Chapitre 22 : Champ magnétique

Comment fonctionne une boussole ? Comment donner une expression de la force ou du couple qu'exerce le champ magnétique terrestre sur son aiguille ? Comment recharger un téléphone avec un dispositif sans contact ? C'est à ces questions que cette partie s'intéresse. Le champ magnétique et les phénomènes d'induction sont présents dans un grand nombre de phénomènes naturels et d'objets technologiques, et nous allons introduire les outils pour les étudier.

Plan du cours

Objectifs de chapitre

❒ Savoir que les courants électriques et la matière aimantée sont source de champ magnétique.

❒ Exploiter une carte de champ magnétique : identifier l'emplacement des sources et les zones de champ fort, faible, uniforme.

❒ Connaître l'allure de la carte de champ magnétique créé par un système assimilable à grande distance à un moment magnétique (spire, aimant droit, etc.).

❒ Dans des cas simples type fil long ou spire, savoir orienter qualitativement le champ magnétique connaissant le sens réel du courant et réciproquement.

❒ Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi-uniforme.

❒ Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.

❒ Connaître des ordres de grandeur de champs magnétiques : champ magnétique terrestre, au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM.

❒ Savoir orienter de façon cohérente un contour et une surface s'appuyant sur ce contour.

❒ Exploiter les propriétés de symétrie et d'invariance des sources pour prévoir des propriétés du champ créé.

❒ Définir le moment magnétique d'une boucle de courant plane.

❒ Par analogie, savoir qu'un aimant se décrit par un moment magnétique et en connaître un ordre de grandeur.

❒ Connaître et exploiter l'expression de la résultante des forces de Laplace exercées sur une tige conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme.

❒ Connaître et exploiter l'expression du couple de Laplace exercé sur une spire rectangulaire en rotation placée dans un champ magnétique extérieur uniforme.

❒ Connaître et exploiter l'expression du couple magnétique subi par un aimant libre de tourner autour d'un axe fixe.

Vidéos intéressantes

- Vidéo culturelle de **Minute Physics** sur les origines microscopiques du magnétisme.
- **Expérience d'Oersted :** un courant dévie une boussole, donc crée un champ magnétique.
- L'expérience des **rails de Laplace**.

I - Description du champ magnétique

I.A - Rappels

• Notion de champ

Un **champ** est la représentation d'une propriété physique en tout point de l'espace à un (ou plusieurs) instant donné. Cette propriété est définie par une grandeur physique qui est une fonction de l'espace et du temps.

▷ champ **scalaire** : la grandeur physique est une grandeur scalaire (température, pression, masse volumique, concentration...)

▷ champ **vectoriel** : la grandeur physique est représentée par un vecteur (champ de pesanteur, champ de vitesse d'un fluide, champ magnétique...)

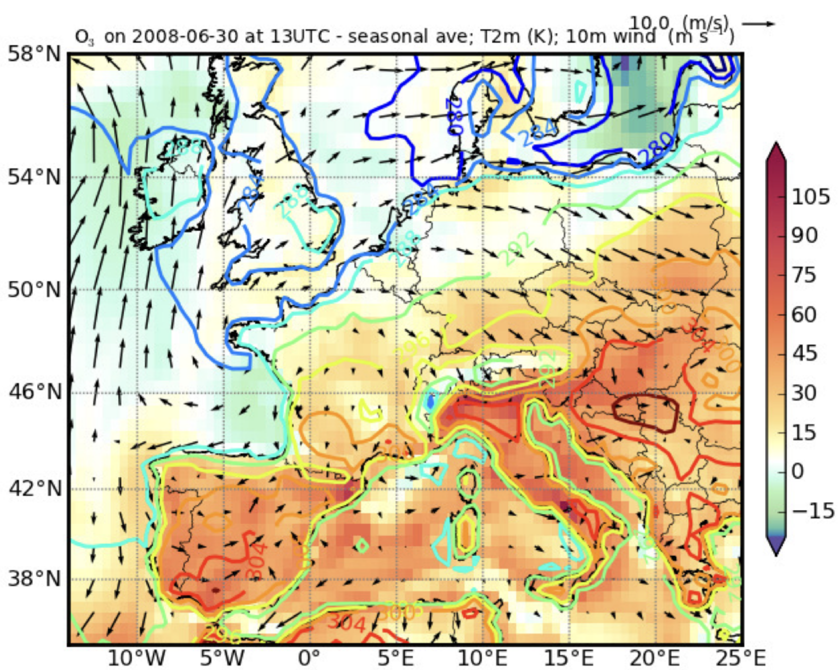


Figure 1 – Représentation de différents champs en Europe : température, vitesse du vent

> **Remarque :** un champ est dit **permanent** ou **stationnaire** s'il ne dépend pas du temps. Un champ est dit **uniforme** s'il est indépendant de la position.

• Le champ magnétique

Expériences de cours : mise en évidence d'un champ magnétique

▷ Un aimant dit permanent crée un champ magnétique.

