

Exercices d'application

□ **Exercice 6.1. Vérification d'homogénéité**

Vérifier l'homogénéité des relations suivantes ; en cas de relation inhomogène, proposer une piste de correction. Les notations sont usuelles.

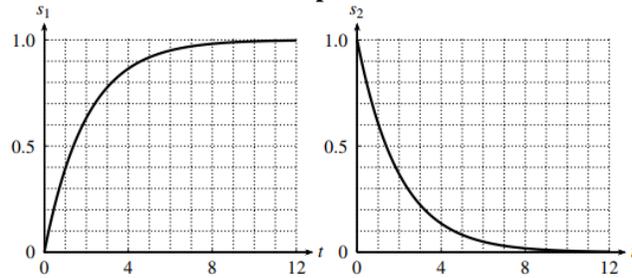
$$R_{\text{éq}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \quad ; \quad R_{\text{éq}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} E \quad ; \quad i_1 + \frac{E}{R} = C \frac{du}{dt} \quad ; \quad L \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$$

□ **Exercice 6.2. Détermination de constante de temps**

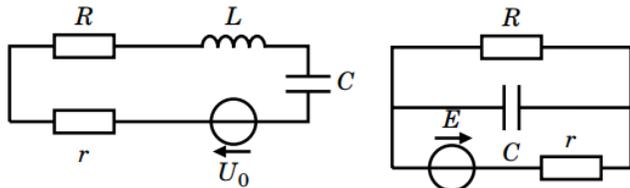
On soumet deux systèmes à une entrée en échelon. Les sorties sont ci-après.

Déterminer les constantes de temps des deux systèmes



□ **Exercice 6.3. Détermination d'équations différentielles**

Ecrire les équations électriques des circuits. En déduire une équation différentielle régissant la tension aux bornes de C. Identifier le circuit d'ordre 1.

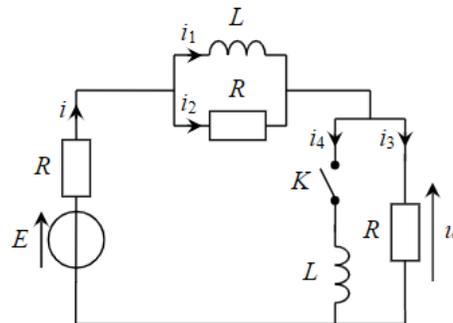


□ **Exercice 6.4. Conditions initiales et régime permanent**

Dans le montage de la figure ci-contre, le générateur de tension continue a une force électromotrice E. L'interrupteur K est ouvert depuis très longtemps. On ferme l'interrupteur à l'instant t = 0.

- Déterminer u et les courants i₁, i₂, i₃, i₄ et i à t = 0⁺ (juste après la fermeture de K).
- Déterminer u et les courants i₁, i₂, i₃, i₄ et i quand t tend vers l'infini.

D'après Agro-Véto

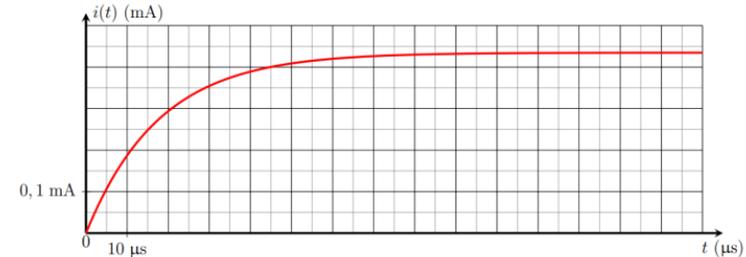


Exercices d'entraînement

□ **Exercice 6.5. Circuit RL**

On étudie la réponse d'un circuit RL série (R = 2,0 kΩ et L = 39,96 mH) constitué d'une résistance et d'une bobine en série alimenté par un générateur qui délivre à un échelon de tension de force électromotrice E = 1,0 V. On observe la tension aux bornes de la résistance.

- Représenter le circuit en supposant la bobine idéale.
- Déterminer, en utilisant le comportement en régime permanent de la bobine, la valeur finale i(∞) atteinte par l'intensité.
- Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i du courant électrique.
- Résoudre l'équation différentielle.
- On définit le temps de montée à 5 %, qui correspond à l'instant auquel l'intensité du courant ne diffère que de 5 % de la valeur finale. Exprimer ce temps t_m en fonction de τ .
- Analyser les résultats expérimentaux de la figure ci-dessous :

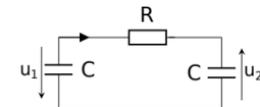


Déterminer i(∞) et τ . Comparer aux valeurs attendues. Commenter.

