Chapitre 23 : Phénomènes d'induction. Applications

Comment recharger une batterie de voiture grâce à l'alternateur ? Comment fonctionnent des plaques à induction ? Comment fonctionnent les freins d'un poids lourd ? C'est à ces questions que cette partie s'intéresse. Le champ magnétique et les phénomènes d'induction sont présents dans un grand nombre de phénomènes naturels et d'objets technologiques, et nous allons introduire les outils pour les étudier.

Plan du cours

Objectifs de chapitre

❒ Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface orientée plane.

❒ Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation.

❒ Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes observés.

❒ Décrire et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.

❒ Différencier le flux propre des flux extérieurs.

❒ Interpréter l'auto-induction en lien avec la loi de modération de Lenz.

❒ Évaluer et citer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur.

❒ Réaliser un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.

❒ Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en "influence totale".

❒ Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.

❒ Établir la loi des tensions dans le cas du transformateur de tension, réaliser un bilan de puissance et d'énergie

❒ Expliquer l'origine des courants de Foucault et en citer des exemples d'utilisation.

Vidéos intéressantes

▶ Mise en évidence du **phénomène d'induction**.

▶ **Chute d'un aimant dans un tube conducteur** attention : les "courants de Eddy" sont une traduction désastreuse des "eddy currents" anglais, qu'on appelle chez nous les *courants de Foucault*, et dont une traduction littérale serait "courants tourbillonnaires" (eddy = tourbillon).

▶ **Loi de Lenz sur une plaque à induction** : la plaque à induction créé un flux au travers de la feuille d'aluminium, ce qui y génère des courants de Foucault et une action de Laplace. Conformément à la loi de Lenz, cette action mécanique tend à diminuer les variations de flux en éloignant la feuille d'aluminium, qui décolle de la plaque. La feuille retombe car le système de sécurité de la plaque de cuisson coupe le courant d'alimentation (donc plus d'induction) et le redémarre périodiquement.

▶ **Freinage d'un pendule par induction** : où l'on explique également l'intérêt de "feuilleter" les conducteurs pour limiter les pertes par courants de Foucault.

I - Lois de l'induction

I.A - Mise en évidence expérimentale

Expérience de cours : mise en évidence du phénomène d'induction

▷ Considérons un circuit fermé, c'est- à-dire une boucle de fil refermée sur elle-même. On place en série un ampèremètre pour mesurer le courant qui la parcourt. On observe que lorsqu'on approche ou qu'on éloigne l'aimant, il y a apparition d'un courant. Il est d'autant plus important que l'aimant bouge rapidement. Il s'inverse selon que l'on approche ou éloigne l'aimant.

On parle ainsi de **courant induit**, et de **phénomène d'induction**.

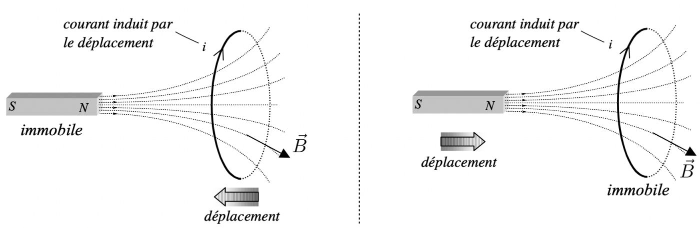


FIGURE 1 – Mise en évidence du phénomène d'induction

I.B - Flux du champ magnétique

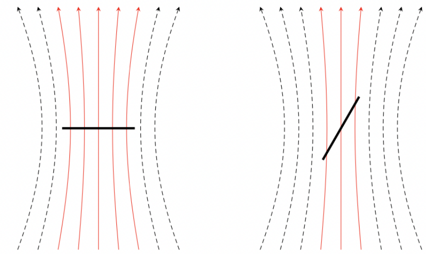
Les observations expérimentales précédentes montrent que pour qu'il y ait induction, il faut que quelque chose varie : le circuit, ou le champ magnétique. On introduit ainsi le **flux du champ magnétique**.

Flux du champ magnétique

Soit un champ magnétique **uniforme** et une surface plane S orientée (de normale $\vec{n}$). On appelle **flux du champ magnétique** à travers la surface la grandeur :

$$\boxed{\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \vec{B} \cdot S\vec{n}}$$

Le flux du champ magnétique donne la "quantité de champ magnétique" qui passe à travers la surface, ou dit autrement, le "nombre" de lignes de champ qui traversent la surface. Par exemple sur le schéma ci-contre, le flux Φ de $\vec{B}$ est plus grand à travers le contour de gauche qu'à travers celui de droite.



Remarque : le sens de ce vecteur dépend de l'orientation du contour : il est donné par la règle de la main droite donnée au chapitre précédent.

Entraînement 17.2 : Flux dans des circuits orientés

I.C - Loi de modération de Lenz

Le courant induit dans le circuit va à son tour produire un champ magnétique, puisqu'on est alors en présence d'une spire parcourue par un courant. On constate expérimentalement qu'on a la loi suivante.

Loi de modération de Lenz

Les phénomènes d'induction tendent, par leurs effets, à s'opposer aux causes qui leur ont donné naissance.

