□ Exercice 3.1. Optique de l'œil

1. **a.** L'objet est réel et l'image se formant sur la rétine (qui joue le rôle d'écran) est donc réelle elle-aussi. La seule possibilité d'objet réel donnant une image réelle correspond au cas d'une lentille convergente (ici le cristallin de l'œil), avec l'objet avant F et l'image après F' et dans ce cas l'image est renversée.

b. On connaît les distances de l'objet ($\overline{OA} = -D$) et de l'image au centre optique, donc on utilise la formule de grandissement avec origine en O :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{d}{D} = 11.10^{-3}.$$

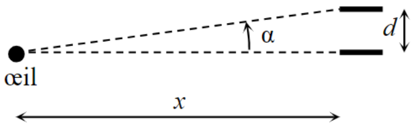
On en déduit la taille de l'image : $\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB} = 1,1$ mm.

c. Pour calculer la vergence du système, on applique la relation de Descartes :

$$V = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{d} - \frac{1}{-D} = 92\ \delta.$$

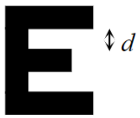
□ Exercice 3.2. Pouvoir séparateur de l'oeil

1. L'œil pourra distinguer ces lignes s'il les voit sous un angle α supérieur à $\alpha_{\min}$. L'œil doit donc être placé à une distance x telle que :

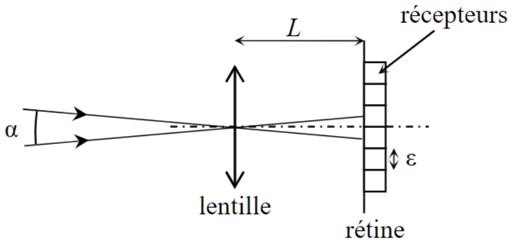


$\alpha \approx \tan\alpha = \dfrac{d}{x} \geq \alpha_{\min}$, soit $\boxed{x \leq \dfrac{d}{\alpha_{\min}}}$. AN $\boxed{x \leq 6,7 \text{ m}}$.

2. On retrouve le même problème que pour la question précédente.
Soit D la distance entre l'œil et le panneau, et $5d$ la hauteur d'une lettre. Celle-ci sera distinguée s'il n'y a pas confusion entre les images des « branches » du E. Il faut donc que $\dfrac{d}{D} \geq \alpha_{\min}$, soit $d \geq D \cdot \alpha_{\min}$. La taille d'une lettre devra donc être de $\boxed{5d \geq 5D \cdot \alpha_{\min}}$. AN $\boxed{5d \geq 45 \text{ cm}}$.



3. Deux points seront vus distinctement si leurs images se forment sur deux récepteurs différents. L'angle $\alpha_{\min}$ est donc déterminé par la profondeur L de l'œil et la taille ε d'un récepteur : $\alpha_{\min} \approx \tan\alpha_{\min} = \dfrac{\varepsilon}{L}$, d'où $\boxed{\varepsilon = L \cdot \alpha_{\min}}$. AN $\boxed{\varepsilon = 6\ \mu\text{m}}$.



□ Exercice 3.3. Défauts de l'oeil.

1°- Le point le plus proche que voit l'œil PP (Ponctum Proximum) est à 25 cm ($\overline{OA}$ = - 25 cm). Le point le plus éloigné que voit l'œil PR (Ponctum Remotum) est à l'infini ($\overline{OA}$ = -∞). Tous les deux doivent vérifier la relation de conjugaison $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = v$, avec la rétine ($\overline{OA'}$ = 15 mm), ce qui correspond aux deux valeurs extrêmes de la vergence.

$v_{PR} = \frac{1}{15\ 10^{-3}} = 66,7\ \delta$ (dioptries) $\qquad v_{PP} = \frac{1}{15\ 10^{-3}} + \frac{1}{25\ 10^{-2}} = 70,7\ \delta$ (dioptries).

