

DS N°1 de physique-chimie

Durée : 2h

L'usage de calculatrices est autorisé.

AVERTISSEMENT

*La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la clarté et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.*

Données :

- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.
- Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$.
- Constante de Planck : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ kg.m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.
- Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ kg.m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

I. Formation d'un arc-en-ciel (d'après sujet PT 2024)

Lorsque le beau temps revient juste après une averse, on observe parfois la formation d'un arc-en-ciel à l'horizon. Il s'agit d'un phénomène optique de dispersion de la lumière solaire, qui se réfracte et se réfléchit dans des gouttelettes d'eau en suspension dans l'air. La première théorie permettant d'expliquer ce phénomène a été établie par Descartes en 1637 à l'aide des lois de la réflexion et de la réfraction. Il mit en évidence qu'un observateur situé au niveau du sol reçoit un faisceau de rayons émergents correspondant au maximum de l'angle de déviation des gouttelettes d'eau. Comme celui-ci dépend de la longueur d'onde des rayons lumineux, on peut ainsi observer la dispersion de la lumière solaire. Dans cette partie, nous allons mettre en évidence les principaux résultats de cette théorie.

On considère un rayon lumineux monochromatique issu du soleil S , qui arrive sur une gouttelette d'eau sphérique en suspension dans l'air sous un angle d'incidence i_1 , comme représenté sur la **Figure 3**. Après une première réfraction, une réflexion et une seconde réfraction, le rayon émerge de la gouttelette sous un angle de réfraction i_4 . Il se dirige alors vers un observateur O situé au niveau du sol. On suppose que l'air est un milieu d'indice optique égal à 1, et on note n l'indice optique de l'eau.