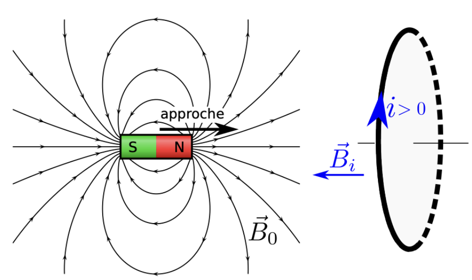
Notons $\vec{B_0}$ le champ magnétique externe (par exemple celui produit par l'aimant), et $\vec{B_i}$ le champ magnétique produit par le courant induit i dans le circuit. Ainsi, dans le cas d'un champ magnétique variable :

- ▷ La cause de production du courant induit est la variation du flux de $\vec{B_0}$ à travers le circuit.
- ▷ Donc $\vec{B_i}$ va être tel qu'il va s'opposer à la variation de $\vec{B_0}$ à travers le circuit.

1. On approche l'aimant, face nord vers le circuit : $\vec{B_0}$ est dirigé vers la droite et augmente en norme.

$\rightsquigarrow$ $\vec{B_i}$ s'oppose à cette augmentation : il est dirigé vers la gauche pour réduire $\vec{B_{\text{tot}}}$.

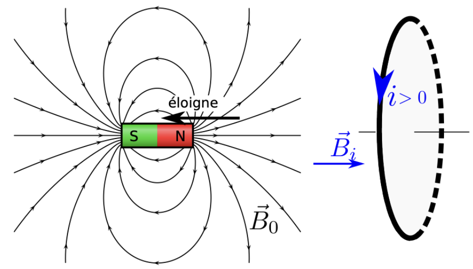
$\rightsquigarrow$ Règle de la main droite : i induit (qui produit $\vec{B_i}$) est comme sur la figure ci-contre.



2. On éloigne l'aimant, face nord vers le circuit : $\vec{B}_0$ est dirigé vers la droite et diminue en norme.

⇝ $\vec{B}_i$ s'oppose à cette diminution : il est dirigé vers la droite pour renforcer $\vec{B}_{\text{tot}}$.

⇝ Règle de la main droite : i induit (qui produit $\vec{B}_i$) est comme sur la figure ci-contre.



Entraînement 17.7 : Signe du courant induit

I.D - Loi de Faraday

Les observations ci-dessus restent qualitatives (elles ne font pas intervenir de lois chiffrées). Nous avons vu expérimentalement que l'apparition du courant induit était lié à la **variation du flux du champ magnétique**.

Le courant induit dans le circuit fermé est lié à l'apparition d'une force électromotrice induite (en V), qui joue le même rôle que la f.e.m d'un générateur électrochimique. Le schéma équivalent électrique est alors le suivant :

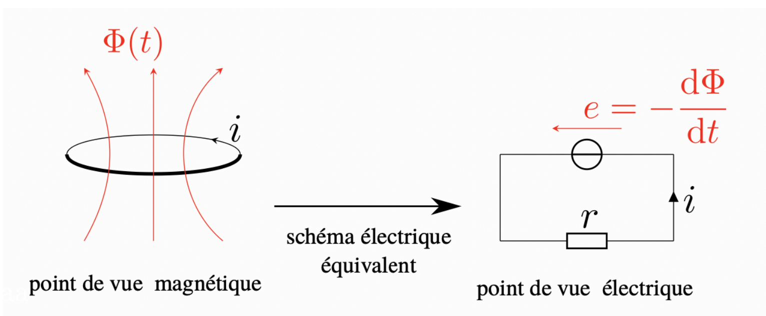


FIGURE 2 – Modélisation des phénomènes d'induction

La loi de Faraday donne la valeur de cette tension.

Loi de Faraday

Soit un circuit fermé orienté par un choix du sens du courant i et la normale $\vec{n}$ associée. Soit Φ_{tot} le flux du champ magnétique à travers ce circuit.

Soit e la force électromotrice induite par les phénomènes d'induction, **en convention générateur**. La loi de Faraday donne :

$$\boxed{e = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Méthode : établir l'équation électrique d'un circuit siège de phénomènes d'induction

1. Orienter : si ce n'est pas déjà fait, préciser le sens choisi pour le courant. Ceci fixe alors l'orientation du contour, ainsi que celle de la normale à la surface qui s'appuie sur le contour (règle de la main droite).

2. Exprimer le flux : $\Phi_{tot} = \Phi_{ext} + \Phi_{propre}$ du champ magnétique à travers le circuit. (Attention, son signe va dépendre du sens de la normale au contour.) Ce flux inclut :

- le flux du champ magnétique imposé par l'extérieur $\vec{B}_{ext}$, qui s'écrit :
  - ▷ $\Phi_{ext} = \vec{B}_{ext} \cdot \vec{S}$ dans le cas général,
  - ▷ $\Phi_{ext} = \Phi_{2\to 1} = Mi_2$ s'il s'agit du flux d'un circuit 2 à travers le circuit 1.
- le flux propre (flux du champ $\vec{B}$ créé par le circuit à travers lui-même) (partie II), qui s'écrit :
  - ▷ $\Phi_{propre} = \vec{B}$ produit par le circuit dans le cas général,
  - ▷ $\Phi_{propre} = \Phi_{1\to 1} = Li_1$ s'il s'agit du flux d'un circuit 1 à travers le circuit 1.

(On néglige ou non Φ_{propre} selon les cas.)

3. Schéma électrique équivalent : faire un schéma électrique équivalent où apparaissent :

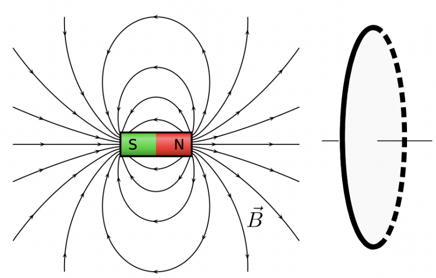
▷ Le courant dans le même sens que précédemment.

