Correction DS N°2 de physique-chimie

Durée : 3h

L'usage de calculatrices est autorisé.

AVERTISSEMENT

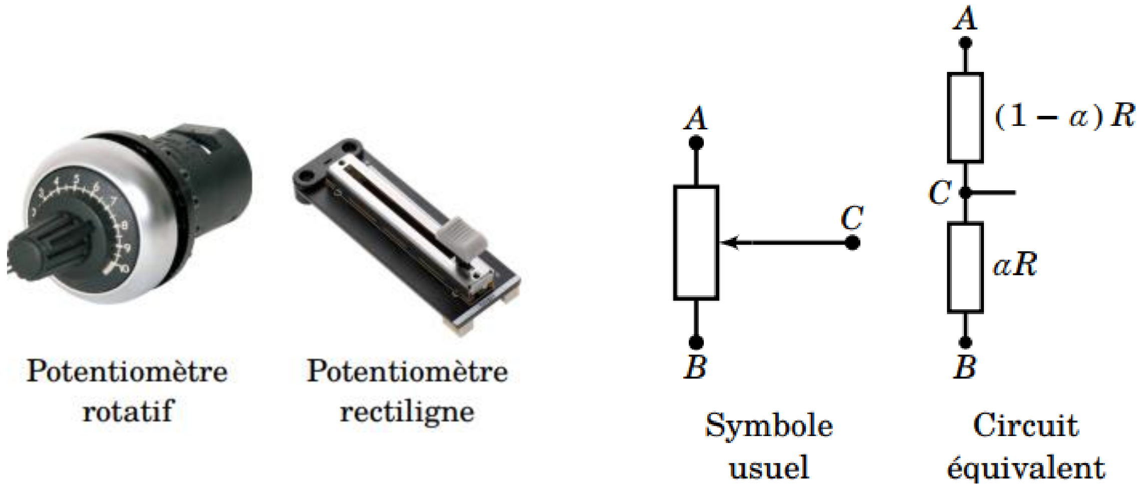
La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Exercice n°1 : Montage potentiométrique

Un potentiomètre est un système permettant d'obtenir une résistance variable en déplaçant un curseur sur une piste résistive.

On dispose alors de trois pôles : l'entrée A et la sortie B qui donne la résistance totale R_{AB} = R, et le pôle C qui permet de récupérer une partie de la résistance $R_{CB} = \alpha \times R$ (avec $0 < \alpha < 1$).

On les trouve dans de nombreux dispositifs (variateurs de lumière, tables de mixage…).

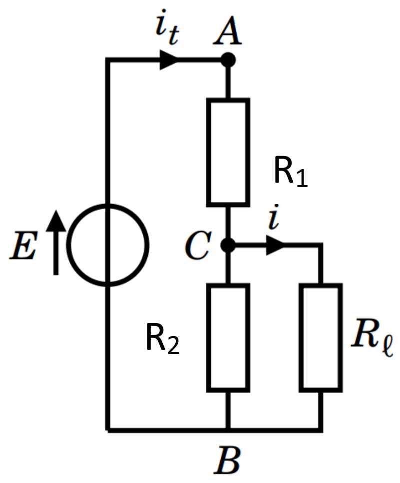


On souhaite utiliser un potentiomètre (de résistance totale $\boldsymbol{R} = 50\ \Omega$) dans un montage pour piloter l'intensité lumineuse émise par une lampe de salon (de résistance $\boldsymbol{R_\ell} = 10\ \Omega$).

Partie 1 : Questions de cours

1. Compléter les deux tableaux sur document réponse à rendre. (maximum 10 min)

Partie 2 : Etude d'un point de fonctionnement



Dans cette partie, on étudie le montage lorsque le potentiomètre est dans une position tel que $\alpha = 0{,}20$.

