

Vrai / Faux

1. Au cours d'une transformation quelconque, toutes les grandeurs d'état sont définies à chaque instant.

Vrai Faux

2. Au cours d'une transformation monobare, la pression P du système est constante..

Vrai Faux

3. Une transformation monotherme et réversible est isotherme.

Vrai Faux

4. Pour une phase condensée idéale, $C_p \approx C_v$.

Vrai Faux

5. Le travail des forces de pression est nul pour une transformation isochore.

Vrai Faux

Pour bien démarrer

Exercice n°1 - Transformations d'un gaz parfait (★)

On considère n moles d'un gaz parfait que l'on fait passer d'un état d'équilibre A (P_A, V_A, T_A) à un autre état d'équilibre B ($P_B, V_B = 0,5V_A, T_B$) par deux chemins α et β distincts :

▷ Chemin α : transformation isochore (chemin α_1 du point A à un point C) suivie d'une transformation isobare (chemin α_2 du point C au point B).

▷ Chemin β : transformation isotherme réversible.

- Établir une représentation graphique de ces transformations dans un diagramme (P, V).
- Exprimer la température T_B en fonction de T_A .

3. Exprimer le travail W_α le long du chemin α .

4. Exprimer le travail W_β le long du chemin β .

5. Exprimer le rapport $\eta = \frac{W_\alpha}{W_\beta}$ en fonction de V_A et V_B . Vérifier graphiquement la cohérence du résultat obtenu.

Exercices essentiels

Exercice n°2 - Détente de Joule Gay-Lussac (★★)

On considère deux compartiments aux parois calorifugées et indéformables qui communiquent par un robinet initialement fermé. Le compartiment (1) de volume V_1 est rempli d'une quantité n de gaz en équilibre à la température T_I ; le compartiment (2) de volume V_2 est vide. On ouvre le robinet et on attend l'établissement d'un nouvel équilibre, caractérisé par une température T_F du gaz.

- Réaliser un schéma des états initial et final de l'expérience.
- Montrer que l'énergie interne U du gaz est conservée au cours de la transformation. Préciser si le résultat obtenu dépend de la nature du gaz.
- Déterminer la température T_F du gaz en considérant le gaz comme parfait.

On considère maintenant que l'argon est modélisé comme un gaz réel de Van der Waals d'énergie interne :

$$U = nC_{V,m}T - \frac{n^2a}{V}$$

avec a une constante positive caractéristique du gaz étudié.

- Nommer et donner le sens physique de la constante $C_{V,m}$.
- Exprimer la constante a pour l'argon. Réaliser l'application numérique.

Données : $C_{V,m} = 12 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$; $n = 1,0 \text{ mol}$; $V_1 = V_2 = 1,0 \text{ L}$, $T_f = 298,0 \text{ K}$; $T_i = 303,4 \text{ K}$.

Exercice n°3 - Un café trop chaud (★★)

Un professeur un peu fatigué décide de se préparer un volume $V_0 = 50$ cL de café soluble à partir d'eau bouillante. Il voudrait le boire tout de suite, mais il est malheureusement trop chaud. On admet que pour pouvoir boire son café sans se brûler, il faut que la température du breuvage ne dépasse pas les 40 °C. On ajoute donc rapidement un volume V_{eau} d'eau du robinet à la température $T_1 = 20$ °C.

1. Calculer la température finale T_f du mélange en effectuant les hypothèses nécessaires sur la transformation.
2. Calculer le volume V_{eau} à ajouter pour ne pas se brûler.

Exercice n°4 - Cycle de Lenoir (★★)

Le cycle de Lenoir est un modèle idéalisé de cycle moteur à deux temps. On raisonne sur l'air présent dans la chambre de combustion du moteur, modélisé par un gaz parfait. Après une phase d'admission d'air dans la chambre de combustion et le processus d'inflammation, l'air dans la chambre est caractérisé par $T_1 = 100$ °C, $V_1 = 10$ L et $P_1 = 2 \times 10^5$ Pa. À partir de cet état 1, l'air constitue un système fermé de quantité de matière n_0 . Le cycle qu'il subit se compose des étapes suivantes :

- ▷ 1 → 2 : explosion isochore jusqu'à la pression P_2 ;
- ▷ 2 → 3 : détente isotherme jusqu'à un volume $V_3 = 2V_1$;
- ▷ 3 → 1 : compression isobare jusqu'à revenir au volume initial.

Les gaz brûlés sont ensuite évacués hors de la chambre de combustion, et un nouveau cycle démarre. On cherche à représenter le cycle dans le diagramme de Watt (P, V). Pour pouvoir définir les grandeurs d'état tout au long des transformations, on raisonne sur des transformations quasistatiques.

1. Déterminer l'équation d'une isotherme quasi-statique d'un gaz parfait dans le diagramme de Watt.
2. En déduire la représentation du cycle.
3. Déterminer la température $T_2 = T_3$ à laquelle a lieu la détente. En déduire la pression maximale atteinte P_2 .
4. Calculer le travail total fourni par le moteur au cours du cycle.
5. Justifier sans calcul qu'entre le début et la fin du cycle $\Delta U = 0$. En déduire le transfert thermique reçu par le système. Quelle est la source de ce transfert ?

Exercice n°5 - Transformation polytropique (★★)

Une transformation polytropique est une transformation d'un gaz pour laquelle il existe un coefficient $k > 0$ tel que

$$PV^k = \text{cste}$$

tout au long de la transformation. De telles transformations sont intermédiaires entre des adiabatiques et des isothermes, et se rencontrent souvent en thermodynamique industrielles. On raisonne à partir d'une transformation quasi-statique d'un gaz parfait entre deux états (P_0, V_0, T_0) et (P_1, V_1, T_1) .