▷ Un courant électrique dévie l'aiguille d'une boussole, mettant en évidence la création d'un champ magnétique par un courant électrique.

Champ magnétique

- Le champ magnétique est noté $\vec{B}$.
- Son unité est le **Tesla** (T).
- Il est produit soit par des **aimants**, soit par des **courants électriques**.
- Ordres de grandeurs :
  - ▷ Champ magnétique terrestre : $5{\cdot}10^{-5}$ T (50 μT)
  - ▷ Aimant permanent assez puissant : 1 T
  - ▷ Bobine avec 10 spires par mm, parcourue par $I = 10$ A : 0,1 T
  - ▷ Appareil d'IRM : 5T

I.B - Cartes de champ

La figure ci-dessous va nous permettre d'illustrer la notion de **ligne de champ**. On voit que la limaille de fer s'oriente selon une direction privilégiée, qui est la direction locale du champ magnétique.

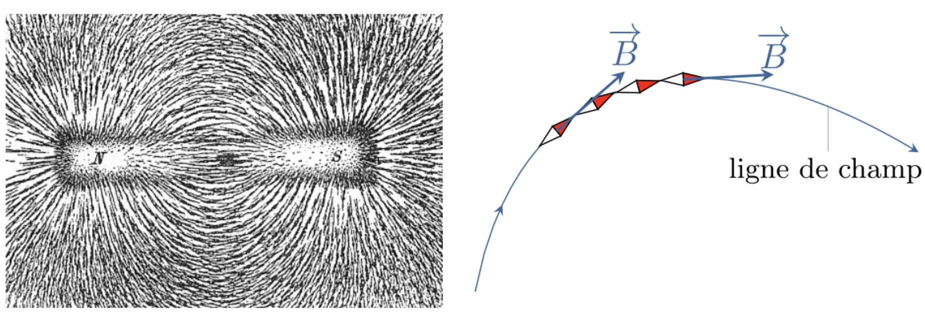


FIGURE 2 – Lignes de champ $\overrightarrow{B}$ d'un aimant permanent : les lignes de champ sont visualisées à l'aide de grains de limaille de fer, qui se comportent comme des petites boussoles, matérialisant ainsi les lignes de champ magnétique de l'aimant.

Ligne de champ magnétique

Une **ligne de champ magnétique** est une ligne tangente en tout point M au vecteur $\vec{B}(M)$, et orientée dans la direction de $\vec{B}$.

Propriétés :

- Plus les lignes de champ sont resserrées, plus la norme de $\vec{B}$ est grande.
- Les lignes de champ sont toujours fermées (elles font des boucles), sauf si elles partent à l'infini.

Le sens du champ magnétique est donné par la règle du *tire-bouchon* donnée et illustrée ci-dessous.

Règle du tire-bouchon

Un courant circulant dans la direction du pouce génère un champ magnétique orienté suivant la direction du majeur.

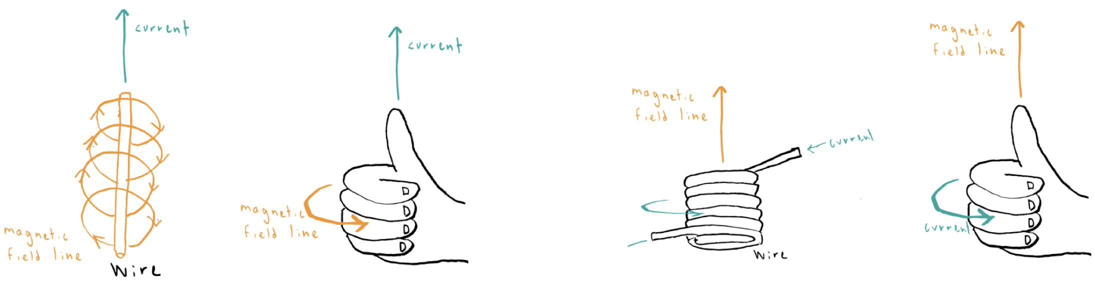
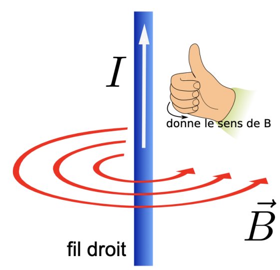


FIGURE 3 – Illustration de la règle du tire-bouchon

• Champ magnétique crée par un fil

Un fil parcouru par un courant produit un champ magnétique comme ci-contre. L'orientation de $\vec{B}$ est obtenue avec la main droite.



Formule pour un fil rectiligne infini sur l'axe Oz (pas à connaître, démontrée en PT) :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\theta}$$

avec μ_0 la **perméabilité magnétique du vide**, qui a pour valeur $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H·m^{-1}.

Exercice C1.1 : Déterminer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique

Déterminer l'ordre de grandeur du champ magnétique crée par un fil rectiligne infini à une distance $r = 1$ cm, parcouru par un courant d'intensité $I = 10$ A.