2. Exprimer puis calculer les résistances R_1, R_2 en fonction de R et α.

$$R_1 = (1-\alpha)R = (1-0{,}20) * 50 = 40\ \Omega$$
$$R_2 = \alpha R = 0{,}20 * 50 = 10\ \Omega$$

3. Exprimer sans calculer la résistance totale équivalente R_{eq} à l'ensemble des trois résistances du circuit en fonction de R_1, R_2 et R_ℓ

$$R_{eq} = R_1 + \frac{R_2\, R_l}{R_2 + R_l} = \frac{R_1\, R_2 + R_1\, R_l + R_2\, R_l}{R_2 + R_l}$$

4. Montrer que le courant i_t s'exprime en fonction de E, R_1, R_2 et R_ℓ :

On applique la loi d'Ohm aux bornes de la résistance équivalente

$$i_t = \frac{E * (R_2 + R_l)}{R_1 R_2 + R_1 R_l + R_2 R_l}$$

5. Exprimer i, en fonction de i_t, R_2 et R_ℓ puis en fonction uniquement de R_ℓ, R_1, R_2 et E.

On utilise l'expression du pont diviseur de courant :

$$i = i_t * \frac{R_2}{R_2 + R_l} = \frac{E * (R_2 + R_l)}{R_1 R_2 + R_1 R_l + R_2 R_l} * \frac{R_2}{(R_2 + R_l)} = \frac{E * R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_l + R_2 R_l}$$

6. Déterminer les expressions de la puissance P_R reçue par la lampe modélisée par une résitance R_ℓ, et la puissance P_F fournie par la source de tension E en fonction de R_ℓ, R_1, R_2 et E.

$$P_R = R_l * i^2$$

$$P_R = R_l * (\frac{E * R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_l + R_2 R_l})^2$$

$$P_F = E * i_t = E^2 * \frac{(R_2 + R_l)}{R_1 R_2 + R_1 R_l + R_2 R_l}$$

7. Exprimer puis calculer le rendement η du montage à ce point de fonctionnement .

$$\eta = \frac{P_R}{P_F} = \frac{R_l * i^2}{E * i_t} = \frac{R_l}{E} * \frac{R_2}{(R_2 + R_l)} * \frac{E * R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_l + R_2 R_l}$$

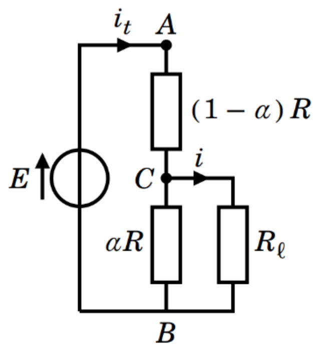
$$\eta = \frac{P_R}{P_F} = \frac{R_l * i^2}{E * i_t} = \frac{R_l * {R_2}^2}{(R_2 + R_l) * (R_1 R_2 + R_1 R_l + R_2 R_l)}$$

<u>AN :</u>

$$\eta = \frac{10 * 10^2}{(10 + 10) * (40 * 10 + 40 * 10 + 10 * 10)} = 0.05$$

<u>Partie 3 : Etude générale</u>

Dans cette partie, on considère le montage en toute généralité avec le paramètre α qui varie entre 0 et 1.



8. Exprimer la résistance totale R_{eq} en fonction de R, R_ℓ et α.

$$R_{eq} = (1 - \alpha)R + \frac{\alpha R R_l}{\alpha R + R_l} = \frac{\alpha(1 - \alpha)R^2 + R R_l}{\alpha R + R_l}$$

9. En déduire l'expression de l'intensité i en fonction de α, R, R_ℓ et E.

$$i = i_t * \frac{\alpha R}{\alpha R + R_l} = \frac{E}{R_{eq}} * \frac{\alpha R}{\alpha R + R_l}$$

$$i = \frac{\alpha R + R_l}{\alpha(1-\alpha)R^2 + RR_l} * \frac{\alpha R}{\alpha R + R_l} * E$$

