

Exercices d'application**□ Exercice 4.1. Équivalence entre les unités**

1. Donner l'équivalent du newton (N) :

$$\text{kg.m.s}^{-2} \quad \text{kg.m.s}^{-1} \quad \text{kg.s}^{-2} \quad \text{kg.m.s}^{-1}$$

2. Donner l'équivalent du joule (J) :

$$\text{kg.m.s}^{-1} \quad \text{kg.m}^2.\text{s}^{-1} \quad \text{kg.m}^2.\text{s}^{-2} \quad \text{kg.m.s}^{-2}$$

3. Donner l'unité de la constante gravitationnelle de la constante universelle de la gravitation G intervenant dans la force gravitationnelle $F = \frac{Gm_A m_B}{d^2}$:

$$\text{kg}^{-1}.\text{m}^2.\text{s}^{-1} \quad \text{kg}^{-1}.\text{m}^3.\text{s}^{-1} \quad \text{kg}^{-1}.\text{m}^2.\text{s}^{-2} \quad \text{kg}^{-1}.\text{m}^3.\text{s}^{-2}$$

4. Soit une masse m de corps de capacité thermique massique c . Pour augmenter sa température de ΔT , il faut lui apporter une énergie $Q = mc\Delta T$. Quelle est l'unité de la capacité thermique massique c ?

$$\text{m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1} \quad \text{kg.m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1} \quad \text{m}^2.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-1} \quad \text{kg.m}^2.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

□ Exercice 4.2. Vérification d'homogénéité

Vérifier l'homogénéité des formules suivantes, où d, d_1, d_2, z, h représentent des longueurs, m une masse, p, p_0, p_1, p_2 des pressions, v, v_0 des vitesses, α un angle, V un volume, ρ une masse volumique, S, S_1, S_2 des surfaces, i, i_0 des courants et t, τ des temps, ν une fréquence, $\mathcal{P}$ une puissance, T une température et g l'accélération de la pesanteur.

$$1 - z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t + h^2$$

$$2 - p + \rho g z = p_0$$

$$3 - v = \frac{2(p_2 - p_1)}{\rho(1 - (\frac{S_1}{S_2})^2)}$$

$$4 - \mathcal{P} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) d$$

$$5 - -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} = \frac{1}{p_0}$$

$$6 - i = i_0 e^{-t/\tau^2}$$

$$7 - p = p_1 \sin(2\pi\nu(t + \tau)) + \frac{mg}{S} \tan \frac{t/\tau}{1 + \nu t}$$

□ Exercice 4.3. Conversions d'unités.

1 - La vitesse du son dans l'air est $v = 340 \text{ ms}^{-1}$, celle de la lumière étant $c = 3,0 \cdot 10^5 \text{ km.s}^{-1}$. Un observateur voit un éclair se produisant à 2,0 km de lui. Au bout de combien de temps entendra-t-il le tonnerre ? Quel est le temps (en μs) mis par la lumière de l'éclair pour arriver jusqu'à l'observateur ? Conclusion ?

2 - L'étoile Véga se trouve à 26,5 années-lumière de la terre. Donner sa distance en mètres. (une année lumière est la distance parcourue par la lumière en une année ; 1 année = 365,25 jours)

□ Exercice 4.4. Application numérique.

Effectuer les applications numériques suivantes avec la bonne démarche :

1 -

$$\mathcal{E} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2}$$

avec $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ et $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.
On convertira le résultat en électron-volt : $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

2 -

$$v = \frac{mg}{\lambda} (1 - e^{-t/\tau})$$

avec $m = 14 \text{ g}$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $\lambda = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$, $\tau = 2,25 \text{ ms}$, $t = 1,71 \cdot 10^{-4} \text{ s}$.

Exercices d'entraînement**□ Exercice 4.5. Déterminer la dimension d'une grandeur inconnue**

1 - On donne la loi $X = a^3 b^{1/2} (a + b)^{-3/2}$; X est-elle une longueur, une surface ou un volume, sachant que a et b sont des longueurs ?

2 - Le C_x d'un véhicule est donné par $C_x = 2R_x / S \rho v^2$ dans laquelle R_x est la force s'opposant à l'avancement du véhicule, ρ la masse volumique de l'air, S la surface sur laquelle s'exerce la résistance de l'air, v la vitesse. Trouvez la dimension et l'unité du coefficient C_x .

3 - On donne l'expression d'une énergie $\mathcal{E}$ sous la forme suivante : $\mathcal{E} = a[b - de^{-\lambda t}]$ dans laquelle a représente une force et t le temps. Déterminer les dimensions de b, d et λ et donner leurs unités dans le système international.

4 - L'équation $PV = nRT$ des gaz parfaits fait intervenir la pression P , le volume V , la quantité de matière de gaz n , la température absolue T . Quelle est la dimension de R (constante molaire des gaz parfaits) ? Dans quelle unité l'exprime-t-on ?

□ Exercice 4.6. Troisième loi de Kepler

On considère une planète de masse m effectuant une trajectoire circulaire de rayon R autour du Soleil de masse M . Soit T la période de révolution de la planète. On note G la constante universelle de gravitation. On rappelle que G est en

1. Par analyse dimensionnelle, déterminer les constantes a, b et c telles que :

$$T = 2\pi R^a G^b M^c$$

2. En déduire l'expression de la 3ème loi de Kepler, que l'on exprimera sous la forme $\frac{T^2}{R^3} = k$, où k est une constante à déterminer en fonction des données.

□ Exercice 4.7. Energie dégagée par une explosion

L'analyse dimensionnelle a permis en 1950 à G.I.Taylor d'estimer l'énergie $\mathcal{E}$ dégagée par une bombe américaine à partir d'une vidéo de l'explosion montrant l'évolution du rayon de l'explosion R dans une atmosphère de masse volumique ρ en fonction du temps t .

1. Donner les dimensions de l'énergie $\mathcal{E}$ et de la masse volumique ρ .
2. On fait l'hypothèse que le rayon R de l'explosion ne dépend que de l'énergie $\mathcal{E}$, de la masse volumique ρ et du temps t . Écrire l'équation aux dimensions et en déduire la relation entre ces paramètres.
3. En déduire l'énergie d'une bombe dont le rayon vaut 130 m au bout de 0,025 secondes (explosion se produisant dans l'air de masse volumique $1,3 \text{ g.L}^{-1}$).
4. Plusieurs années plus tard, la CIA a révélé que les mesures réalisées sur place permettaient d'estimer que l'énergie libérée par la bombe était d'environ 20 millions de kg de TNT. Sachant que l'explosion de 1 kg de TNT libère environ 4.10^6 J , calculer l'énergie libérée par l'explosion Trinity et commenter la qualité du résultat obtenu par analyse dimensionnelle.