• Champ magnétique crée par une spire de courant

C'est une boucle parcourue par un courant I. L'orientation de $\vec{B}$ est obtenue avec la main droite. Loin de la spire, le champ décroît en $1/d^3$ où d est la distance à la spire. Par exemple, pour un point sur l'axe (R rayon de la spire, $d \gg R$) :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2 d^3}\vec{e_z}$$

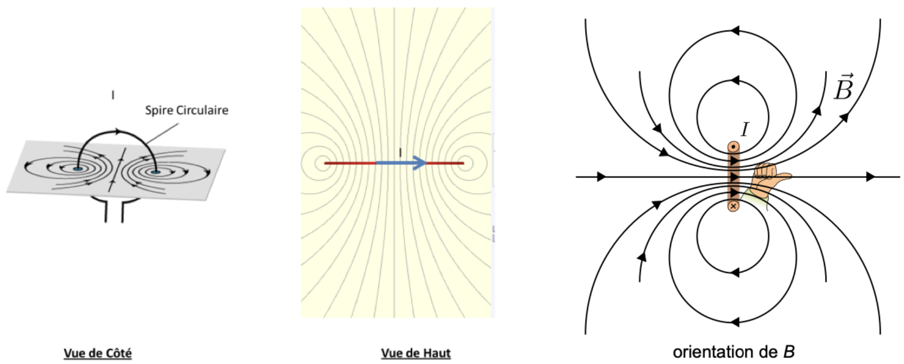
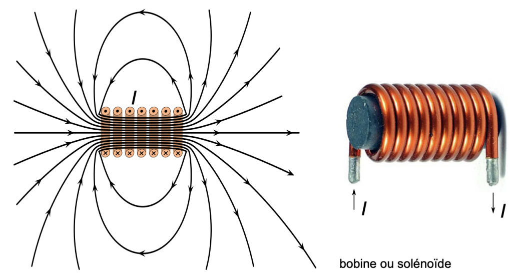


FIGURE 4 – Illustration d'une spire de courant et de sa carte de champ associée

• Champ magnétique crée par une bobine

C'est un enroulement de fil parcouru par un courant I. Ceci peut aussi être vu comme un grand nombre de N spires accolées, parcourues en série par le même courant I. L'orientation de $\vec{B}$ est obtenue avec la main droite. On constate qu'à l'intérieur de la bobine, loin des bords, le champ est presque uniforme.



(Pas à connaître, démontrée en spé) Le champ à l'intérieur d'une bobine infinie est donné par :

$$\vec{B} = \mu_0 n I \vec{e_z}$$

où n est le nombre de spires par unité de longueur (en m^{-1}).

Exercice C1.2 : Déterminer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique

Déterminer l'ordre de grandeur du champ magnétique crée par une bobine avec $n = 10$ spire par mm, parcourue par un courant $I = 10$ A.

On comprend avec l'image ci-dessous pourquoi, lorsqu'on passe de une, à deux, trois, puis un grand nombre de spires, on obtient le champ magnétique d'une bobine.

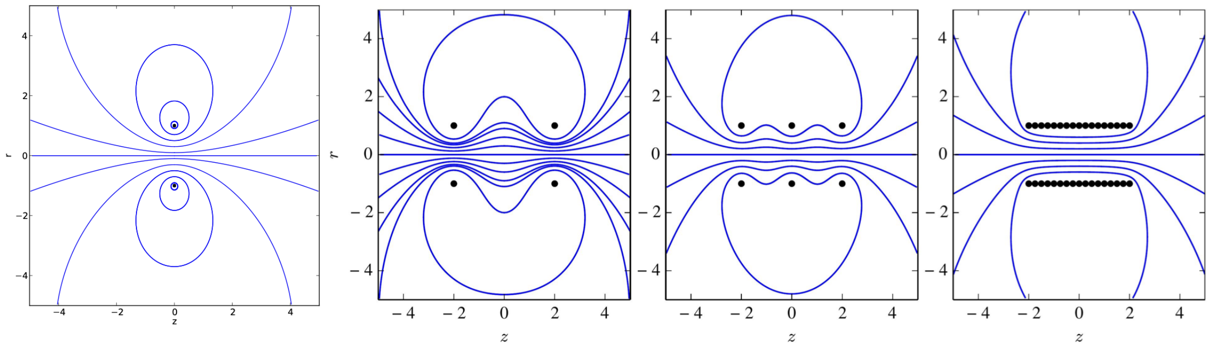


FIGURE 5 – "Fabrication" d'une bobine : on place une, deux, trois puis N spires de courant pour former un solénoïde.

La figure ci-dessus exploite le principe de superposition, en disant que pour obtenir le champ produit par plusieurs spires, il suffit d'ajouter les champs produits par chacune des spires.

Principe de superposition

Si une distribution de courants i_1 crée un champ $\vec{B_1}(M)$ et qu'une autre distribution de courants i_2 crée un champ $\vec{B_2}(M)$, alors le champ magnétique créé par les deux distributions est $\vec{B_1}(M) + \vec{B_2}(M)$.