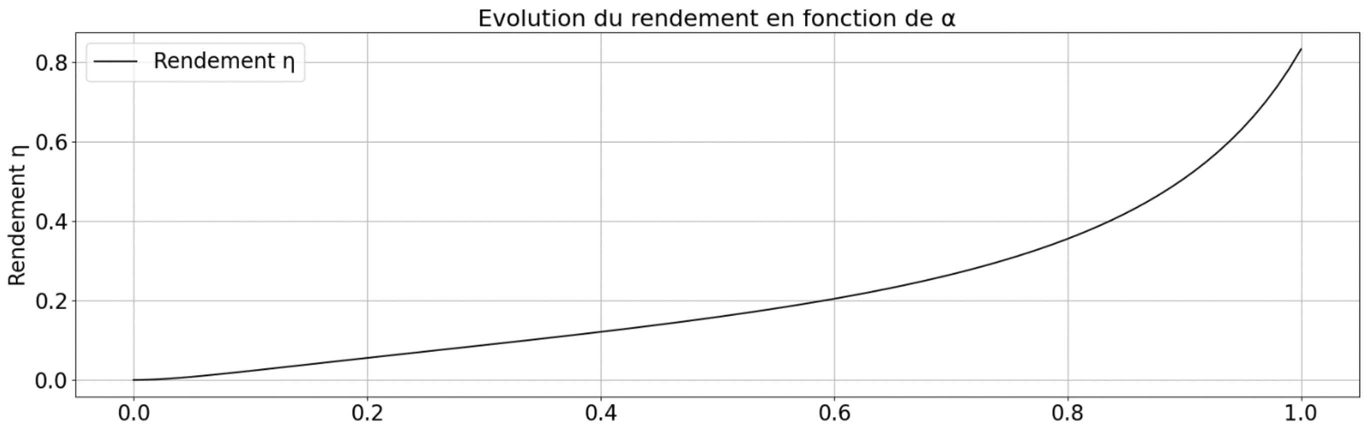
$$i = \frac{\alpha R}{\alpha(1-\alpha)R^2 + RR_l} * E$$

10. Exprimer le rendement du montage η en fonction de α, R, R_ℓ. (*Question très calculatoire*)

$$\eta = \frac{P_R}{P_F} = \frac{R_l * i^2}{E * i_t} = R_l * E * \left(\frac{\alpha R}{\alpha(1-\alpha)R^2 + RR_l}\right)^2 * \frac{\alpha(1-\alpha)R^2 + RR_l}{\alpha R + R_l}$$

$$\eta = \frac{\alpha^2 R_l R^2}{(\alpha(1-\alpha)R^2 + RR_l)(\alpha R + R_l)}$$

On a tracé sur le graphique ci-dessous l'évolution du rendement η du montage en fonction de α



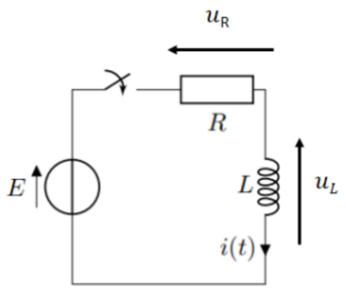
11. A partir du graphique, expliquer si l'utilisation du montage potentiométrique est pertinente ou pas pour l'application proposée.

On constate que le rendement est faible $\eta < 0{,}5$ pour la majorité des valeurs de α. On conclue que le montage potentiométrique n'est pas adapté pour transmettre de la puissance à une charge.

Exercice n°2 : Charge d'un circuit RL

Partie 1 : Résolution analytique de l'équation différentielle

1.



2. La bobine et la résistance sont en convention récépteur donc les relations sont : $\boxed{u_R = Ri}$ et $\boxed{u_L = L\dfrac{di}{dt}}$.

3. D'après la loi des mailles : $E = u_R + u_L = Ri + L\dfrac{di}{dt}$. En divisant tout par L, on obtient la forme proposée :

$$\boxed{\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = \frac{E}{L}}$$

avec $\boxed{\tau = \dfrac{L}{R}}$ et $\boxed{K = \dfrac{E}{L}}$.

