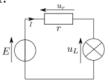
DM n°2: Electrocinétique en régime continu

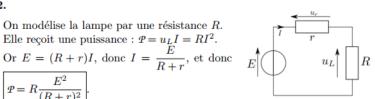
Exercice 1: Modélisation d'une lampe de poche 9 pts



On modélise la lampe par une résistance R.

Or
$$E = (R + r)I$$
, donc $I = \frac{E}{R + r}$, et donc

$$\mathcal{P} = R \frac{E^2}{(R+r)^2}$$



3. On considère la fonction $f(R) = \frac{R}{(R+r)^2}$. Il s'agit de trouver la valeur de R pour laquelle elle est maximale. On calcule : $f'(R) = \frac{1 \times (R+r)^2 - R \times 2(R+r)}{(R+r)^4} = \frac{R^2 + 2Rr + r^2 - 2R^2 - 2Rr}{(R+r)^4} = \frac{r^2 - R^2}{(R+r)^4}$. r > 0 et R > 0 (ce sont des résistances) donc pas de souci d'annulation au dénominateur.

On calcule:
$$f'(R) = \frac{1 \times (R+r)^2 - R \times 2(R+r)}{(R+r)^4} = \frac{R^2 + 2Rr + r^2 - 2R^2 - 2Rr}{(R+r)^4} = \frac{r^2 - R^2}{(R+r)^4}$$
.

On voit donc que $f'(R) = 0 \Leftrightarrow R = r$

R = r est donc soit un maximum, soit un minimum. Un tableau de signe montre que f'(R) > 0 si R < r donc f croissante, et inversement si R > r. C'est donc bien un maximum.

4. Avec
$$R=r,$$
 on a $\mathcal{P}=r\frac{E^2}{(2r)^2}=\frac{E^2}{4r}.$

D'où une énergie délivrée pendant une durée $\Delta t: \boxed{\mathcal{E} = \frac{E^2}{4r} \Delta t = \ 3240 \ \mathrm{J}.}$

Le courant est
$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{2r}$$
, d'où $\boxed{I=0,3~\mathrm{A.}}$

La charge débitée est $Q = I \times \Delta t = 1080$ C

5. Notons $Q_h = 1080$ C/h la charge débitée par heure de fonctionnement.

La charge que peut débiter une pile est $Q_{\rm pile}=1,25~{\rm A}~\times 3600~{\rm s}~=4500~{\rm C}.$ Les piles étant en série, elles débitent toutes le même courant et donc la même charge : lorsqu'une pile débite 1 C, les autres également. Les piles se vident donc toutes au même rythme et les ajouter en série n'améliore pas l'autonomie.

La durée de fonctionnement est donc $t = \frac{Q_{\rm pile}}{Q_h} = \frac{4500~{\rm C}}{1080{\rm C.h}^{-1}} = 4,17~{\rm h}.$

Exercice 2 : Résolution de problème 3 pts

Appareils en dérivation donc chacun sous une tension de 220 V (valeur efficace).

Courant dans la bouilloire : $I_1 = \frac{1300 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 5,91 \text{ A}.$ Courant dans le grille pain : $I_2 = \frac{1300 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 5,00 \text{ A}.$

Courant total: 10,91 A, ce qui fait sauter le fusible.