Entraînement 16.7 : Champ de deux aimants droits

Remarque : si l'on souhaite réaliser un champ magnétique uniforme, on peut utiliser une bobine et se placer à l'intérieur. Un moyen moins contraignant est l'utilisation deux bobines dites **"de Helmoltz"**, cf TP correspondant.

• Champ magnétique crée par un aimant permanent

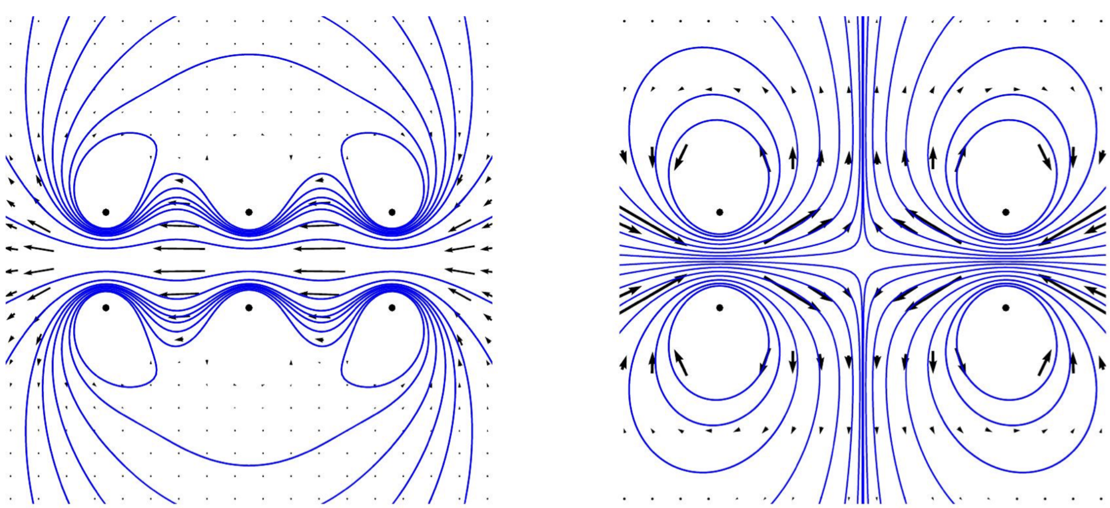
Les aimants permettent aussi de produire un champ magnétique. Les électrons des atomes “tournent” autour du noyau des atomes, et créent ainsi des boucles de courant, c'est-à-dire des spires microscopiques. C'est l'ensemble des spires ainsi créées qui est à l'origine du champ magnétique créé par un aimant. Bien sûr il s'agit d'un point de vue assez imagé : en réalité les électrons doivent être décrit par la mécanique quantique et ne tournent pas de façon classique autour du noyau ; de plus, ils possèdent aussi un *spin* et un moment magnétique propre (indépendant de leur mouvement) – mais l'idée générale est bien celle-ci.

FIGURE 6 – Cartes de champ d'un aimant droit et d'un aimant en U

Exercice C2 : Analyse de cartes de champ

Les cartes de champ magnétique ci-dessous sont des vues en coupe du champ produit par des spires de courant circulaires. Dans les deux cas, indiquer :

- ▷ la position des sources
- ▷ le sens du courant
- ▷ les zones de champ fort et faible
- ▷ le cas échéant s'il existe une zone de l'espace où le champ magnétique est uniforme.



I.C - Moment magnétique

Il est possible d'unifier la description des différentes sources de champ magnétique que nous venons d'étudier grâce à la notion de moment magnétique. Cette notion nous sera utile à plusieurs reprises à l'avenir. Un circuit électrique enserrant les lignes de champs (ex : spire), plus celui–ci sera petit plus le champ magnétique associé sera intense : les dimensions du circuit revêtent donc un caractère particulier.

• Surface orientée

Spire de courant et orientation

Soit une spire de courant plane, de forme quelconque (pas forcément circulaire). On définit son vecteur normal $\vec{n}$ comme étant de norme 1, perpendiculaire à la spire, et orienté à l'aide du courant selon la règle de la main droite.

Un courant est algébrique : le sens qui compte pour définir $\vec{n}$ est le sens choisi de i, peu importe que i soit > 0 ou < 0. Aussi, on introduit parfois le vecteur surface $\vec{S} = \mathrm{S}\cdot\vec{n}$ avec S la surface de la spire.

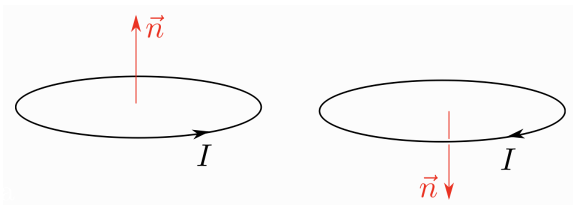


FIGURE 7 – Orientation du vecteur normal de deux spires de courant

• Moment magnétique d'une spire de courant

Ceci permet donc de définir le moment magnétique.