▷ Un générateur de force électromotrice (fem) induite, orienté dans le sens du courant, dont la tension est donnée par la loi de Faraday.

▷ Si précisé, la résistance R du circuit.

Exercice C1 : Loi de Lenz et loi de Faraday

On considère une spire circulaire fermée de rayon r et de résistance électrique totale R. On approche un aimant de la spire (schéma ci-contre).



1. Prédire le sens du courant induit en utilisant la loi de modération de Lenz.

2. On donne l'expression du champ magnétique produit par l'approche de l'aimant au niveau de la spire (et on le supposera approximativement uniforme sur la spire) : $\vec{B_0} = B_0 \frac{t}{T} \vec{e_z}$ où t est le temps, et B_0 et T sont des constantes. On cherche alors l'expression du courant i dans la spire.

2. a) (*Étape n°1 : orientation*) Faire un choix d'orientation du contour du circuit, tracer la normale $\vec{n}$ et le sens du courant i.

2. b) (*Étape n°2 : exprimer* Φ) Donner l'expression du flux Φ du champ magnétique de l'aimant à travers la spire, en fonction de B_0, t, T et r.

2. c) (*Étape n°3 et 4 : schéma électrique, loi de Faraday, loi des mailles*) Faire un schéma électrique équivalent de la spire. Donner l'expression de la fem induite dans le circuit de la spire par le mouvement de l'aimant (loi de Faraday) (on ne tient pas compte du phénomène d'autoinduction, qui sera vu dans la partie II). En déduire l'expression du courant induit en fonction de R, r, B_0 et T. Le sens du courant obtenu est-il en accord avec le résultat de la question 1 ?

Entraînement 17.9 : Calcul de fem avec champ magnétique variable

II - Circuit fixe dans un champ magnétique variable

L'induction électromagnétique peut se produire si le champ magnétique est variable au cours du temps : c'est ce qu'on appelle **l'induction de Neumann**. Nous étudions dans cette partie l'auto-induction ainsi que le couplage inductif entre deux circuits grâce aux bobines, que nous avons vu dans les premiers chapitres d'électricité.

II.A - Auto-induction

Jusqu'ici nous avons considéré l'effet du flux Φ_{ext} d'un champ magnétique extérieur à la spire (par exemple le champ créé par un aimant). Mais si la spire est parcourue par un courant, elle crée elle aussi un champ magnétique, et ce champ possède un flux à travers la spire. On parle de flux propre, et de phénomène d'auto-induction. C'est ceci qui est étudié dans cette partie.

• Inductance propre

Considérons un circuit parcouru par un courant i (soit parce qu'il y a un générateur dans le circuit, soit parce que i est induit par une cause externe). Ce courant i produit un champ magnétique $\vec{B}_{\text{propre}}$ (indice "propre" car c'est le champ créé par le circuit : c'est son propre champ).

Ce champ va avoir un certain flux à travers le circuit : $\Phi_{\text{propre}} = \vec{B} \cdot \vec{S}$. On peut aussi le noter, si le circuit est appelé circuit 1, $\Phi_{\text{propre}} = \Phi_{1\to1}$ (flux du circuit 1 à travers le circuit 1).

Nous avons vu au chapitre précédent que le champ magnétique produit était proportionnel au courant i : le flux l'est donc également. On appelle **inductance propre** du circuit ce coefficient de proportionnalité.

Flux propre et inductance propre

Soit un circuit parcouru par un courant i, orienté selon ce courant, de normale correspondante $\vec{n}$.

Ce courant produit un champ $\vec{B}_{\text{propre}}$, dont le flux à travers le circuit lui-même s'écrit :

$$\boxed{\Phi_{\text{propre}} = Li}$$

où L désigne **l'inductance propre** du circuit. Son unité est le **Henry (H)**.

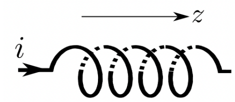
C'est ainsi que l'on retrouve la loi de comportement de la bobine que nous avions utilisé dans le chapitre 3 : d'après la loi de Faraday, la fem induite aux bornes d'une bobine est égale à :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}Li = -L\frac{di}{dt}$$

ce qui conduit, en posant $u_L = -e$ (la tension u_L aux bornes de la bobine étant assimilée à la fem induite, mais en sens inverse en convention récepteur), à la loi utilisée en électrocinétique.

Remarque : on a toujours $L > 0$. Sa valeur dépend de la géométrie du circuit (cf exemple bobine dans l'exercice C2). Si le circuit est appelé circuit 1, on peut noter le flux propre $\Phi_{1\to1}$ (flux de 1 à travers 1).

Exercice C2 : Calcul de l'inductance propre d'une bobine



On considère le composant électronique "bobine", que l'on modélise comme un enroulement de N spires sur une longueur l d'axe z, avec un rayon a.

Lorsque cette bobine est parcourue par un courant i, il se crée un champ magnétique $\vec{B}$ dont on donne l'expression $\vec{B} = \mu_0 n i \vec{e_z}$ (ceci est valable dans la bobine, pas trop près des bords, et sera démontré l'an prochain), avec $n = N/l$ le nombre de spires par unité de longueur.

1. Dessiner l'allure des lignes de champ dans la bobine.

2. On considère une spire de la bobine. Donner son orientation sur un schéma (rappel : c'est le courant qui donne cette orientation).Donner l'expression du flux $\Phi_{1 \text{ spire}}$ de $\vec{B}$ à travers cette spire.