4. La solution particulière, pour laquelle l'intensité ne varie plus dans le temps, est :

$$\boxed{i_P = \frac{E}{R}}$$

5. La solution homogène de l'équation différentielle est :

$$\boxed{i_H(t) = Ae^{-t/\tau}}$$

6. La solution totale est :

$$\boxed{i(t) = Ae^{-t/\tau} + \frac{E}{R}}$$

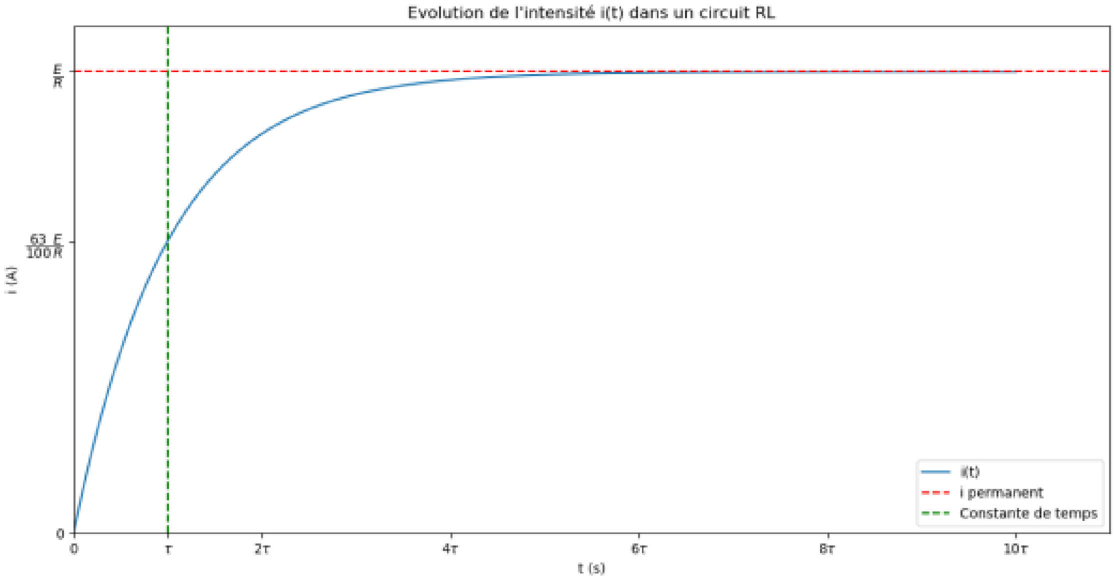
7. À $t = 0^-$, $i(0^-) = 0$. Par continuité de l'intensité traversant une bobine, à $t = 0^+$, $i(0^+) = 0$. On a donc :

$$0 = A + \frac{E}{R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = -\frac{E}{R}}$$

8. La solution complète est :

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

9.



10. Calcul de la constante de temps τ :

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R} = \frac{0,1}{1300} \approx 7,69 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}}$$

11. On multiplie l'équation de la question 3 par i :

$$\boldsymbol{Ei = Ri^2 + L\frac{di(t)}{dt}}$$

$$\boldsymbol{Ei = Ri^2 + \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}Li^2)}$$

$$\text{Puissance fournit par le générateur} = \text{Puissance dissipée par effet joule dans la résistance} + \text{Puissance stockée dans la bobine}$$

Partie 2 : Résolution numérique de l'équation différentielle

12. La relation de récurrence explicite de la méthode d'Euler est :

$$i(t_{i+1}) = i(t_i) + \Delta t\,(\frac{E}{L} - \frac{R}{L}i(t_i))$$

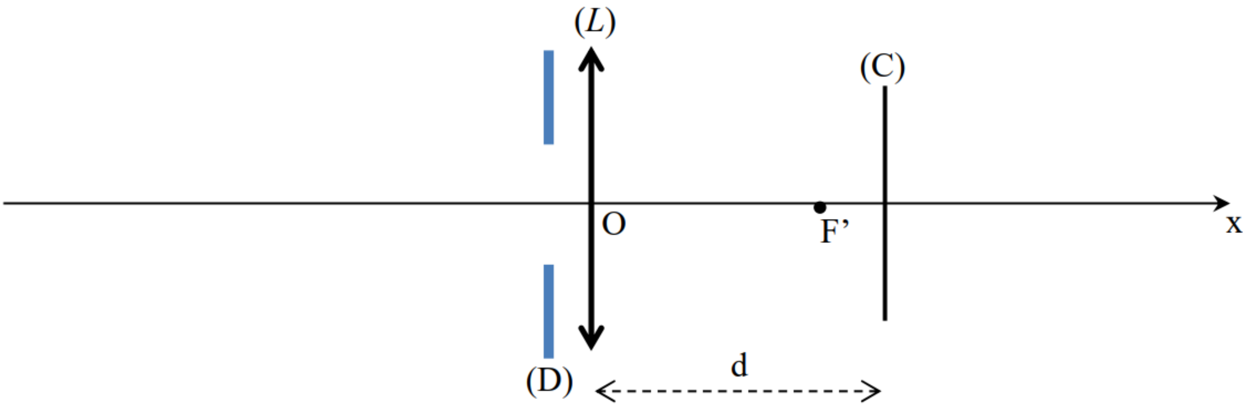
13.

```
I[k+1] = I[k]+dt*(E/L-R*I[k]/L)
```

Exercice n°3 : Optique de l’appareil photo

Partie 1 : Etude du dispositif

On modélise un appareil photo par l’association d’une lentille mince (L) de focale f ' = OF' appelée " objectif ", d’un capteur (C) sur lequel on souhaite récupérer l’image et d’un diaphragme (D) placé devant la lentille.



