Questions de cours : Oscillateurs électrique en régime libre

1) Ecrire la forme de la solution en régime libre de l'oscillateur amorti dans les cas suivants : apériodique, pseudo-périodique, critique. Tracer les graphes correspondants.

2) Faire le schéma d'un circuit RLC série et déterminer une équation différentielle sur $u_c(t)$, la tension aux bornes du condensateur.

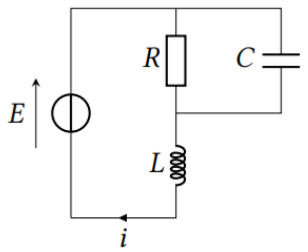
3) Faire le schéma d'un circuit RLC série et effectuer un bilan d'énergie en commençant par écrire la loi des mailles.

4) Déterminer les expressions et les unités du facteur de qualité Q , du coefficient d'amortissement λ et de la pulsation propre ω_0 pour oscillateur RLC série.

5) Donner la forme canonique de l'équation différentielle caractérisant un oscillateur amorti en régime libre. Déterminer pour quelles valeurs du facteur de qualité Q, la réponse de l'oscillateur est apériodique, pseudo-périodique et critique.

Exercices : Oscillateurs électrique en régime libre

1) Encore un RLC !



Considérons le circuit représenté ci-contre, où le condensateur est initialement déchargé. Le générateur fournit un échelon de tension, en passant de 0 à E à $t = 0$.

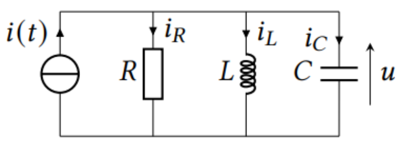
1 - Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant i.

2 - L'écrire sous forme canonique en introduisant deux grandeurs ω_0 et Q que l'on interprétera.

3 - Donner la valeur du courant i et de sa dérivée à l'instant initial.

4 - En supposant $Q = 2$, donner l'expression de $i(t)$ et tracer son allure.

2) RLC parallèle soumis à un échelon de courant



À l'instant $t = 0$, le générateur de courant impose que $i(t)$ passe de 0 à $I_0 = 10\,\mathrm{mA}$. Les composants sont choisis tels que $R = 50\,\Omega$, $C = 400\,\mathrm{nF}$ et $L = 100\,\mathrm{mH}$.

1 - Établir l'équation différentielle satisfaite par $u(t)$ dans ce circuit à $t > 0$. Identifier la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q. Commenter l'expression de Q.

2 - Justifier qu'à l'instant $t = 0$, $i_L = 0$ et $u = 0$.

3 - Établir l'expression de $u(t)$ pour $t > 0$.

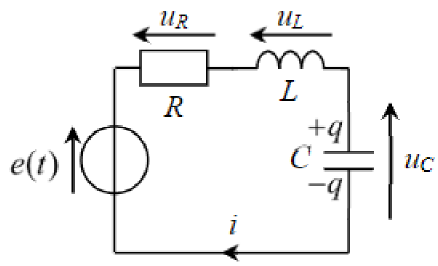
4 - Représenter son allure qualitativement, sans réaliser d'étude de fonction exhaustive.

3) Régime pseudo-périodique

Un circuit électrique est composé d'une résistance R, d'une bobine d'inductance pure L et d'un condensateur de capacité C. Ces dipôles sont disposés en série et on soumet le circuit à un échelon de tension tel que :

$$\begin{cases} \text{pour } t < 0, \text{ on a } e(t) = 0 \,; \\ \text{pour } t > 0, \text{ on a } e(t) = E. \end{cases}$$

On pose $\gamma = \dfrac{R}{2L}$ et $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.



1. Expliquer simplement pourquoi à $t = 0^-$ la charge q et le courant i sont nuls.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur pour $t > 0$.

   Préciser, en les justifiant, les valeurs initiales de la charge $q(0^+)$ et de sa dérivée $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}(0^+)$.

Le circuit présente différents régimes suivant les valeurs de R, L et C. On suppose dans la suite la condition $\omega_0 > \gamma$ réalisée.

3. Montrer que l'expression de la charge pour $t > 0$ peut se mettre sous la forme

$$q(t) = \left(A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)\right)\mathrm{e}^{-\gamma t} + D$$

   où on déterminera ω, A, B et D en fonction de C, E, ω_0 et γ.

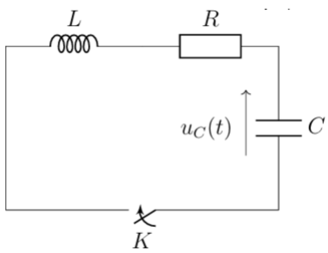
4. Exprimer le courant $i(t)$ dans le circuit pour $t > 0$ en fonction de C, E, ω_0 et γ.
5. Donner l'allure des courbes $q(t)$ et $i(t)$.

   Quelles sont leurs valeurs à la fin du régime transitoire ? Justifier par des considérations simples ces valeurs atteintes.

6. Déterminer l'énergie totale E_G fournie par le générateur ainsi que l'énergie E_{LC} emmagasinée dans la bobine et le condensateur à la fin du régime transitoire en fonction de C et E. En déduire l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance. Ces résultats dépendent-ils du régime particulier dans lequel se trouve le circuit ? Interpréter le résultat paradoxal qui apparaît dans le cas limite $R \to 0$.

4) Décharge d'un circuit RLC

On étudie le circuit ci-contre, où le condensateur est initiale ment chargé à une tension $U_c(t = 0) = U_0$. Pour $t < 0$ le circuit est ouvert. Il est refermé à $t = 0$.



1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur. On l'écrira sous forme canonique en introduisant la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q.
2. On prend $L = 10$ mH, $C = 10$ nF et $R = 100\ \Omega$. Donner les valeurs de la pulsation propre et du facteur de qualité.
3. Déterminer la forme générale des solutions de l'équation différentielle. Faire l'application numérique pour le temps d'amortissement τ et pour la pseudo-période $T = \dfrac{2\pi}{\Omega}$.
4. Que valent u_c et $\dfrac{du_c}{dt}$ à $t = 0$? Justifier soigneusement. Ensuite ceci doit permettre d'obtenir l'expression des constantes A et B qui apparaissent dans la solution. Le faire.
5. Tracer l'allure de la solution.