TP n°8 : Oscillateur amorti en régime libre

Document 1 – Matériel	
– Une boîte à décades de résistances ;	– Une boîte à décade de capacités ;
– Une boîte à décades d'inductances ;	– Un GBF ;
– Un oscilloscope ;	

Document 2 – Le décrément logarithmique

Soit x une grandeur pseudo-harmonique dont l'amplitude décroit exponentiellement avec un temps caractéristique τ :

$$x(t) = X_0 \cos(\omega t + \phi) e^{-t/\tau}$$

On appelle **décrément logarithmique** la quantité :

$$\delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x(t)}{x(t+nT)}\right) \qquad n \in \mathbb{N}^*$$

Sa mesure est facilement réalisable expérimentalement en repérant les maxima d'oscillations de x, et il est alors possible d'accéder rapidement à une mesure du temps caractéristique τ.

I. Rappels théoriques

Le comportement d'un circuit du deuxième ordre est complètement régi par les deux paramètres de sa forme canonique : sa pulsation propre ω_0 et son facteur de qualité Q. Dans le cas du circuit RLC série, nous avons montré en cours que :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{1}$$

Nous avons également établi qu'en régime pseudo-périodique, n'importe quelle tension u du circuit s'écrit sous la forme :

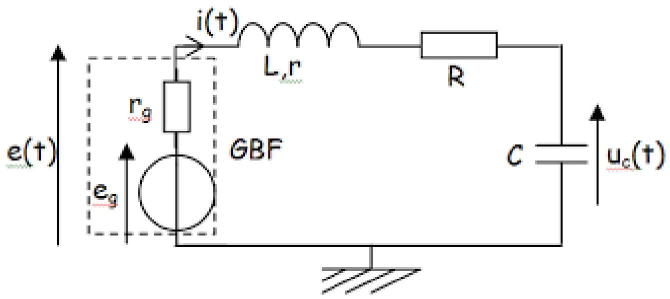
$$u(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}\left[A\cos(\Omega t) + B\sin(\Omega t)\right] + E \tag{2}$$

où E désigne la solution particulière de l'équation dans le cas où le générateur a une f.e.m E, et Ω la pseudo-pulsation, donnée par

$$\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

II. Observation des régimes transitoires

On étudie le circuit RLC série suivant :



On veut visualiser un régime pseudopériodique de **facteur de qualité proche de 5** pour un oscillateur de fréquence propre environ égale de 5 kHz. La valeur de l'inductance de la bobine est donnée par le professeur.

1. Déterminer les valeurs de C et R pour obtenir un oscillateur amorti avec $f_0 = 5\ \text{kHz}$ et $Q = 5$.

★ *Régler le GBF pour qu'il délivre une tension créneau comprise entre 0 V et 4 V et de fréquence environ égale* $f = 400$ *Hz.*

★ *Réaliser un montage permettant d'observer à l'oscilloscope les tensions aux bornes du GBF* $e(t)$ *et aux bornes du condensateur* $u_c(t)$*.*

★ *Augmenter progressivement la valeur* R *pour observer le régime apériodique.*

2. Décrire qualitativement l'évolution de $\boldsymbol{u_c(t)}$ selon la valeur de $\boldsymbol{R}$.

★ *Revenir à la valeur de R calculée pour avoir Q = 5.*

3. Comment estimer rapidement le facteur de qualité de l'oscillateur à partir de sa réponse à un échelon ? (*pour Q >> 1*) Vérifier si l'estimation de **Q** est en accord avec la valeur calculée.

4. Déterminer à l'oscilloscope la pseudo-période $\boldsymbol{T_P}$ des oscillations dans le cas du régime pseudopériodique. Comparer à la valeur théorique.

(On pourra mesurer plusieurs pseudo-périodes et diviser par le nombre de pseudo-périodes pour réduire l'incertitude de mesure.)

5. Estimer la valeur critique de la résistance $\boldsymbol{R_c}$ pour laquelle le type de régime transitoire change. Comparer à la valeur théorique.

II. Mesure du facteur de qualité par la méthode du décrément logarithmique

Nous avons vu dans le cours une méthode pour estimer le facteur de qualité **Q** d'un oscillateur en comptant le nombre de pseudo-période pendant le régime transitoire. Cette méthode à l'avantage d'être rapide à mettre en place mais elle est peu précise.

Principe de la méthode :

Pour être plus précis, il est possible d'utiliser la méthode dite du « décrément logarithmique ». Elle repose sur la mesure des amplitudes des maximums d'oscillation permettant de calculer le décrément logarithmique δ. Par la suite, la facteur de qualité **Q** peut-être calculé à partir de δ.

6. A l'aide du document 2 et des rappels théoriques, montrer que :

$$\delta = \frac{T_P}{\tau} = \frac{2\pi}{\omega_p \tau}$$

7. Exprimer τ en fonction de ω_0 et **Q** , en déduire une expression de $\omega_p \tau$ uniquement en fonction de **Q**.

8. En déduire que :

$$\delta = \frac{\pi}{Q\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

Pour la suite, o*n pourra considérer l'approximation suivante* :

$$\delta \underset{Q \gg 1}{\longrightarrow} \frac{\pi}{Q}$$

★ Mesurer les amplitudes de deux maximums d'oscillation **U** et **U'** séparés par **n = 10 périodes**.

On fera en sorte de choisir une résistance R pour laquelle le circuit est nettement pseudo-périodique (au moins 10 oscillations)

U =	U' =

9. A partir des mesures précédentes, calculer le décrément logarithmique δ. En déduire le facteur de qualité **Q**.

10. Comparer la valeur du facteur de qualité **Q** obtenue par la méthode du décrément logarithmique avec le nombre de pseudo-périodes pendant le régime transitoire. Conclure.