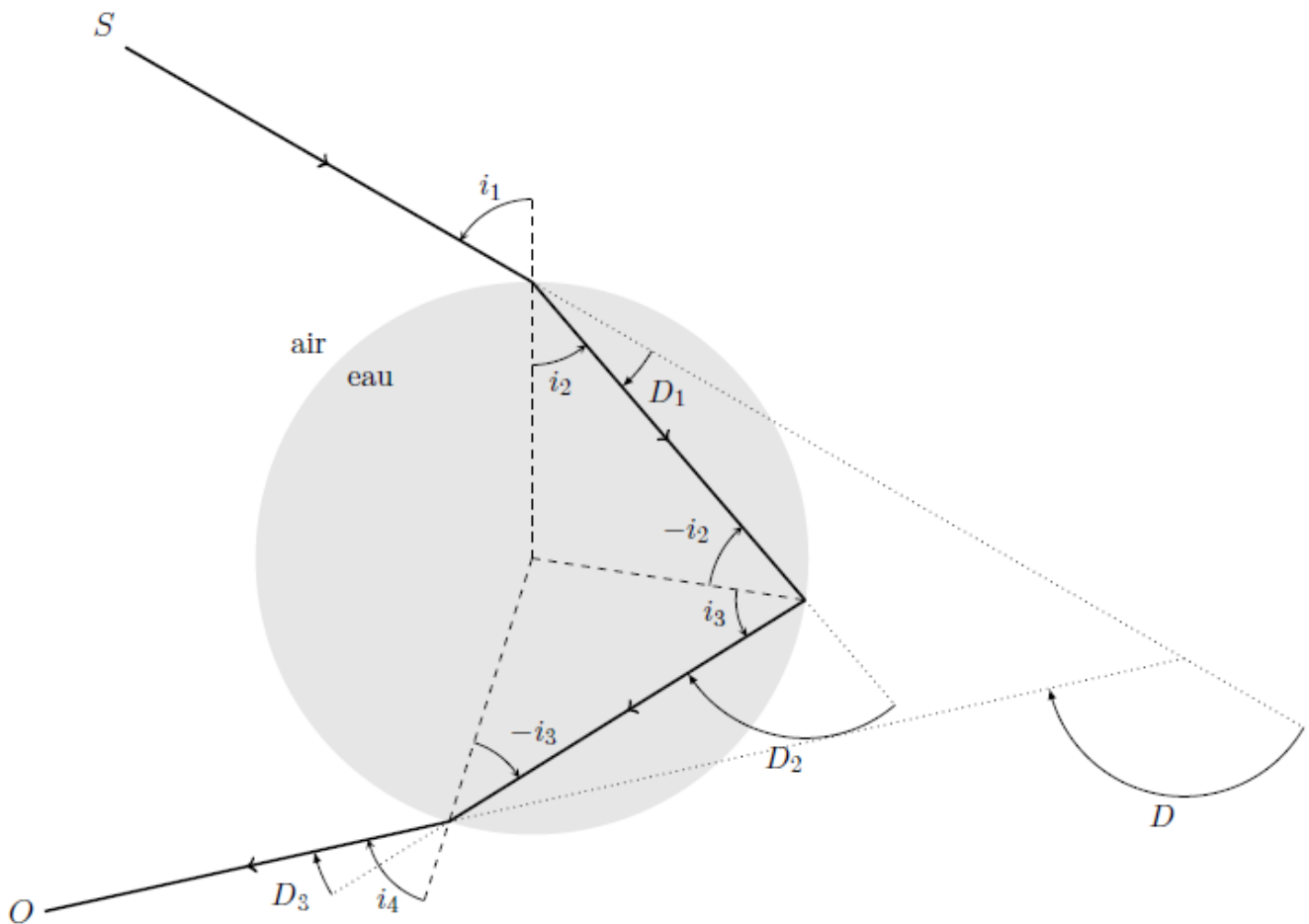


Figure 1 : Trajet d'un rayon lumineux dans une gouttelette d'eau sphérique en suspension dans l'air.

L'orientation des différents angles à chaque interface est définie sur la **Figure 3**, et on définit positivement les angles orientés dans le sens trigonométrique.

1. Exprimer les angles de déviation D_1 , D_2 et D_3 à chaque interface en fonction de i_1 , i_2 , i_3 et i_4 (en tenant compte de l'orientation de ces angles).

Nb: En cas de difficultés, répondre à la question sans tenir compte de l'orientation des angles.

2. A l'aide des lois de Snell-Descartes, exprimer les angles i_2 , i_3 et i_4 en fonction de i_1 et n .

3. En déduire que l'angle de déviation totale D peut s'exprimer :

$$D = 4 \arcsin\left(\frac{\sin i_1}{n}\right) - 2 i_1 - \pi$$

Nb: Si la déviation totale est exprimée à partir des angles non-orientés, on trouve :

$$D' = -4 \arcsin\left(\frac{\sin i_1}{n}\right) + 2 i_1 + \pi$$

On représente l'évolution de D en fonction de i_1 sur la **Figure 4**, en prenant $n = 1,33$ pour l'indice optique de l'eau. L'angle de déviation présente un maximum D_{max} pour un certain angle d'incidence $i_{1,max}$ qui correspond au faisceau de rayons émergents reçu par l'observateur.

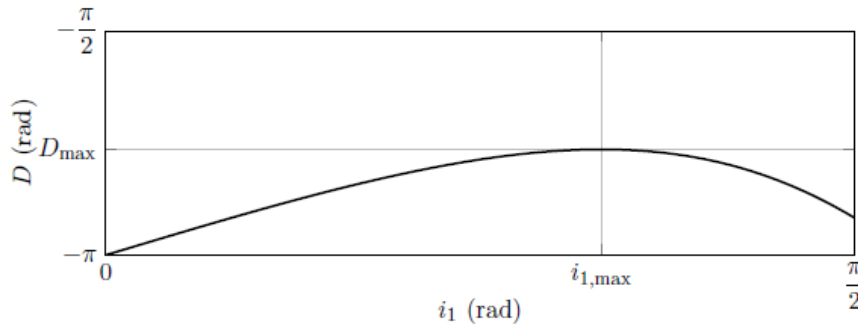


Figure 2 : Evolution de l'angle de déviation D en fonction de l'angle d'incidence i_1 .