Moment magnétique d'une spire de courant

Le moment magnétique, noté $\vec{m}$, d'une spire plane, de surface S et parcourue par un courant I est :

$$\boxed{\vec{m} = IS \cdot \vec{n}}$$

Unité SI du moment magnétique : A·m^2.

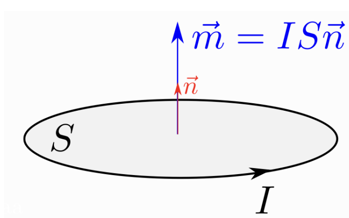


FIGURE 8 – Représentation du moment magnétique d'une spire de courant

Remarque : la surface d'une spire circulaire de rayon R vaut πR^2.

Une bobine peut être vue comme l'assemblage de N spires de surface S parcourues par un courant I, et donc peut être modélisée par un seul moment magnétique

$$\boxed{\vec{m} = NIS \cdot \vec{n}}$$

• Moment magnétique d'un aimant

On voit sur la figure 2, et encore plus clairement sur la figure 8 qu'un aimant droit et un solénoïde génèrent des champs magnétiques de même géométrie.

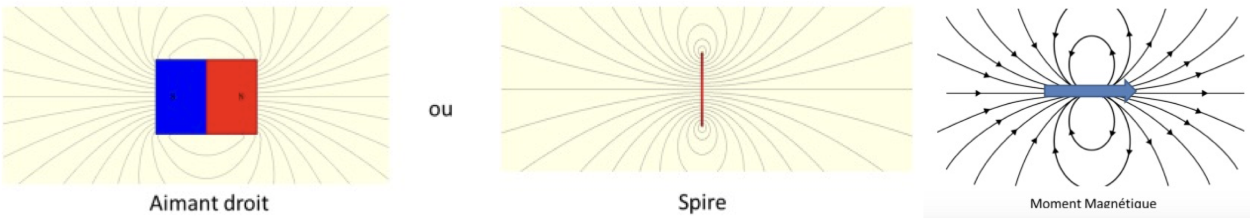


FIGURE 9 – Similitudes entre les géométries du champ magnétique d'un aimant droit et d'un solénoïde

Moment magnétique d'une spire d'un aimant droit

On peut définir le moment magnétique d'un aimant droit comme le moment magnétique $\vec{m} = IS \cdot \vec{n}$ du solénoïde de même taille que l'aimant et qui produirait le même champ magnétique que l'aimant.

Ceci permet alors de calculer le champ ou la force qu'il subit en le remplaçant par la spire de courant équivalente (celle de même moment magnétique), ce qui est plus simple.

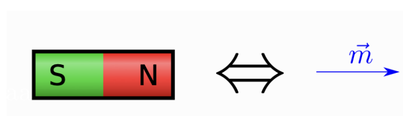


FIGURE 10 – Modélisation d'un aimant droit comme un moment magnétique

Quelques ordres de grandeur :

▷ Aimant permanent usuel : $m \approx 1$ A·m^2

▷ Moment magnétique terrestre : $m \approx 10^{22}$ A·m^2

Exercice C3 : Déterminer l'ordre de grandeur d'un moment magnétique

Déterminer l'ordre de grandeur :

▷ du moment magnétique d'une spire de rayon 5 cm parcourue par un courant de 1A

▷ du courant qu'il faudrait fournir à une spire carrée de 1cm^2 pour qu'elle soit équivalente à un aimant permanent usuel.

II - Symétries et invariances de la distribution de courant

Le calcul explicite d'un champ magnétique relève du programme de PT. En première année, il est question de déterminer l'orientation du champ ainsi que la dépendance de ce dernier en certaines coordonnées : c'est ce que l'on aborde ici à travers les **invariances** et les **symétries** de la source de production du champ magnétique, à savoir le courant électrique. On s'intéresse pour illustrer cette partie à l'exemple du fil rectiligne infiniment long et infiniment fin parcouru par un courant I, donné ci-dessous.

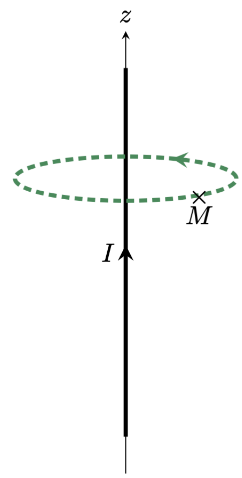


Figure 11 – Modélisation du fil infini parcouru par un courant I

II.A - Symétries

Pour rechercher les symétries du problème, on associe à un courant d'intensité I en un point P un vecteur, tangent au circuit en ce point et orienté dans le sens de I. L'étude des symétries du problème va alors se ramener à l'étude des symétries de ce vecteur.

> **Remarque :** en classe de PT, vous verrez qu'il s'agit du vecteur densité de courant électrique, noté $\vec{j}$.

Méthode : déterminer la direction du champ magnétique

▷ Préciser d'abord en quel point on recherche la direction du champ magnétique.

▷ Si on trouve un plan de symétrie de la distribution de courant *qui passe par le point considéré*, la direction du champ est orthogonale à ce point.