3. En déduire l'expression du flux propre de $\vec{B}$ à travers toute la bobine.

4. Rappeler la définition de l'inductance L d'un circuit, puis donner son expression pour la bobine en fonction de μ_0, n, et du volume $V = \pi a^2 l$ de la bobine. Application numérique pour $l = 50$ cm, $a = 3{,}0$ cm, $N = 1000$ spires et $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

- **Le phénomène d'auto-induction**

• Retour sur la loi de Lenz

Prenons une bobine alimentée par un générateur. Supposons que $e_g = E$ constant pendant un long moment, puis à $t = 0$ on coupe cette alimentation (e_g devient nul). Nous avons déjà résolu ceci en électronique : on obtient

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$

Ainsi le courant ne tombe pas à 0 immédiatement : il faut un temps de l'ordre de quelques $\tau = L/R$. Ce sont les phénomènes d'induction qui sont responsable de ceci, et c'est en accord avec la loi de Lenz : les phénomènes d'induction s'opposent aux causes qui les produisent et tendent à les ralentir. Ici, les phénomènes d'induction empêchent une variation brutale de i, et ils le font en produisant un courant induit. La variation de i est d'autant plus ralentie que L est grand ($\tau = L/R$).

II.B - Couplage inductif entre deux circuits

Lorsque deux circuits sont en présence, le flux magnétique à travers l'un d'eux comporte non seulement son flux propre, mais aussi le flux du champ magnétique crée par l'autre circuit. On parle alors de **couplage inductif** entre ces deux circuits.

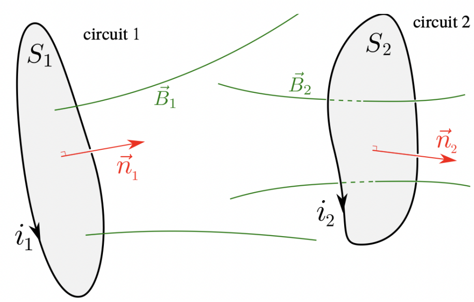
• Inductance mutuelle

Considérons deux circuits électriques, notés 1 et 2, et intéressons-nous au circuit 2.

Il y a deux contributions au flux de $\vec{B}$ à travers ce circuit 2 :

▷ le flux propre $\Phi_{2\to2}$ du champ créé par le circuit 2 à travers lui-même : $\Phi_{2\to2} = L_2 i_2$, où L_2 est l'inductance propre du circuit 2.

▷ Le flux du champ $\vec{B_1}$ (créé par le circuit 1) à travers le circuit 2 : $\Phi_{1\to2}$. Comme $\vec{B_1}$ est créé par le courant i_1, il lui est proportionnel. Donc le flux $\Phi_{1\to2}$ également.



On a donc $\Phi_{1\to2} = Mi_1$ avec M un coefficient de proportionnalité analogue au coefficient L_2, appelé **inductance mutuelle**.

⇝ **Bilan :** le flux total à travers le circuit 2 est :

$$\Phi_{\text{tot},2} = \Phi_{2\to2} + \Phi_{1\to2} = L_2 i_2 + Mi_1$$

⇝ De la même manière, le flux total à travers le circuit 1 est :

$$\Phi_{\text{tot},1} = \Phi_{1\to1} + \Phi_{2\to1} = L_1 i_1 + Mi_2$$

Inductance mutuelle

Le flux $\Phi_{1\to2}$ à travers le circuit 2 du champ généré par le courant circulant dans le circuit 1 s'écrit :

$$\boxed{\Phi_{1\to2} = Mi_1}$$

où M désigne le **coefficient d'inductance mutuelle**, ou **inductance mutuelle**, en H.

Remarque : plus M est grand, plus chaque circuit intercepte un flux important de la part de l'autre circuit. Il peut être positif ou négatif en fonction du choix d'orientation des deux circuits.

Couplage inductif entre deux circuits

Soit deux circuits électriques, 1 et 2.

- Le flux total de $\vec{B}$ à travers le circuit 1 s'écrit

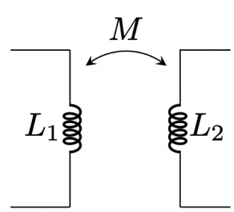
$$\Phi_{\text{tot},1} = \Phi_{1\to 1} + \Phi_{2\to 1} = L_1 i_1 + M i_2$$

- Le flux total de $\vec{B}$ à travers le circuit 1 s'écrit

$$\Phi_{\text{tot},2} = \Phi_{2\to 2} + \Phi_{1\to 2} = L_2 i_2 + M i_1$$

où L_1 et L_2 désignent les **inductances propres** respectives des deux circuits, et M **l'inductance mutuelle**.

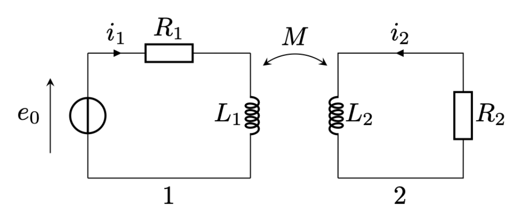
La représentation conventionnelle est indiquée ci-contre. Les fem d'induction des deux circuits sont dues à la fois aux flux propres et aux flux mutuels :



$$\begin{cases} e_{1,\text{ind}} = -\dfrac{d\Phi_1}{dt} = -L_1\dfrac{di_1}{dt} - M\dfrac{di_2}{dt} \\ e_{2,\text{ind}} = -\dfrac{d\Phi_2}{dt} = -L_2\dfrac{di_2}{dt} - M\dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$

• Exercice guidé : couplage inductif entre deux circuits

On considère deux circuits couplés magnétiquement. La constante de couplage est notée M. Attention, le signe de M dépend de l'orientation des courants i_1 et i_2, et on conservera donc celle de la figure. L'inductance propre de chaque circuit est notée L_1 et L_2. On suit les étapes de la méthode "établir l'équation électrique d'un circuit" (sauf qu'ici il y a deux circuits) : l'orientation est déjà faite.