2°- On reprend les calculs avec les mêmes vergences mais avec de $\overline{OA'}$ = 15,2 mm.

$v_{PP} = \frac{1}{15,2\ 10^{-3}} + \frac{1}{d} = 70,7\ \delta$ PP : d = 20 cm

$v_{PR} = \frac{1}{15,2\ 10^{-3}} + \frac{1}{D} = 66,7\ \delta$ PR : D = 1,1 m

C'est la vision de loin qui pose problème, il faut que l'infini et la rétine soit conjugués l'un de l'autre, soit $v'_{PR} = \frac{1}{15,2\ 10^{-3}} = 65,8\ \delta$ (dioptries) il faut donc une lentille de vergence : v_{PR} x $v_L = v'_{PR}$ soit $v_L \approx -1\ \delta$ (théorème des vergences).

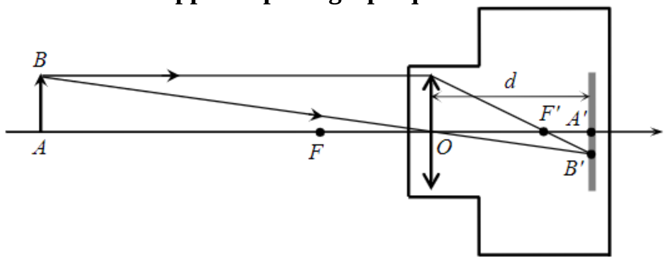
3°- On reprend les calculs avec les mêmes vergences mais avec de $\overline{OA'}$ = 14,8 mm.

$v_{PP} = \frac{1}{14,8\ 10^{-3}} + \frac{1}{d} = 70,7\ \delta$ PP : d = 32 cm

$v_{PR} = \frac{1}{14,8\ 10^{-3}} + \frac{1}{D} = 66,7\ \delta$ PR : D = - 1,15 m

C'est la vision de près qui pose problème maintenant, il faut que le point situé à 25 cm et la rétine soit conjugués l'un de l'autre, soit $v'_{PP} = \frac{1}{14,8\ 10^{-3}} + \frac{1}{25\ 10^{-2}} = 71,6\ \delta$ il faut donc une lentille de vergence : v_{PP} x $v_{L'} = v'_{PP}$ soit $v_L \approx 1\ \delta$ (théorème des vergences).

□ Exercice 3.4. Appareil photographique



1. $\overline{OA} = -50$ m, $\overline{OF'} = +0,050$ m et $\overline{AB} = +10$ m. Déterminons d'abord la position de l'image. La formule de Descartes donne $\overline{OA'} = \dfrac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}} \approx \overline{OF'} = 5,0$ cm car $\left|\overline{OA}\right| \gg \left|\overline{OF'}\right|$.

L'objet est assez éloigné pour pouvoir être considéré à l'infini, d'où le fait que son image soit au foyer image.

Un calcul « exact » semble donner $\overline{OA'} = +5,005$ cm, mais il serait absurde d'écrire ce résultat car la précision des données n'est que de deux chiffres significatifs.

Alors d'après la formule de grandissement : $\overline{A'B'} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \cdot \overline{AB}$. AN $\boxed{\overline{A'B'} = -1,0 \text{ cm}}$: l'image de l'arbre sur la pellicule est renversée et mesure 10 mm (elle tient donc sur la pellicule).

2. Il faut que la taille de l'image de l'arbre sur la pellicule soit inférieure à $L = 36$ mm.

Cela se traduit par $\overline{A'B'} > -L$ ou encore $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} > -\frac{L}{\overline{AB}}$, soit $\frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} < -\frac{\overline{AB}}{L}$.

Or, d'après la formule de conjugaison, $\frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} - 1 = \frac{\overline{OA}}{\overline{OF'}}$.