▷ Si on trouve un plan d'antisymétrie de la distribution de courant *qui passe par le point considéré*, la direction du champ est parallèle à ce plan.

⇝ Quels sont les plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution de courant pour le fil infini ?

$\rightsquigarrow$ En déduire la direction du champ magnétique crée par ce fil.

II.B - Invariances

Maintenant que l'on a déterminé la direction du champ magnétique, il reste à savoir de quelles coordonnées ce dernier dépend. Nous allons voir que l'étude des invariances de la distribution de courant va nous permettre de préciser ce point.

- **Invariance par translation**

Invariance par translation

Si la distribution de courants est invariante par translation selon un axe, le champ l'est aussi : il ne dépend donc pas de la coordonnée le long de cet axe.

$\rightsquigarrow$ Y a-t-il une invariance par translation de la distribution de courant dans le cas du fil infini ? Si oui, en déduire une simplification du champ magnétique $\vec{B}(r, \theta, z)$.

- **Invariance par translation**

Invariance par rotation

Si la distribution de courants est invariante par rotation autour d'un axe, le champ l'est aussi : il ne dépend donc pas de la coordonnée angulaire θ.

$\rightsquigarrow$ Y a-t-il une invariance par rotation de la distribution de courant dans le cas du fil infini ? En déduire l'expression simplifiée du champ magnétique $\vec{B}(r, \theta, z)$.

Entraînement 16.9 : N fils sur un cylindre

Entraînement 16.10 : Champ crée par deux fils parallèles

Entraînement 16.11 : Champ crée par une spire circulaire

III - Actions d'un champ magnétique

III.A - Expérience des rails de Laplace

On constate expérimentalement qu'un conducteur (un fil, une tige métallique...) parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique est mis en mouvement.

La modélisation de l'expérience est la suivante : soit deux rails conducteurs parallèles séparés d'une distance L et raccordés à un générateur de courant délivrant un courant constant I, le tout fixe dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen. On ferme le circuit en déposant une tige conductrice de masse m et de longueur L sur les rails et libre de se déplacer sans frottement. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B_0} = B_0\vec{e_z}$ perpendiculaire au circuit. L'expérience est résumée sur la figure 11 ci-dessous.

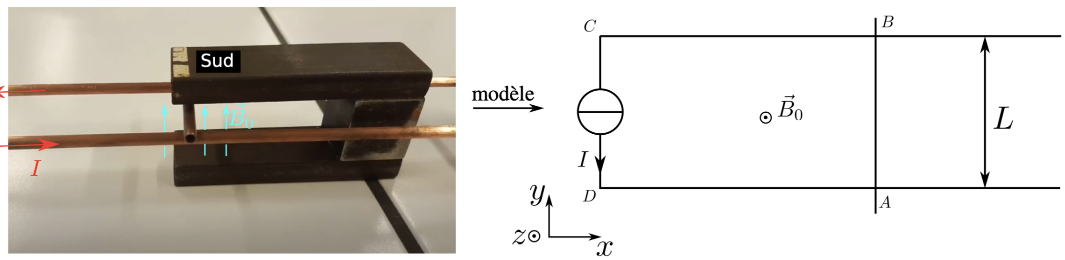


FIGURE 12 – Photo et modélisation de l'expérience des rails de Laplace. À l'intérieur du "U", les lignes de champ seront supposées perpendiculaires au circuit.

III.B - Force de Laplace

• Expression de la force

Si la tige métallique est mise en mouvement, c'est qu'une **force** s'applique sur elle. On définit ainsi la force de Laplace qui s'exerce sur le conducteur métallique.

Force de Laplace

Soit $\vec{dl}$ une portion infinitésimale d'un conducteur, parcourue par un courant d'intensité I et plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$. Le vecteur $\vec{dl}$ doit être orienté dans le sens du courant I. Il s'exerce sur le conducteur une force de Laplace d'expression

$$\boxed{\vec{dF} = I\vec{dl} \wedge \vec{B}}$$

Pour obtenir la résultante totale qui s'exerce sur un conducteur allant d'un point A à un point B, il faut sommer avec une intégrale :

$$\boxed{\vec{F} = \int_A^B \vec{dF} = \int_A^B I\vec{dl} \wedge \vec{B}}$$

Dans le cas (très récurrent) d'un conducteur **rectiligne** dans un champ magnétique extérieur **uniforme**, on pourra simplifier l'expression :

$$\vec{F} = \int_A^B I\vec{dl} \wedge \vec{B} = I\left(\int_A^B \vec{dl}\right) \wedge \vec{B} = I\vec{AB} \wedge \vec{B}$$

avec $\vec{AB}$ le vecteur orienté par le courant I.