- Établir le bilan de puissance, et commenter.

□ **Exercice 6.6. Décharge d'un condensateur dans un autre**

Pour t < 0, le condensateur 1 est chargé (tension U₀) et le condensateur 2 ne l'est pas (tension nulle). À t = 0 on ferme le circuit.



- Montrer que $\forall t, u_2(t) = u_1(t) - U_0$.
- Établir que l'équation différentielle portant sur u₁ est $\frac{du_1}{dt} + \frac{u_1}{\tau} = \frac{U_0}{2\tau}$ avec τ une constante dont on donnera l'expression.
- Vers quelle expression tend u₁(t) aux temps longs ? Et u₂(t) ?
- Faire un bilan d'énergie : que vaut l'énergie initiale stockée dans les condensateurs ? Et l'énergie finale ? Où est partie la différence ? Ce processus de transfert de charge est-il efficace ?

□ Exercice 6.7. Résolution de problème

Résolution de problème

D'après un article déposé sur <http://www.supercondensateur.com>

« Le premier bateau électrique au monde alimenté à 100% par des supercondensateurs a été baptisé mercredi 18 septembre 2013 à Lorient. Ce transbordeur électrique fera la navette entre Lorient et Pen-Mané (Locmiquélic). La capacité des supercondensateurs est suffisante pour alimenter les deux moteurs de 100 chevaux chacun sur un aller-retour. La recharge des supercondensateurs se fait pendant le chargement et le déchargement des passagers à terre en seulement 4 minutes. Elle se fait à l'aide d'un connecteur à deux broches à une tension de 400 V. Le bateau est équipé de 100 supercondensateurs en parallèle de grande capacité (modules) pour un poids total de 6 tonnes réparti dans les deux coques du catamaran. Celui-ci va pouvoir effectuer chaque jour 28 aller-retours, à raison d'un par demi-heure, pour un trajet de 7 minutes entre Lorient et Locmiquélic, de l'autre côté de la rade. »



1. Pour que le bateau puisse assurer son service de transport correctement, comment les ingénieurs ont-ils dû dimensionner les super-condensateurs et la résistance du circuit de charge ?

Données :

- Un cheval vapeur correspond à une puissance de 735W.
- Les N condensateurs de capacité C montés en parallèle sont équivalents à un seul condensateur de capacité $C_{tot} = N \times C$.

Remarque : L'intérêt d'un supercondensateur par rapport à une batterie est un temps de recharge beaucoup plus rapide. Il existe maintenant des bus ou des tramway qui fonctionnent ainsi.

Pour réviser le chapitre :

Exercice 6.8. Circuit à condensateur

On considère un circuit composé d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C en série aux bornes duquel on place un générateur de tension idéal de force électromotrice constante E et un interrupteur K . Initialement le circuit est ouvert et le condensateur est déchargé. On note u_C la tension aux bornes du condensateur. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

1. Déterminer la valeur de l'intensité du courant parcourant le circuit au bout d'un temps infini.
2. Même question pour la tension u_C .
3. En déduire le comportement du condensateur dans ces conditions.
4. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_C .
5. On pose $\tau = RC$. Quel nom donne-t-on à cette constante ? Quelle est son unité dans le système international ?
6. Établir l'expression de $u_C(t)$ et retrouver la valeur limite pour les temps longs.
7. Tracer l'allure de $u_C(t)$ en précisant les éventuelles asymptotes.
8. Donner l'équation de la tangente à l'origine.
9. Calculer les coordonnées du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote.
10. Déterminer, en fonction de τ , l'expression du temps t_1 à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1 % de sa charge finale.
11. Donner l'expression de l'intensité parcourant le circuit en fonction du temps.
12. On mène maintenant l'étude énergétique de la charge du condensateur. Exprimer E_C l'énergie totale emmagasinée par le condensateur lors de sa charge en fonction de C et E .
13. Même question pour E_J l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance lors de cette charge.
14. Même question pour E_G l'énergie fournie par le générateur lors de cette charge.
15. Donner une relation liant E_C , E_J et E_G et proposer une interprétation physique de cette relation.
16. On définit le rendement énergétique de la charge du condensateur par $\rho = \frac{E_C}{E_G}$. Donner sa valeur ici.