La condition devient donc $\frac{\overline{OA}}{\overline{OF'}} < -\frac{\overline{AB}}{L} - 1$ soit $\boxed{\overline{OA} < -\overline{OF'}\left(\frac{\overline{AB}}{L} + 1\right)}$. AN $\boxed{\overline{OA} < -14 \text{ m}}$.

Il faut donc que l'arbre soit au moins à 14 m de l'appareil pour être entièrement sur la photo.

Attention aux signes des mesures algébriques dans la résolution des inégalités !

3. L'image ne peut pas, d'après les caractéristiques de l'appareil, se situer à plus de 55 mm de la lentille, ce qui se traduit par $\overline{OA'} < d_{\text{max}} = 55$ mm. On en tire $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OF'}} > \frac{1}{d_{\text{max}}} - \frac{1}{\overline{OF'}}$. Or $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OA}}$, la condition devient donc $\boxed{\overline{OA} < \frac{f' \cdot d_{\text{max}}}{f' - d_{\text{max}}}}$. AN $\boxed{\overline{OA} < -0{,}55 \text{ m}}$. Il ne sera donc pas possible de photographier un objet situé à moins de 55 cm de l'appareil.

□ Exercice 3.5. Projection d'une image

1. La formule de conjugaison de Descartes fournit la position de l'objet : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$

d'où $\boxed{\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \overline{OA'}}}$. AN $\boxed{\overline{OA} = -8{,}1 \text{ cm}}$: la diapositive doit être positionnée 8,1 cm avant la lentille, c'est-à-dire juste avant le foyer objet (l'image étant pratiquement à l'infini).

Le grandissement est alors $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = 1 - \frac{\overline{OA'}}{\overline{OF'}}$. AN $\gamma = -61$. Les dimensions de l'image seront donc celles de la diapositive multipliées par 61 : $\boxed{1{,}5 \text{ m} \times 2{,}2 \text{ m}}$.

➩ *Méthode 2.4*

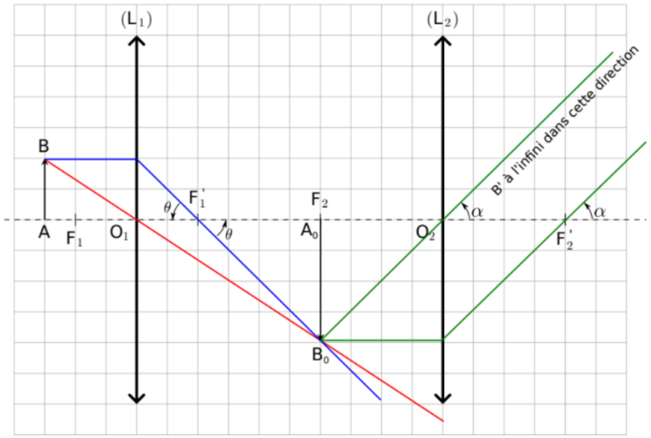
2. La condition est $\gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = -40$ (forcément négatif).

Cela donne d'une part $\overline{F'A'} = -\gamma f'$ d'où $\overline{OA'} = (1-\gamma) f'$. AN $\overline{OA'} = 3{,}28$ m : il faut <u>rapprocher l'écran de la lentille de 1,72 m</u>.

D'autre part, $\overline{FA} = \frac{f'}{\gamma}$ d'où $\overline{OA} = f'\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right)$. AN $\overline{OA} = -8{,}2$ cm : <u>la position de la lentille reste pratiquement la même</u> par rapport à l'objet (le calcul donne un éloignement de moins de 1 mm, qu'on obtient en pratique en recherchant la netteté de l'image sur l'écran déjà positionné).