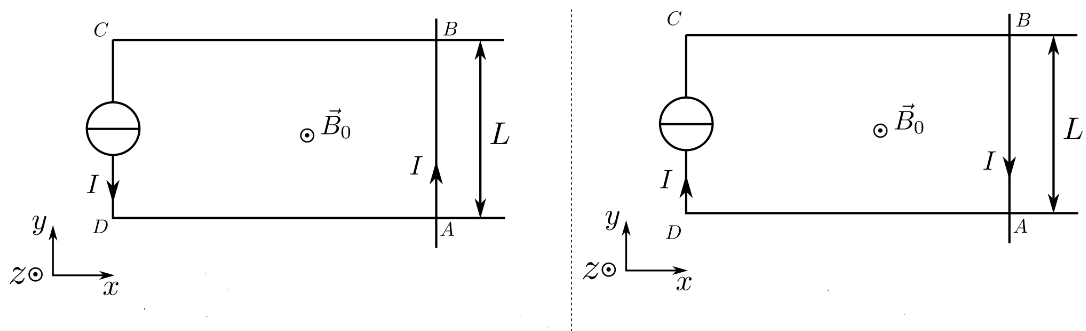
Force de Laplace sur un conducteur rectiligne dans un champ uniforme

Soit $[AB]$ une portion rectiligne d'un conducteur, parcourue par un courant d'intensité I et plongée dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$.

On note $\vec{L} = \vec{AB}$ le vecteur **orienté par le courant I.**

On appelle force de Laplace la résultante de l'action du champ $\vec{B}$ sur le conducteur, dont le point d'application est le centre de la tige, telle que :

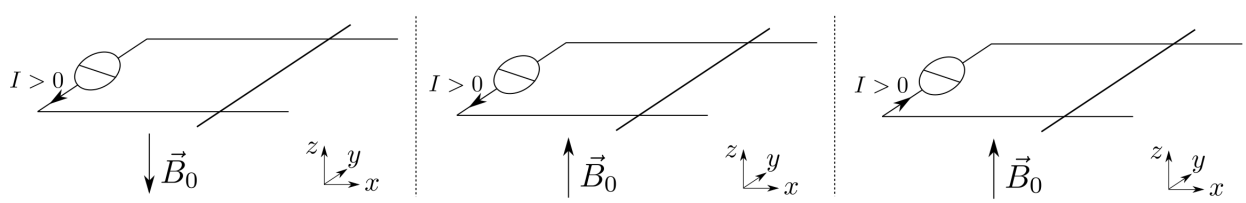
$$\boxed{\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}}$$



Remarque : le champ $\vec{B}$ n'est pas celui produit par le conducteur AB lui-même, mais un champ produit par autre chose (par exemple par un aimant, ou par d'autres spires de courant).

Exercice C4 : Expression de la force de Laplace

Dans chacun des trois cas ci-dessous, prévoir le sens de déplacement de la tige.



Entraînement 17.10 : Rails de Laplace

Entraînement 17.11 : Résultante des forces de Laplace

Remarque : la force de Laplace est une conséquence de la force de Lorentz $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ exercée sur les porteurs de charges en mouvement dans le conducteur. Les porteurs de charges sont déviés sur l'une des faces du conducteur, ce qui induit l'apparition d'une différence de potentiel U (et donc d'un champ électrique $\vec{E}$) par **effet Hall**. Ce champ électrique engendre une force sur les charges positives réparties dans le conducteur qui va pouvoir mettre ce dernier en mouvement : c'est la force de Laplace.

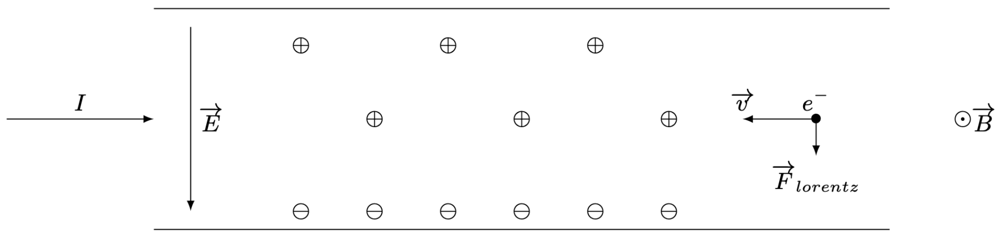


Figure 13 – Origine microscopique de la force de Laplace

• Puissance des forces de Laplace

Puissance des forces de Laplace

La puissance de la force de Laplace se calcule simplement comme

$$\boxed{\mathcal{P}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v}(A)}$$

où A est le point d'application de la force (au milieu de la tige).

⇝ Comment s'exprime la puissance de la force de Laplace dans le cas n°1 de la page 15 ?

III.C - Couple magnétique

On se pose maintenant la question du moment qu'exerce les actions des forces de Laplace sur un moment magnétique (c'est par exemple ce qui fait tourner une boussole). On commence par un cas particulier : une spire rectangulaire.

• Spire rectangulaire plongée dans un champ magnétique

On considère la spire rectangulaire figure 14, de dimensions a $\times$ b, parcourue par un courant I constant. Elle peut tourner autour de l'axe Oz. Il y a présence d'un champ externe $\vec{B_0}$ uniforme et stationnaire. On se pose la question de l'action des forces de Laplace sur cette spire.

