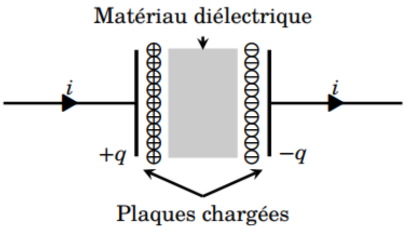
I] Dipôles utilisés en régime transitoire

1. Condensateur

a. Présentation



Un condensateur est composé de deux surfaces conductrices, appelées armatures, qui s'entourent ou se font face et sont séparées par un isolant (ou matériau diélectrique).

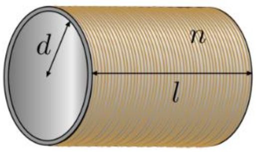
Les armatures portent des charges opposées $+q$ et $-q$, apportées par le courant qui parcourt la branche du condensateur, et qui s'accumulent.

b. Modèle du condensateur idéal ★

c. Energie électromagnétique stockée dans un condensateur ★

2. Bobine

a. Présentation



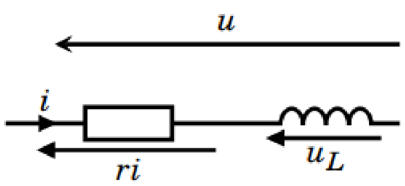
Une bobine est un enroulement de spires autour d'un axe. Une tension appliquée aux bornes d'un tel dipôle conduit par induction à une opposition aux variations du courant.

b. Modèle de la bobine idéale ★

c. Energie électromagnétique stockée dans une bobine ★

d. Modèle de la bobine réelle

Il est à noter qu'une bobine réelle a souvent une résistance interne qui n'est pas toujours négligeable (de l'ordre de 10 Ω).
On modélisera donc souvent les bobines réelles comme l'association série d'une bobine parfaite et d'une résistance. Ainsi, la loi de fonctionnement devient :



$$u = Ri + L\frac{di}{dt}$$

II] Méthode pour l'étude des circuits linéaires du premier ordre

1. Vocabulaire

Régime transitoire : Régime qui intervient lors d'un changement brutal dans un circuit (fermeture d'un interrupteur…) : les tensions et intensités mettent un certain temps à s'établir et à atteindre un nouveau régime permanent.

Régime libre : Le circuit ne comporte aucun générateur. Les grandeurs électriques évoluent néanmoins au cours du temps. (Ex : un condensateur est chargé)

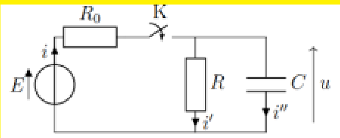
Régime forcé : Le circuit est soumis à une excitation extérieure (un générateur qui délivre un signal)

Réponse à échelon de tension : Le circuit fonctionne en régime forcé et la tension délivrée par le générateur est nulle jusqu'à l'instant initial choisi, puis constante à partir de cet instant.

2. Conditions initiales ★

Savoir faire - Utiliser la continuité de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité du courant traversant une bobine
1. Déterminer les valeurs des intensités et tensions AVANT la fermeture de l'interrupteur. 2. Utiliser la continuité de la charge du condensateur (ou de la tension aux bornes du condensateur) et de l'intensité du courant à travers une bobine, pour déterminer ces valeurs JUSTE APRÈS la fermeture de l'interrupteur ($t = 0^+$). 3. Les autres grandeurs électriques à $t = 0^+$ se déterminent en appliquant les relations intensité/tension à $t = 0^+$ et les lois des mailles et des nœuds à $t = 0^+$.

Enoncé : On étudie le circuit ci-dessous, dans lequel, pour $t < 0$, l'interrupteur est ouvert, aucun courant ne circule et le condensateur est déchargé.
Déterminer les expressions de i, i', i'' et u juste après la fermeture de l'interrupteur, c'est-à-dire à $t = 0^+$.



3. Etat final ★

Savoir faire - Déterminer rapidement le régime permanent à l'aide des comportements asymptotiques du condensateur et de la bobine

Avant de réaliser de longs calculs (équations différentielles et résolutions), il est tout à fait possible de déterminer complètement l'état final du circuit, c'est-à-dire les tensions et intensités dans le circuit une fois le nouveau régime permanent atteint.

1. Reproduire le circuit électrique une fois le nouveau **régime permanent** atteint en remplaçant les **condensateurs par un interrupteur ouvert** et les **bobines par un fil**.
2. En déduire les tensions aux bornes des fils et les intensités à travers les interrupteurs ouverts qui sont nulles.
3. Appliquer les lois des nœuds, les lois des mailles et les relations intensité-tension pour déterminer les autres grandeurs électriques.

Enoncé : On considère à nouveau le circuit étudié précédemment. Déterminer les expressions de i, i', i'' et u une fois le régime permanent atteint.

