

TP n°5 : Circuits linéaires du 1^{er} ordre en régime transitoire

PTSI 2025-2026

Comment mesurer une capacité inconnue ?

Matériel :

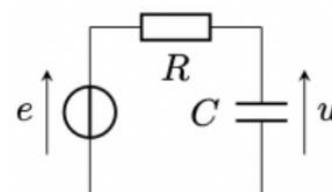
- 1 Générateur de signaux (GBF)
- 1 Boites à décade de résistances
- Câbles électriques
- 1 Oscilloscope
- 1 Boite à décade de capacités
- 3 Adaptateurs BNC → Banane

I. Etude théorique de la décharge du condensateur (à faire à la maison)

1. Mise en équation et solution

Le circuit étudié dans ce TP est le circuit RC suivant. La tension e délivrée par le générateur est :

$$\begin{cases} e = E & \text{pour } t = 0 \\ e = 0 & \text{pour } t > 0 \end{cases}$$



1) Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de u . Identifier le temps caractéristique τ du circuit.

2) Résoudre cette équation différentielle et appliquer la condition initiale.

2. Préparation du circuit

Dans un premier temps, on prendra $R \approx 1 \text{ k}\Omega$ et $C = 100 \text{ nF}$. Comme le GBF ne peut pas délivrer un unique échelon, on lui fera délivrer une tension e créneau périodique, de période suffisamment grande pour que le régime permanent soit atteint avant que le créneau ne change de valeur.

3) Calculer l'ordre de grandeur de la constante de temps τ du circuit. En déduire la période minimale à donner à la tension e , puis choisir la fréquence f du créneau en conséquence.

4) Schématiser le circuit en indiquant les branchements de l'oscilloscope.

3. Mesure du temps caractéristique de relaxation du circuit

Pour déterminer la capacité inconnue, on peut mesurer le temps caractéristique τ du circuit.

Pour la charge, la tension aux bornes de C est donnée par :

$$u(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\text{d'où, } u(t = \tau) = E \times \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right) = E \times (1 - 0,37) = 0,67 \times E$$

Pour la décharge :

$$u(t) = E \times e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u(t = \tau) = E \times e^{-\frac{\tau}{\tau}} = E \times (0,37) = 0,37 \times E$$

Rq : On pourra retenir l'approximation suivante valable à la charge et à la décharge :

$$u(t = 0,7 \times \tau) = 0,5 \times E$$

5) Proposer un protocole expérimental permettant de mesurer τ et son incertitude.

6) En déduire, l'expression de C et son incertitude.

II. Etude expérimentale

★ Réaliser le montage expérimental.

★ Déterminer à l'aide des curseurs de l'oscilloscope la valeur de la constante de temps τ du circuit et son incertitude.

7) En déduire la valeur de la capacité inconnu C et son incertitude u_C .

8) Calculer le z-score et conclure.

III. Etude numérique

On souhaite simuler numériquement la décharge du condensateur régit par l'équation différentielle sur l'intervalle de temps $[0, t_f]$:

L'équation différentielle d'ordre 1 à résoudre est du type $\dot{y}(t) + ay(t) = b$, a et b étant des constantes, $y(t)$ une fonction du temps et $\dot{y}(t)$ sa dérivée temporelle. On suppose que la valeur initiale $y(0) = y_0$ est connue.

La méthode d'Euler consiste à déterminer les valeurs $y(t_i)$ de la fonction pour des dates t_i successives en utilisant l'approximation $\dot{y}(t_i) = \frac{y(t_{i+1}) - y(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$.

À partir de la valeur $y(t_i)$ de la fonction à une date t_i :

- on calcule $\dot{y}(t_i)$ avec l'équation différentielle $\dot{y}(t_i) = b - ay(t_i)$;
- on calcule $y(t_{i+1})$ avec l'approximation $y(t_{i+1}) = y(t_i) + p\dot{y}(t_i)$, où $p = t_{i+1} - t_i$ est le **pas** de la méthode.

Soit à résoudre l'équation différentielle que vérifie la tension $u(t)$ d'un condensateur de capacité C lors de sa décharge à travers une résistance R :

$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{RC} = 0$$

Le condensateur est initialement chargé, la condition initiale est :

$$u(t_0) = E$$

On donne

$$\frac{du}{dt}(t_i) = \frac{u(t_{i+1}) - u(t_i)}{t_{i+1} - t_i} = \frac{u(t_{i+1}) - u(t_i)}{\Delta t}$$

9) Exprimer $u(t_{i+1})$ en fonction de $u(t_i)$, R, C et Δt .

10) A l'aide de la condition initiale $u(t_0) = E$, exprimer $u(t_1)$ en fonction de $u(t_0)$, R, C et Δt .

🌀 Ouvrir le programme python TP5_Veleve.py

🌀 Compléter les lignes 25 et 29 à partir des réponses aux questions 9 et 10.

🌀 Exécuter le programme.

🌀 Modifier les valeurs des paramètres dt et t_max.

11) Expliquer succinctement les rôles de ces paramètres ?

12) Estimer τ à l'aide de la simulation, comparer avec la valeur expérimentale. Conclure.