La distance *d* entre la lentille (L) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l’objectif, elle est comprise entre d_{min} et d_{max}.

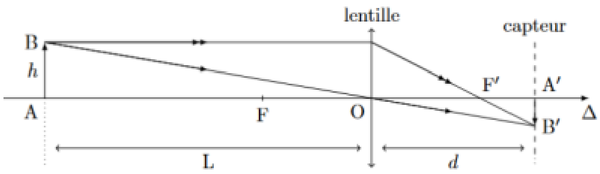
À l’aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l’image d’un arbre de hauteur *h* situé à une distance *L* devant l’objectif.

1.a Dans les conditions de Gauss :
— les **rayons sont peu inclinés** par rapport à l’axe optique.
— **l’intersection des rayons avec le système optique se fait proche de l’axe optique**.

Lorsque les conditions de Gauss sont vérifiées, elles permettent l’**aplanétisme** (l’image d’un objet perpendiculaire à l’a.o est aussi perpendiculaire à ce dernier) et le **stigmatisme approché** d’un système optique (l’image d’un point est une tâche de faible dimension).

1.b. C’est le **diaphragme** qui permet de sélectionner les rayons proches de l’axe optique et ayant une incidence faible par rapport à ce dernier.

2.



3. D’après la relation du grandissement, on a :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \text{ d'où } \overline{A'B'} = \overline{AB}.\frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = h.\frac{f'}{f'-L}$$

Or, $L >> f'$ donc $\boxed{\overline{A'B'} \simeq -\frac{hf'}{L} = -12,5 \text{ mm}}$.

4. Par définition, l’image d’un objet à l’infini se forme au foyer image de la lentille convergente, on peut donc écrire : $\boxed{d = f' = 50 \text{ mm}}$

Partie 2 : Objet et image

On souhaite obtenir une image de l'arbre sur le capteur plus grande sans changer de place (donc en gardant la même valeur pour L). On change donc l'objectif et on le remplace par un objectif de focale 1f 100 mm. ′ = La distance d est toujours réglable

5.a. Faisons appel à la même expression qu'à la question 3 avec la nouvelle valeur de la distance focale pour trouver :

$$\boxed{\overline{A'B'} \simeq -\frac{hf_1'}{L} = -25 \text{ mm}}$$

5.b. Le capteur a pour dimensions 24 mm × 36 mm et, d'après la question précédente, l'image de l'arbre a pour hauteur 25 mm sur le capteur. **Il est donc possible de voir l'arbre en entier sur le capteur si l'on prend la photo en mode portrait**.

6. A' est l'image de A_1 par la lentille L_2, on peut donc écrire la relation de conjugaison suivante :

7.

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f_2'} \text{ avec } \overline{O_2A_1} = f_1' - e \text{ et } \overline{O_2A'} = d$$

D'où :

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{f_1' - e} + \frac{1}{f_2'} = \frac{f_2' + f_1' - e}{f_2'(f_1' - e)}$$

On en déduit :

$$\boxed{d = \frac{f_2'(f_1' - e)}{f_2' + f_1' - e} = 3,3 \text{ cm}}$$

8.

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{d}{f_1' - e} \text{ donc } \overline{A'B'} = \overline{A_1B_1}\frac{d}{f_1' - e}$$

Il reste à trouver $\overline{A_1B_1}$: c'est le même calcul que pour la question 3. car c'est l'image de AB par la lentille L_1 :

$$\overline{A_1B_1} = -\frac{hf_1'}{L - f_1'} = 2,5 \text{ cm}$$

Finalement, on trouve :

$$\boxed{\overline{A'B'} = \overline{A_1B_1}\frac{d}{f_1' - e} = 4,17 \text{ cm}}$$