$\rightsquigarrow_1$ Donner l'expression du flux du champ magnétique total à travers le circuit 1, en fonction de i_1, i_2, et de L_1 et M.

$\rightsquigarrow_2$ Faire un schéma électrique équivalent du circuit, qui fait apparaître les générateurs de tension e_1 et e_2 dus au phénomène d'induction. Attention à leur orientation : quelle convention ? Donner l'expression des tensions induites e_1 et e_2.

$\rightsquigarrow_3$ En déduire les deux équations électriques qui régissent le fonctionnement de ce circuit.

On se place ensuite en régime harmonique (ou RSF) à la pulsation ω : $e_0(t) = E_0 \cos(\omega t)$. Sa représentation complexe est donc $\underline{e_0}(t) = E_0 e^{j\omega t}$

$\rightsquigarrow_4$ Écrire l'équivalent en complexe des équations obtenues à la question précédente.

Remarque : on peut montrer que :

$$M^2 \leq L_1 L_2$$

et le cas où $M^2 = L_1 L_2$ correspond au meilleur couplage possible entre les circuits. C'est la valeur dont on veut s'approcher par exemple pour un chargeur à induction ou des plaques à induction.

II.C - Application : le transformateur de tension

$\rightsquigarrow$ **Voir exercice n°1 du TD.**

III - Circuit mobile dans un champ stationnaire

Nous avons étudié dans la partie précédente la situation où le circuit était fixe, et le champ magnétique variable. Nous nous plaçons cette fois dans l'autre configuration, appelée **induction de Lorentz** : le circuit est mobile (il se déplace, tourne autour d'un axe, il se déforme), et le champ ne varie pas dans le temps (stationnaire). Il s'agira donc de s'intéresser dans cette partie aux conversions de puissance électromécaniques.

Le fait qu'il y ait des parties mobiles va permettre l'étude de dispositifs qui permettent une conversion de puissance :

▷ Conversion électrique → mécanique (moteur électrique, haut parleur, ...)

▷ Conversion mécanique → électrique (dynamo, alternateur, freinage par induction, ...)

FIGURE 3 – Principe de la conversion de puissance électromécanique

• Quelques rappels sur la puissance

▶ Puissance mécanique reçue par un objet soumis à une résultante $\vec{F}$ de point d'application A :

$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}(A)$$

▶ Puissance mécanique reçue par un objet en rotation (vitesse angulaire ω) autour de Oz, soumis à un couple $\vec{\Gamma}$:

$$\mathcal{P} = \vec{\Gamma} \cdot \omega \vec{e_z}$$

▶ Puissance électrique fournie par un générateur (convention générateur), de tension U et débitant i :

$$\mathcal{P} = U \cdot i$$

▶ Puissance électrique reçue par un dipôle (convention récepteur), de tension U et recevant i :

$$\mathcal{P} = U \cdot i$$

I.A - Principes de la conversion de puissance électromécanique

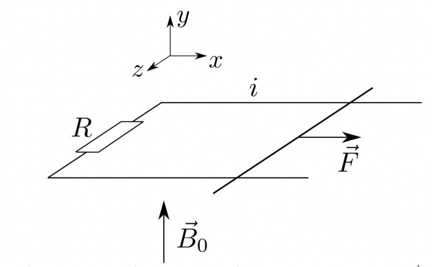
Nous introduisons ici les principes généraux de la conversion de puissance électromécanique sur l'exemple déjà abordé des rails de Laplace. Lorsqu'il y a des parties mobiles, il faut deux types d'équations pour modéliser le fonctionnement :

▷ **l'équation électrique**, qui s'obtient avec la méthode de la partie précédente (orienter, exprimer le flux, schéma électrique équivalent, loi de Faraday, loi des mailles) ;

▷ **l'équation mécanique** qui s'obtient en appliquant aux parties mobiles soit le PFD (si elles sont en translation) soit le TMC (si elles sont en rotation).

• Convertisseur mécanique → électrique (générateur)

On considère le dispositif des rails de Laplace schématisé ci-contre. La longueur de la tige mobile entre les deux points de contact est notée a, sa masse m, et elle peut glisser sans frottement sur les rails. Le champ magnétique extérieur $\vec{B_0} = B_0\vec{e_y}$ est constant et uniforme à travers le circuit. Il n'y a pas de générateur électrique. En revanche, un opérateur exerce une force $\vec{F}$ sur la tige afin de la faire glisser avec une vitesse constante $\vec{v} = v\vec{e_x}$.



La résistance R représente un dipôle à alimenter (ceci peut-être une lampe, une batterie à charger, peu importe). On néglige la résistance électrique r des rails ou de la tige, ainsi que l'inductance propre L du circuit.

$\rightsquigarrow_1$ **Principe de fonctionnement :** expliquer pourquoi le fait de forcer la tige à se déplacer va donner lieu à un courant induit. D'après la loi de Lenz, que tend à faire ce courant ? En déduire le sens dans lequel il s'établit.

$\rightsquigarrow_2$ **Équation électrique :** déterminer l'expression du courant i en fonction de a, B_0, v et R . Attention à l'orientation de la normale du circuit !