4. Equation différentielle

Savoir faire - Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique s dans un circuit comportant une ou deux mailles

1. Lister les grandeurs électriques (tension, intensité) inconnues (qui ont dues être représentées sur le circuit précédemment). Le nombre de grandeurs électriques inconnues vous donne le nombre d'équations indépendantes à écrire.
2. Écrire toutes les relations indépendantes possibles :
— lois des mailles indépendantes (attention aux redondances) ;
— lois des nœuds (attention aux redondances) ;
— relations entre intensité et tension pour tous les dipôles.
3. Combiner ces relations entre elles pour ne conserver que la grandeur électrique qui nous intéresse.
4. La mettre sous forme canonique :

$$\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau} = \frac{s(\infty)}{\tau}$$

avec :
— s la grandeur électrique qui nous intéresse (une tension ou une intensité ou une charge) ;
— τ la constante de temps du circuit ;
— $s(\infty)$ la valeur qu'atteint s en régime permanent.

5. Résolution de l'équation différentielle

Savoir faire - Résoudre l'équation différentielle du premier ordre

$$\boldsymbol{\frac{dy}{dt} + \frac{y}{\tau} = \frac{B}{\tau}}$$

1. Déterminer la **solution générale** y_H de l'**équation homogène (sans second membre)** :

$$\frac{dy_H}{dt} + \frac{y_H}{\tau} = 0 \Rightarrow \boxed{y_H(t) = Ke^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)}}$$

avec $K \in \mathbb{R}$ une constante d'intégration.
2. Déterminer une **solution particulière** y_P , recherchée sous la forme du second membre, ici constant $\left(\frac{dy_P}{dt} = 0\right)$:

$$\frac{y_P}{\tau} = \frac{B}{\tau} \text{ soit } \boxed{y_P = B}$$

3. La **solution générale** est la somme de la solution homogène et de la solution particulière :

$$\boxed{y(t) = y_H(t) + y_P \Rightarrow y(t) = Ke^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)} + B}$$

4. **Déterminer la constante d'intégration** K à l'aide de la condition initiale $y(t = 0)$.

6. Lecture graphique de la constante de temps

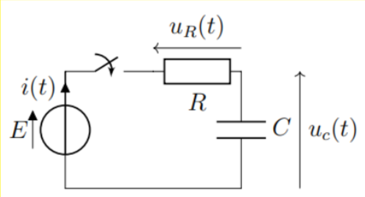
Savoir faire - Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire

1re méthode en utilisant la valeur de $u_c(\tau)$: τ est la durée au bout de laquelle, le régime transitoire a eu lieu à 63 %, autrement dit il en reste 37 %.
1. Déterminer la valeur de la tension finale $u_c(\infty)$ atteinte au bout d'un temps très long (resp. $u_c(0^+)$).
2. Calculer $0,63 \times u_c(\infty)$ (resp. $0,37 \times u_c(0^+)$).
3. Déterminer l'abscisse τ du point de la courbe $u_c(t)$ d'ordonnée $0,63 \times u_c(\infty)$ (resp. $0,37 \times u_c(0^+)$).

2^{e} méthode en utilisant la tangente à l'origine :
1. Tracer la tangente à l'origine à la courbe $u_c(t)$.
2. Tracer l'asymptote à la courbe $u_c(t)$ (valeur atteinte pour $t \to +\infty$).
3. L'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote est τ .

7. Exemple : étude de la charge d'un condensateur ★

Enoncé : On étudie la charge d'un condensateur de capacité C à travers une résistance R par un générateur idéal de fem E. Le condensateur est initialement déchargé (pour $t < 0$). À $t = 0$, on ferme l'interrupteur, et le générateur débite alors dans l'ensemble série $\{R - C\}$.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur
2. L'écrire sous forme canonique

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{A}{\tau}$$

et identifier la constante de temps τ et la constante A.
3. Déterminer les solutions générales de l'équation différentielle
4. Que vaut $u_c(0^-)$ (juste avant la fermeture de l'interrupteur) ? Quelle propriété particulière possède la tension aux bornes d'un condensateur ? En déduire $u_c(0^+)$
5. Déterminer la constante d'intégration et en déduire l'expression de $u_c(t)$

IV] Aspect énergétique ★

Savoir faire - Réaliser un bilan de puissance et d'énergie

1. Écrire la loi des mailles.
2. Multiplier l'équation obtenue par l'intensité i du courant dans le circuit.
3. Identifier chaque terme de la relation obtenue en terme de puissance algébriquement fournie (dipôles en convention générateur) ou algébriquement reçue (dipôles en convention récepteur), donner leur interprétation et vérifier la conservation de la puissance, donc de l'énergie.
4. Intégrer par rapport au temps pour obtenir un bilan énergétique.

Énoncé : On s'intéresse au bilan énergétique de la charge d'un condensateur dans un circuit RC.

1. En suivant la méthode précédente, établir le bilan de puissance de la charge du condensateur que l'on mettra sous la forme : $\mathcal{P}_G = \mathcal{P}_J + \mathcal{P}_C$. On précisera l'expression et la signification des différents termes.

2. Exprimer l'énergie fournie par le générateur au circuit sur toute la durée du régime transitoire. Pour le calcul de l'intégrale on pourra utiliser le fait que $i = C\dfrac{du_c}{dt}$.

3. Exprimer l'énergie initialement stockée dans le condensateur, et l'énergie stockée dans le condensateur à la fin du régime transitoire.

4. En déduire l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance.

On s'intéresse à présent au bilan énergétique de la décharge d'un condensateur.

5. Exprimer l'énergie initialement stockée par le condensateur, et l'énergie stockée à la fin du régime transitoire. Qu'est devenue cette énergie ?