□ Exercice 3.6. Microscope

1. L'image A_0B_0 doit se situer dans le plan focal objet de l'oculaire, afin que celui-ci en produisent une image à l'infini.
2. Cf schéma



3. L'angle α_{max} correspond à la situation où l'œil est au plus proche de l'objet, et donc à la situation où, sans instrument optique, nous pouvons voir l'objet avec le plus de détails possible.
4. On a $\alpha' \simeq \tan\alpha' = \frac{AB}{f'_2}$ et $\alpha_{\text{max}} \simeq \tan\alpha_{\text{max}} = \frac{AB}{\delta_m}$, d'où $\frac{\alpha'}{\alpha_{\text{max}}} = \frac{\delta_m}{f'_2}$.

On en déduit que $G_2 = \frac{\delta_m}{f'_2}$, d'où $\boxed{f'_2 = \delta_m/G_2 = 2{,}5 \text{ cm}}$.

5. AB et A_0B_0 sont de sens opposés, donc il faut que $\gamma_1 < 0$.
6. On utilise la tangente de l'angle θ reporté en F'_1 sur le schéma ci-dessus :

$$\tan\theta = \frac{AB}{O_1F'_1} = \frac{AB}{f'_1}, \text{ et } \tan\theta = \frac{A_0B_0}{F'_1F_2} = \frac{A_0B_0}{\Delta},$$

d'où $\frac{AB}{f'_1} = \frac{A_0B_0}{\Delta}$, d'où $\frac{A_0B_0}{AB} = \frac{\Delta}{f'_1}$.
Attention, on a raisonné sur des longueurs non algébriques. Il faut ensuite repasser à des longueurs algébriques, car $\gamma_1 = \frac{\overline{A_0B_0}}{\overline{AB}}$. AB et A_0B_0 sont de sens opposés, donc il faut que $\gamma_1 < 0$. Or $\Delta > 0$ et $f'_1 > 0$. Donc il faut ajouter un signe moins, et on a finalement :

$$\boxed{\gamma_1 = \frac{\overline{A_0B_0}}{\overline{AB}} = -\frac{\Delta}{f'_1}}.$$

7. On a donc $\boxed{f_1' = \dfrac{\Delta}{-\gamma_1}}$, soit $\boxed{f_1' = 4,0\ \mathrm{mm}}$.

8.Théorème de Thalès

$$\frac{\overline{AO_1}}{\overline{O_1A_0}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{B_0A_0}}\ .$$

On a pris garde à ne prendre que des longueurs positives pour ne pas faire d'erreur de signe.

Or on a $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{B_0A_0}} = -\dfrac{1}{\gamma_1}$, donc on en déduit que $\dfrac{\overline{AO_1}}{\overline{O_1A_0}} = -\dfrac{1}{\gamma_1} = \dfrac{f_1'}{\Delta}$.

On isole $\overline{O_1A}$: $\overline{O_1A} = -\overline{AO_1} = -\overline{O_1A_0} \times \dfrac{f_1'}{\Delta}$.

Il reste à utiliser le fait que $\overline{O_1A_0} = f_1' + \Delta$, pour en déduire que :

$$\boxed{\overline{O_1A} = -\frac{(f_1' + \Delta)f_1'}{\Delta}}\ .$$

C'est bien négatif, puisque A est avant O_1 : l'objet est réel.

9. On a donc $G = \dfrac{\alpha}{\alpha_{\max}}$ avec α l'angle reporté sur la construction ci-dessus en sortie du microscope et $\alpha_{\max} = \dfrac{\overline{AB}}{\delta_m}$ déjà étudié précédemment.

Intéressons nous à α. On a $\alpha \simeq \tan\alpha = \dfrac{\overline{B_0A_0}}{f_2'}$.

Or on sait que $\overline{A_0B_0} = \gamma_1 \times \overline{AB}$, d'où $\alpha = -\dfrac{\gamma_1 \times \overline{AB}}{f_2'}$.

On en déduit $\boxed{G = -\dfrac{\gamma_1\delta_m}{f_2'}}$.

10. On peut remplacer $f_2' = \delta_m/G_2$ et $\gamma_1 = G_1$ pour trouver que $\boxed{G = G_1.G_2 = 400}$.