1. Identifier les transformations connues correspondant aux cas $k = 0$, $k = 1$ et $k = +\infty$.
2. Exprimer le travail des forces de pression pour un gaz subissant une transformation polytropique en fonction d'abord des pressions et des volumes puis dans un second temps des températures seulement.
3. Montrer que le transfert thermique Q s'écrit au cours d'une telle transformation s'écrit

$$Q = nR \left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{k - 1} \right) (T_1 - T_0)$$

4. Analyser les cas $k = 0$, $k = 1$ et $k = +\infty$. Vérifier la cohérence avec l'analyse initiale.

Formulaire : pour un gaz parfait, $C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$ et $C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$.

Éléments de réponse

Vrai / Faux

1. Faux 2. Faux 3. Vrai 4. Vrai 5. Vrai

Exercice n°1

- Les points A et B sont sur une isotherme d'après le chemin β donc $T_B = T_A$.
- Chemin α : isochore ($V = \text{cste}$) et isobare ($P = \text{cste}$).

$$\text{Donc } W_\alpha = W_{\alpha 1} + W_{\alpha 2} = 0 - P_B(V_B - V_A).$$

- Chemin β : isotherme ($T = \text{cste}$).

$$W_\beta = - \int_A^B \frac{nRT_A}{V} dV = P_B V_B \ln \left(\frac{V_A}{V_B} \right).$$

$$4. \eta = \frac{W_\alpha}{W_\beta} = \left(\frac{V_A}{V_B} - 1 \right) \frac{1}{\ln \left(\frac{V_A}{V_B} \right)} = 1,4 \text{ donc } W_\alpha > W_\beta.$$

Le travail correspond à l'aire sous la courbe dans un diagramme (P, V) . Ici l'aire orientée sous le chemin α est plus grande que celle sous le chemin β . Le résultat est cohérent.

Exercice n°2

- Premier principe appliqué au gaz : $\Delta U = W + Q$.
Travail : $W = 0$ (le volume varie mais aucun travail n'est fourni l'autre compartiment étant vide).
Transfert thermique : $Q = 0$ (transformation adiabatique).
Conclusion : $\Delta U = 0$, soit $U = \text{cste}$. ce résultat est indépendant du gaz.
- Première loi de Joule : $\Delta U = C_v dT$ (applicable uniquement car le gaz est parfait).
Injection : $C_v(T_f - T_i) = 0$ donc $T_f = T_i = 303,4 \text{ K}$.
- Capacité thermique molaire à volume constant : quantité d'énergie nécessaire pour élever d'un degré kelvin une mole d'un échantillon de matière dans une certaine phase.
- Premier principe : $\Delta U = U_f - U_i$.
Injection : $\Delta U = nC_{Vm}(T_f - T_i) - n^2 a \left(\frac{V_i - V_f}{V_f V_i} \right) = nC_{Vm}(T_f - T_i) + n^2 a \left(\frac{1}{2V_1} \right)$. Soit $a = \frac{2V_1 C_{Vm}(T_i - T_f)}{n} = 0,13 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-2} \cdot \text{m}^3$.

Exercice n°3

- Hypothèse : transformation adiabatique, liquide modélisée par une phase condensée incompressible.

$$\text{Premier principe : } \Delta U = W + Q = 0 = m_1 c_{\text{eau}}(T_f - T_1) + m_2 c_{\text{eau}}(T_f - T_2).$$

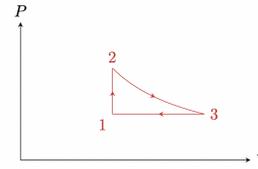
$$\text{On en déduit } T_f = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 77^\circ \text{C}.$$

- On reprend l'expression du premier principe en cherchant m_2 , T_f étant fixée.
On a $m_2 = \rho V_{\text{eau}}$.

$$\text{On en déduit } V_{\text{eau}} = m_1 \frac{T_1 - T_f}{\rho(T_f - T_2)} = 1,5 \text{ L. Le café sera un peu trop allongé...}$$

Exercice n°4

-



- Point 3 : $V_3 = 2V_1$, $P_3 = P_1$, $T_3 = 2T_1 = 200^\circ \text{C}$ et $P_2 = 2P_1 = 4 \text{ bar}$.
- $W_{\text{fourni}} = + \int_1^2 P dV + \int_2^3 P dV + \int_3^1 P dV = (2 \ln(2) - 1) P_1 V_1 = 1,06 \text{ kJ}$.
- $Q = -W_{\text{reçu}} = W_{\text{fourni}}$.

Exercice n°5

- $k = 0$: isobare; $k = 1$: isotherme; $k = +\infty$: isochore.
- Transformation quasistatique : $P = P_{\text{ext}}$.

$$\text{Travail des forces de pression : } W = - \int_{E_0}^{E_1} P_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^k dV = -P_0 V_0^k \frac{V_1^{1-k} - V_0^{1-k}}{1-k}.$$

On utilise la propriété de transformation polytropique et de gaz parfait.

$$\text{On trouve } W = \frac{nR}{k-1} (T_1 - T_0).$$

- Premier principe : $\Delta U = W + Q = C_V(T_1 - T_0)$. On remplace ensuite C_V par $\frac{nR}{\gamma-1}$ pour en déduire l'expression du transfert thermique Q .

- Pour $k = 0$: $Q = C_P \Delta T$.

Pour $k = 1$: l'expression obtenue pour Q donne alors une forme indéterminée mathématiquement, ce qui signifie que le système peut échanger n'importe quel transfert thermique sans que cela ne change sa température.

$$\text{Pour } k = +\infty : Q = C_V \Delta T.$$