1. Exprimer la vitesse de libération  $v_\ell$  à la surface de la Terre en exploitant la conservation de l'énergie mécanique. Réaliser l'application numérique.
2. Exprimer la vitesse quadratique moyenne  $u$  pour le dihydrogène, le diazote et le dioxygène, pour une température  $T = 300\text{ K}$ . Réaliser les applications numériques et les comparer à la vitesse  $v_\ell$ .
3. Déterminer l'ordre de grandeur de la température  $T_0$  à la surface de la Terre pour que les molécules de diazote puissent échapper à l'attraction terrestre.

**Données :**  $M_T = 6,0 \times 10^{24}\text{ kg}$ ;  $R_T = 6400\text{ km}$ ,  $G = 6,67 \times 10^{-11}\text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$ ;  $R = 8,31\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ ;  $M_{\text{H}_2} = 2,0\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ;  $M_{\text{N}_2} = 28\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ;  $M_{\text{O}_2} = 32\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

#### Exercice n°6 - Modèle de gaz réel (★★)

Johannes Diderik Van Der Waals a proposé dans sa thèse de doctorat, en 1873, l'équation d'état molaire suivante pour un gaz parfait :

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$$

où  $R = 8,314\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$  est la constante des gaz parfaits, et  $a$  et  $b$  des constantes positives caractéristiques de ce gaz.

1. Donner l'équation d'état correspondante pour une quantité quelconque ( $n$  moles).
2. Laquelle de ces deux constantes  $a$  ou  $b$  est associée à l'existence d'un volume propre pour les molécules ? Quelle autre hypothèse constitutive du modèle du gaz parfait est mise en défaut par la présence de l'autre constante ?
3. Montrer que dans l'approximation  $\frac{b}{V_m} \ll 1$  des volumes élevés, on a :

$$PV_m = RT \left(1 + \frac{A(T)}{V_m}\right)$$

avec  $A(T)$  une fonction que l'on exprimera en fonction des données du problème. On pourra utiliser la relation approchée  $(1+x)^\alpha \approx 1+\alpha x$  pour  $x \ll 1$ .

4. Montrer qu'il existe une température  $T_M$  pour laquelle ce gaz se comporte comme un gaz parfait. Réaliser l'application numérique.

## Éléments de réponse

## Vrai / Faux

1. Vrai 2. Faux 3. Faux 4. Faux 5. Faux

## Exercice n°1

1.  $P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1 = 2,5 \text{ bar}$ .

## Exercice n°2

1.  $m = \frac{MpV}{RT} = 3,4 \text{ g}$  et  $n^* = \frac{pN_A}{RT} = 5,1 \times 10^{25} \text{ atomes/m}^3$ .

2.  $u = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 1,4 \text{ km/s}$ . 3.  $\Delta m = 1,0 \text{ g}$ . 4.  $T'' = \frac{p}{p'} T' = 435 \text{ K}$ .

## Exercice n°3

1.  $h_1 = \frac{nRT_0}{mg + P_0S}$  2.  $h_2 = \frac{nRT}{mg + P_0S}$  3.  $h_3 = \frac{nRT}{(m + M)g + P_0S}$

4.  $h_4 = \frac{nRT_0}{(m + M)g + P_0S}$ .

## Exercice n°4

1. Soupape (a) : laisse passer l'air de l'extérieur vers A. Soupape (b) : laisse passer l'air de A vers B.

2. Quantité de matière  $n_p$  contenue dans le corps A de la pompe :  $n_p = \frac{p_0 V_p}{RT_0} = 8,8 \times 10^{-3} \text{ mol}$ . On trouve  $P_1 = P_0 \left(1 + \frac{V_p}{V_0}\right) = 1,04 \text{ bar}$ .

3. De manière analogue à la question précédente, on en déduit  $P_k = P_0 \left(1 + k \frac{V_p}{V_0}\right)$ . Pour avoir  $P_f = 5 \text{ bar}$ , on en déduit  $k = \frac{(P_f - P_0)V_0}{P_0 V_p} = 100$  coups de pompe.

## Exercice n°5

1. Conservation de l'énergie mécanique :  $\frac{1}{2}mv_l^2 - \frac{GmM_T}{R_T} = \frac{1}{2}mv_\infty^2 - \frac{GmM_T}{R_\infty} = 0$ . On en déduit  $v_\ell = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = 11 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ .

2.  $u_{\text{H}_2} = 2,5 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ ;  $u_{\text{N}_2} = 0,67 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ ;  $u_{\text{O}_2} = 0,62 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ . Les molécules de dihydrogène peuvent donc s'échapper de l'atmosphère à température ambiante.

3. Il faut que  $T > T_0 = \frac{Mv_l^2}{500R} = 815 \text{ K}$ .

## Exercice n°6

1. En remplaçant  $V_m$  par  $\frac{V}{n}$ , on obtient l'équation d'état  $\left(P + n^2 \frac{a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$ .

2. Constante  $b$  associée au volume propre des particules, constante  $a$  liée aux interactions à distance entre les particules du gaz.

3. On trouve  $A(T) = b - \frac{a}{RT}$ .

4.  $T_M$  réalisée pour  $A(T) = 0$ . On en déduit  $T_M = \frac{a}{bR} = 426 \text{ K}$ .