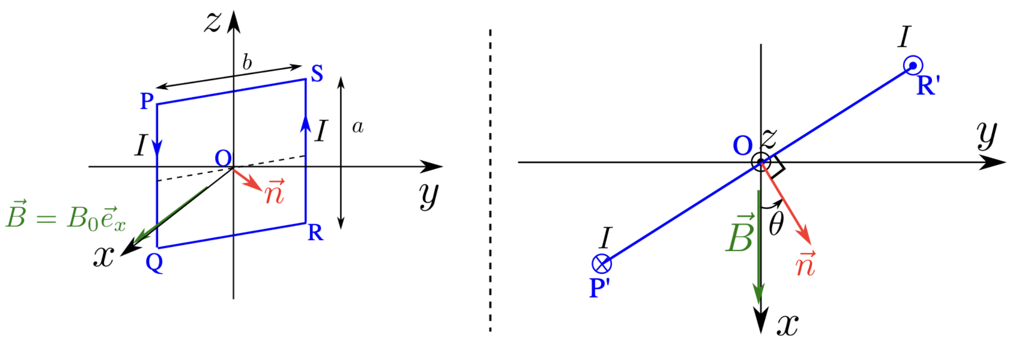


FIGURE 14 – Spire rectangulaire plongée dans un champ magnétique uniforme

• Action des forces de Laplace sur une spire

On admet que ce qui précède reste vrai pour une spire de forme quelconque (pas nécessairement rectangulaire), indéformable, dans un champ $\vec{B}$ uniforme à l'échelle de la spire.

Actions des forces de Laplace

Soit un moment magnétique $\vec{m} = IS \cdot \vec{n}$ (qui peut être une spire ou un aimant), placé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ uniforme. L'action des forces de Laplace :

- est de **résultante nulle**
- de couple $\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}}$

La puissance reçue par le moment magnétique de la part des forces de Laplace est donnée par

$$\boxed{\mathcal{P} = \vec{\Gamma} \cdot \omega \vec{e_z}}$$

On peut également définir le moment des forces de Laplace par rapport à l'axe de rotation $\vec{e_z}$ de la spire :

$$\boxed{\Gamma_z = (\vec{m} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{e_z}}$$

Remarque : la formule pour la puissance est la formule générale pour un couple Γ agissant sur un solide en rotation à la vitesse angulaire ω autour d'un axe de rotation $\vec{e_z}$ (cf CH14).

Entraînement 17.12 : Couple des forces de Laplace

• Effet mécanique d'un couple de Laplace

L'action d'un champ magnétique sur un moment magnétique tend à aligner les vecteurs $\vec{m}$ et $\vec{B}$.

FIGURE 15 – Effet mécanique d'un couple de Laplace

- ▷ si $\alpha \in]0, \pi[$, alors $\vec{\Gamma}$ est orienté suivant $+\vec{u_z}$ et le moment magnétique tourne dans le sens trigonométrique
- ▷ si $\alpha \in]-\pi, 0[$, alors $\vec{\Gamma}$ est orienté suivant - $\vec{u_z}$ et le moment magnétique tourne dans le sens horaire

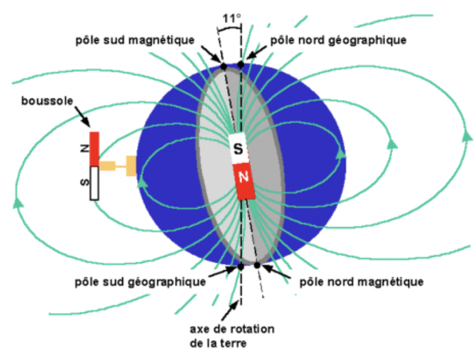
Si le moment magnétique est légèrement écarté (i.e. $\alpha \neq 0$) alors le moment des actions de Laplace tend à le ramener parallèle au champ magnétique. De plus $\alpha = \pi$ est une position d'équilibre mais **instable**.

Effet mécanique du couple de Laplace

Le couple de Laplace $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ subit par un moment magnétique $\vec{m}$ tend à aligner $\vec{m}$ et $\vec{B}$.

▶ Application n°1 : les boussoles

Ceci permet de comprendre le fonctionnement d'une boussole : le champ magnétique extérieur est alors celui créé par la Terre (cf schéma), et l'aiguille de la boussole s'aligne avec celui-ci. Elle indique donc la direction des pôles. Remarquons que le pôle nord de la boussole indique le pôle sud magnétique, qui correspond au pôle nord géographique.



▶ Application n°2 : effet moteur d'un champ magnétique tournant

Il est possible de créer un champ magnétique tournant à l'aide de plusieurs bobines alimentées en courant alternatif, avec le bon déphasage (cf chapitres suivants). Ainsi, si on place un moment magnétique $\vec{m}$ dans un champ $\vec{B}$ tournant, alors comme le couple de $\vec{B}$ tend à aligner $\vec{m}$ avec lui, ceci va entraîner la rotation de $\vec{m}$. C'est le principe des moteurs électriques.

Entraînement 17.13 : Équilibre d'un cadre