4. En posant le changement de variable : $x = \sin(i_1)$, montrer que :

$$D(x) = 4 \arcsin\left(\frac{x}{n}\right) - 2 \arcsin x - \pi$$

On rappelle que la dérivée de la fonction trigonométrique $f(x) = \arcsin(x)$ s'exprime :

$$\frac{df}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

5. Calculer la dérivée de $D(x)$ puis montrer que l'angle d'incidence $i_{1,max}$ vérifie l'équation suivante :

$$\sin i_{1,max} = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$$

6. En déduire l'expression du maximum D_{max} en fonction de n .

On représente l'évolution de D_{max} en fonction de n sur la **Figure 5**, pour $1 \leq n \leq 2$.

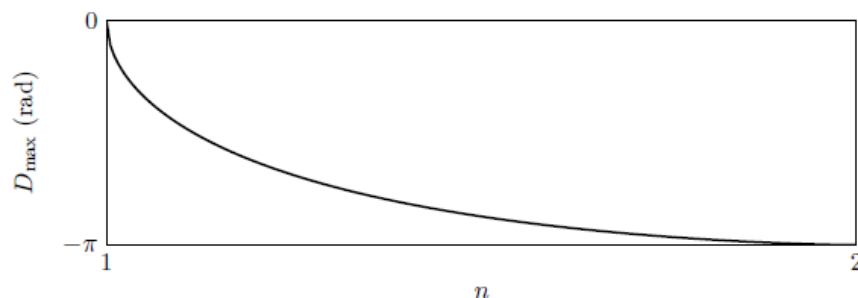


Figure 3 : Evolution du maximum D_{max} en fonction de l'indice optique n .

L'eau étant un milieu dispersif, son indice optique n dépend de la longueur d'onde λ du rayon lumineux considéré. En 1836, Cauchy établit que l'indice optique d'un tel milieu peut s'exprimer sous la forme :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

avec A et B des constantes positives caractéristiques du milieu.

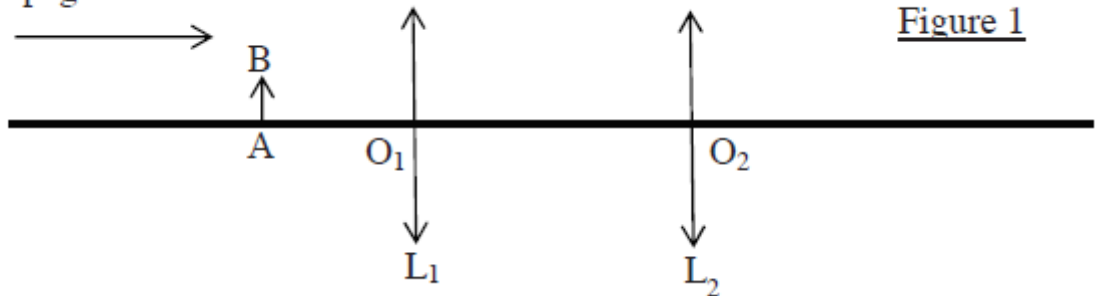
7. Donner, en le justifiant, les dimensions des coefficients A et B .
8. Comment évolue le maximum D_{max} lorsque la longueur d'onde λ augmente ? Justifier votre raisonnement.
9. Rappeler l'intervalle de longueur d'onde constituant le spectre visible.
10. Lorsque l'observateur O situé au niveau du sol regarde l'arc-en-ciel, aperçoit-il l'anneau rouge situé au-dessus ou en-dessous de l'anneau violet ? Justifier votre raisonnement.

II. Le microscope (d'après sujet PT 2017)

Le microscope est modélisé sur la figure 1, par un système de deux lentilles minces convergentes, l'une constituant l'objectif (lentille L_1 de centre O_1 et de distance focale image $f_1' = 5$ mm), et l'autre constituant l'oculaire (lentille L_2 de centre O_2 et de distance focale image $f_2' = 15$ mm).

On fixe $\overline{O_1O_2} = D_0 = 120$ mm. On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière.