$\rightsquigarrow_3$ **Équation mécanique :** appliquer le principe fondamental de la dynamique à la tige afin d'obtenir l'expression de la force de Laplace F en fonction de i, a et B_0.

$\rightsquigarrow_4$ **Bilan de puissance :** exprimer, en fonction de i, a, B_0 et v, la puissance électrique reçue par la résistance, et faire de même avec la puissance mécanique fournie à la tige par la force $\vec{F}$. Que constate-t-on ?

Bilan sur la conversion mécanique → électrique

• **Principe de fonctionnement :** la conversion de puissance mécanique en puissance électrique se fait par l'intermédiaire des effets d'induction. On fournit une certaine puissance mécanique pour mettre en mouvement des parties mobiles. Ce mouvement imposé est dans un champ $\vec{B_0}$ externe, il en résulte donc une variation du flux de $\vec{B_0}$ à travers le circuit, une fem induite e, et un courant induit. C'est ce courant induit qui sert à alimenter le dipôle voulu.

• **Bilan global de puissance :** s'il n'y a pas de frottements, la puissance fournie mécaniquement est intégralement convertie en puissance électrique $e \cdot i$ débitée par la fem induite. Cette puissance électrique e×i est à son tour répartie d'une part en pertes (effet Joule dans les fils), et d'autre part en puissance électrique reçue par le dipôle.

$$\underbrace{\mathcal{P}_{\text{méca fournie}}}_{=\vec{F}\cdot\vec{v}} \longrightarrow \underbrace{\mathcal{P}_{\text{fournie par fem}}}_{=e\times i} + \underbrace{\mathcal{P}_{\text{frottements}}}_{\text{négligé ici}}$$

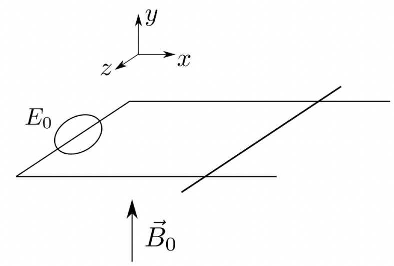
$$\underbrace{\mathcal{P}_{\text{fournie par fem}}}_{=e\times i} \longrightarrow \underbrace{\mathcal{P}_{\text{élec recu dipole}}}_{=Ri^2} + \underbrace{\mathcal{P}_{\text{Joule fils}}}_{\text{négligé ici}}$$

• **Égalité entre puissance des forces de Laplace et puissance de la fem induite :** courant induit + champ $\vec{B_0}$ = forces de Laplace. Loi de Lenz : ces forces s'opposent à la mise en mouvement des parties mobiles (leur puissance est donc négative : $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} < 0$). C'est contre ces forces de Laplace que doit lutter la force fournie par l'opérateur afin de produire une puissance électrique. Ainsi, $|\mathcal{P}_{\text{Laplace}}|$ est la puissance électrique produite. Or le terme de production de puissance électrique est $e \cdot i$ (puissance délivrée par la fem, > 0). Il y a donc égalité entre la puissance de Laplace et la puissance électrique :

$$\boxed{e \cdot i + \mathcal{P}_{\text{Laplace}} = 0}$$

• Convertisseur électrique → mécanique (moteur)

On considère le dispositif des rails de Laplace schématisé ci-contre. La longueur de la tige mobile entre les deux points de contact est notée a, sa masse m, et elle peut glisser sans frottement sur les rails. Le champ magnétique extérieur $\vec{B_0} = B_0\vec{e_y}$ est constant et uniforme à travers le circuit. Pour $t < 0$ le générateur ne fournit pas de tension. Puis à partir de $t = 0$, il fournit une tension constante E_0. On note R la résistance électrique totale du circuit. On négligera l'inductance propre du circuit.



$\rightsquigarrow_1$ L'orientation du générateur n'est pas précisée. On voudrait que le flux de $\vec{B_0}$ à travers le circuit orienté soit positif. Orienter le générateur pour que ce soit le cas.

$\rightsquigarrow_2$ **Équation mécanique :**

▷ Donner l'expression de la résultante $\vec{F_L}$ des forces de Laplace qui s'exerce sur la tige mobile, en fonction de a, i, B_0 et d'un vecteur de la base. En quel point s'applique-t-elle ?

▷ Établir l'équation du mouvement sur la composante $v(t)$ de la vitesse de la tige selon $\vec{e_x}$.

▷ La résoudre dans l'hypothèse où le courant i est constant. On prendra $v_x(t = 0) = 0$. En pratique, le courant i est-il constant ? Pourquoi ? (On attend un raisonnement qui évoque la loi de Lenz).

$\rightsquigarrow_3$ **Équation électrique :** suivre les étapes de la méthode (page 5) pour établir l'équation électrique du circuit (équation sur i, qui fera aussi intervenir la position x de la barre ou ses dérivées).

$\rightsquigarrow_4$ Utiliser les deux équations précédentes (électrique et mécanique) pour aboutir à une équation différentielle sur la vitesse de la barre. En déduire l'expression de la vitesse limite atteinte, puis du courant débité en régime permanent.

$\rightsquigarrow_5$ **Bilan énergétique :** multiplier l'équation électrique $E_0 = Ri + B_0 av$ par l'intensité $i$et interpréter chacun des termes en termes de puissance reçue ou fournie.

Bilan sur la conversion électrique → mécanique

• **Principe de fonctionnement :** la conversion de puissance électrique en puissance mécanique se fait par l'action des forces de Laplace sur les partie mobiles. Ces forces sont présentes car un générateur impose un courant i dans une zone où règne un champ magnétique $\vec{B_0}$.