Sens de propagation de la lumière



On rappelle la relation de conjugaison d'une lentille et l'expression du grandissement γ :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

1. Les relations précédentes sont valables à condition que les rayons lumineux satisfassent les conditions de Gauss. Donner ces deux conditions.
2. Si F_1' est le foyer image de L_1 et F_2 le foyer objet de L_2 , on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F_1'F_2}$. Exprimer Δ en fonction de f_1' , f_2' , D_0 , puis calculer sa valeur.

Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de L_1 , à sa gauche, de façon à ce que l'image $A'B'$ donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire, se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

3. Exprimer d en fonction de f_1' et Δ , puis calculer sa valeur.

4. Exprimer le grandissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f_1' et Δ , puis calculer sa valeur.
5. Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?
6. Faire une construction géométrique faisant apparaître l'objet, l'image intermédiaire, ainsi que l'angle α' sous lequel est observée l'image finale à travers le microscope.

Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|$ où α est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance $D = 250$ mm. L'objet étant de très petite taille, ces deux angles seront bien sûr très faibles.

7. Exprimer G en fonction de Δ , D , f_1' et f_2' , puis calculer sa valeur.

On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur e d'une mince lame de verre à faces parallèles, d'indice $n = 1,5$. On colle une petite pastille bleue (B) sur la face gauche de la lame et une petite pastille rouge (R) sur sa face droite. On positionne d'abord la lunette (ensemble objectif + oculaire) du microscope de façon à faire la mise au point sur la pastille rouge R (Figure 2, Position 1). Puis, grâce à une vis micrométrique, on translate la lunette d'une distance ϵ , de façon à faire la mise au point sur l'image de la pastille bleue B' (Figure 2, Position 2) : On mesure alors $\epsilon = 420$ μm .

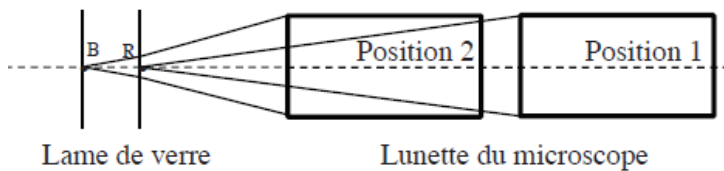


Figure 2 : Schéma d'ensemble

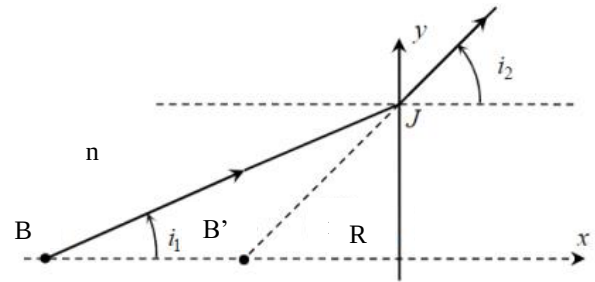


Figure 3 : Zoom sur la lame à faces parallèles

8. En tenant compte du phénomène de réfraction et en considérant les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe optique, exprimer e en fonction de n et ϵ , puis calculer sa valeur.

III. Grandeurs de Planck

En physique, le système d'unités de Planck est un système d'unités de mesure défini uniquement à partir de constantes physiques fondamentales comme la célérité de la lumière c , la constante de Planck réduite $\hbar$ ($\hbar = h/2\pi$), la constante de gravitation universelle G et k_B la constante de Boltzmann, dont les valeurs et unités sont rappelées au début du devoir.

$$\sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} ; \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} ; \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$$

1. Déterminer quelle grandeur est homogène à :
 - une longueur, appelée « longueur de Planck », et notée l_p .
 - une masse, appelée « masse de Planck », et notée m_p .
 - une durée, appelée « durée de Planck », et notée τ_p .
2. Calculer numériquement τ_p , l_p et m_p .
3. On introduit également la « température de Planck », notée T_p à partir des constantes c , k_B et m_p (masse de Planck). Déterminer l'expression de T_p et la calculer.