• **Bilan global de puissance :** la puissance électrique $E_0 i$ fournie par le générateur se retrouve d'une part dissipée par des pertes (effet Joule), d'autre part convertie en puissance mécanique (la puissance des forces de Laplace). La puissance des forces de Laplace est motrice. Elle sert à mettre en mouvement les parties mobiles, donc à fournir la force nécessaire ou le couple utile, à vaincre les frottements, etc. En résumé :

$$
\begin{tikzcd}
\underbrace{\mathcal{P}_{\text{élec fournie géné}}}_{=E_0 i} \arrow[r] \arrow[dr, bend right] & \underbrace{\mathcal{P}_{\text{Laplace}}}_{=\vec{F}_L\cdot\vec{v}} \arrow[r] \arrow[dr, bend right] & \mathcal{P}_{\text{utile}} \\
& +\underbrace{\mathcal{P}_{\text{Joule}}}_{=Ri^2} & +\underbrace{\mathcal{P}_{\text{frottements}}}_{\text{négligé ici}}
\end{tikzcd}
$$

• **Égalité entre puissance des forces de Laplace et puissance de la fem induite :** D'après le schéma ci-dessus :

$$\mathcal{P}_{\text{élec fournie générateur}} = \mathcal{P}_{\text{Laplace}} + \mathcal{P}_{\text{Joule}}.$$

Comparons ce bilan de puissance à ce que donne l'équation électrique $E_0 = Ri - e$, en la multipliant par i.

$$E_0 i = Ri^2 + (-ei).$$

Par identification on obtient :

$$-ei = \mathcal{P}_{\text{Laplace}} \quad \text{soit} \quad \boxed{ei + \mathcal{P}_{\text{Laplace}} = 0}$$

Vérification des signes : on a $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} > 0$ car cette force est motrice. Signe de e : les phénomènes d'induction agissent en s'opposant à la mise en mouvement. La fem induite e est ainsi toujours opposée au générateur E_0 qui fournit la puissance. Donc $e < 0$.

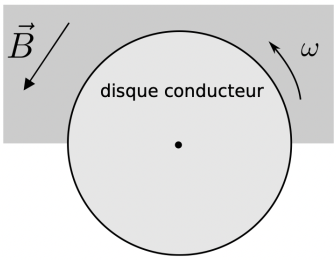
• Application au haut-parleur électrodynamique

$\rightsquigarrow$ **Voir exercice n°4 du TD.**

III.B - Courants de Foucault

L'aspect **modérateur** de l'induction peut servir dans des dispositifs de freinage. Considérons à nouveau le rail de Laplace non alimenté du I.1. Si on donne une vitesse initiale $\vec{v_0}$ à la tige, alors ce mouvement provoque une variation de flux, une fem, un courant induit, et une force de Laplace qui s'oppose au mouvement. **Il y a donc un effet de freinage.**

Ce principe est utilisé dans des dispositifs de freinage des camions, bus, trains, tram et métros. Un disque conducteur est solidaire de la roue. Lorsqu'un freinage est souhaité, un champ magnétique $\vec{B}$ est produit sur une partie du disque. Alors :



▷ vu du disque en rotation, le champ magnétique n'est pas stationnaire.

▷ il en résulte un flux Φ non constant, et donc une fem e induite.

▷ le disque étant conducteur, il en résulte des courants. Ces courants prennent place dans tout le volume du conducteur. On les appelle **courants de Foucault.**

▷ courant + champ $\vec{B}$ = force de Laplace.

D'après la loi de Lenz, la résultante de ces forces freine le mouvement du disque, donc freine la roue. D'un point de vue énergétique, l'énergie cinétique du véhicule est dissipée par effet Joule dans le disque conducteur, qui s'échauffe.

Avantages : pas de frottements donc pas d'usure, création de chaleur répartie sur tout le volume donc moins violente, pas de risque de blocage car si la roue ne tourne plus la variation de flux est nulle et les courants également. Il faut en revanche conserver un dispositif de freinage standard, puisque l'efficacité de celui par induction décroît avec la vitesse de rotation.

Enfin, certaines mises en œuvre permettent de récupérer le courant et de réinjecter la puissance électrique sur le réseau (cas de certains métros, trains, et même voitures électriques).

Courants de Foucault

On retiendra que les **courants de Foucault** sont des courants qui apparaissent dans le volume d'un conducteur lorsqu'il est soumis à un champ magnétique variable dans son référentiel, à cause des phénomènes d'induction.

⇝ Pour une application du chauffage par induction, **voir exercice n°3 du TD.**

III.C - L'alternateur

L'exercice qui suit présente le principe d'un alternateur, machine dont la rotation forcée permet de produire un courant alternatif. On considère une spire rectangulaire de surface S, schématisée ci-dessous. Cette spire est refermée sur une résistance R, qui représente un dipôle à alimenter (ceci peut-être une lampe, une batterie à charger, peu importe). La spire baigne dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}_0$, produit par un dispositif externe (par exemple des aimants).

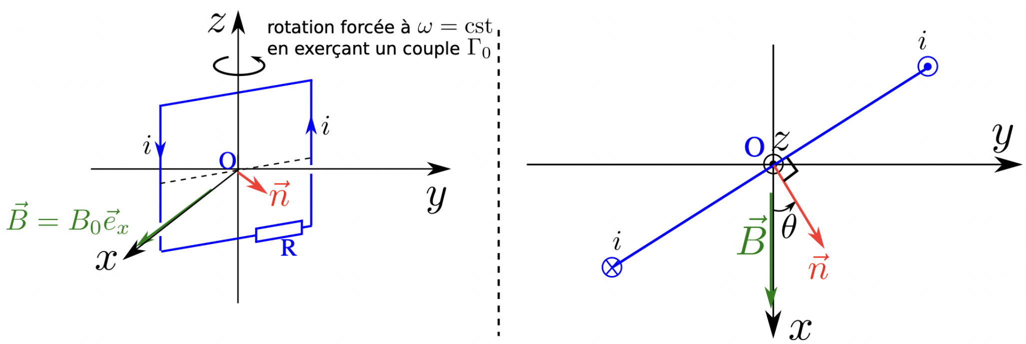


FIGURE 4 – Spire rectangulaire en rotation plongée dans un champ magnétique stationnaire $\vec{B}$

On fournit un certain couple Γ_0 pour maintenir en rotation cette spire autour de l'axe Oz à une vitesse angulaire ω constante. Ceci va avoir pour effet de produire un courant induit i dans la spire, et donc d'alimenter le dipôle R. Il s'agit donc d'un convertisseur de puissance mécanique ($\Gamma_0\omega$ donne la puissance mécanique fournie pour maintenir la rotation) en puissance électrique (Ri^2 fournie au dipôle). C'est le principe de base des dynamos de vélo ou des alternateurs de voiture qui rechargent la batterie en roulant.

$\rightsquigarrow_1$ Expliquer qualitativement (sans équations) pourquoi la rotation de la spire dans le champ $\vec{B_0}$ induit un courant i.

$\rightsquigarrow_2$ **Équation électrique :** suivre les étapes suivantes pour établir l'équation électrique du circuit :

- ▷ Étape 1 : Orienter le circuit en choisissant un sens du courant (c'est déjà fait sur le schéma !)
- ▷ Étape 2 : Montrer que le flux de $\vec{B}$ à travers la spire s'écrit $\Phi = B_0 S\cos(\omega t)$.

$\triangleright$ Étape 3 : Faire un schéma électrique équivalent.

$\triangleright$ Étape 4 : Grâce à la loi des mailles, en déduire l'expression du courant i induit.

$\rightsquigarrow_3$ En déduire l'expression de la puissance $\mathcal{P}_{\text{élec}} = e \cdot i$ fournie par la fem induite (et donc aussi reçue par le dipôle R).

On suppose la liaison pivot selon Oz parfaite. Il n'y a donc pas de dissipation d'énergie. Le moyen le plus simple d'obtenir le couple à fournir est alors de dire que la puissance électrique calculée précédemment provient entièrement de la puissance mécanique fournie à la spire.

$\rightsquigarrow_4$ Donner l'expression de cette puissance mécanique fournie en fonction de Γ_0 et de ω, puis en l'égalant à la puissance reçue par le dipôle, en déduire l'expression de Γ_0.

Bilan sur le fonctionnement d'un alternateur

• **Principe de fonctionnement :** la mise en rotation de la spire dans $\vec{B}$ fixe engendre une variation de flux dans la spire, donc une fem induite dans la spire, donc un courant dans la spire qui va alimenter le dipôle.

• **Bilan global de puissance :** s'il n'y a pas de frottements, la puissance fournie mécaniquement est intégralement convertie en puissance électrique $e \cdot i$ débitée par la fem induite. Cette puissance électrique est à son tour répartie d'une part en pertes (effet Joule dans les fils), et d'autre part en puissance électrique reçue par le dipôle.

$$\underbrace{\mathcal{P}_{\text{méca fournie}}}_{=\vec{\Gamma}\cdot\vec{\omega}} \longrightarrow \underbrace{\mathcal{P}_{\text{fournie par fem}}}_{\substack{=e\times i \\ = -\mathcal{P}_{\text{Laplace}}}} + \underbrace{\mathcal{P}_{\text{frottements}}}_{\text{négligé ici}}$$

$$\underbrace{\mathcal{P}_{\text{fournie par fem}}}_{\substack{=e\times i \\ = -\mathcal{P}_{\text{Laplace}}}} \longrightarrow \underbrace{\mathcal{P}_{\text{élec recu dipole}}}_{=Ri^2} + \underbrace{\mathcal{P}_{\text{Joule fils}}}_{\text{négligé ici}}$$

En négligeant les pertes, le rendement est de 100%.

Remarque culturelle : il existe d'autres solutions technologiques que celle présentée ici pour faire un générateur électrique.

► Dans une dynamo de vélo, c'est plutôt l'inverse qui est mis en œuvre : le rotor (partie mise en rotation) est un aimant permanent, et le stator (partie fixe) est un bobinage fixe dans lequel un courant est induit par le fait que l'aimant en rotation produit un flux de $\vec{B}$ variable.

► Dans un alternateur de voiture (utilisé pour charger la batterie), on trouve la même configuration que pour la dynamo de vélo. À une différence près : le champ magnétique créé par le rotor ne l'est pas par un aimant permanent, mais par un bobinage alimenté par un courant continu I (en provenance de la batterie). Le rotor est donc équivalent à un moment magnétique $\vec{m}$ proportionnel à I, dont la rotation produit un flux variable dans le stator et donc un courant induit i alternatif envoyé pour charger la batterie. Le courant I du rotor est régulé afin que la tension de sortie de l'alternateur soit indépendante de la vitesse de rotation du moteur. [a]

a. Pour les plus curieux : https://www.tecnipass.com/cours-materiels-machines-alternateurs