Questions de cours : Oscillateur mécanique et représentation complexe

1) Etablir l'équation différentielle d'un système masse-ressort vertical dans un champs de pesanteur et soumis à des frottements visqueux.

Retrouver les expressions des paramètres canoniques ω_0 et **Q**.

2) Définir la représentation complexe et l'amplitude complexe d'un signal harmonique.

Montrer que, en représentation complexe, la dérivation est équivalente à une multiplication par $j\omega$.

3) Donner la loi tension-courant du condensateur puis démontrer l'expression son impédance complexe en RSF.

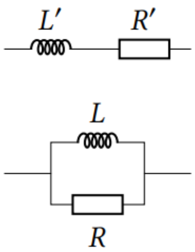
A partir de l'expression obtenue, étudier les comportements aux hautes et basses fréquences du condensateur.

4) Donner la loi tension-courant de la bobine idéale puis démontrer l'expression son impédance complexe en RSF.

A partir de l'expression obtenue, étudier les comportements aux hautes et basses fréquences de la bobine idéale.

Exercices : Oscillateur mécanique et représentation complexe

1) Équivalence entre dipôles RL



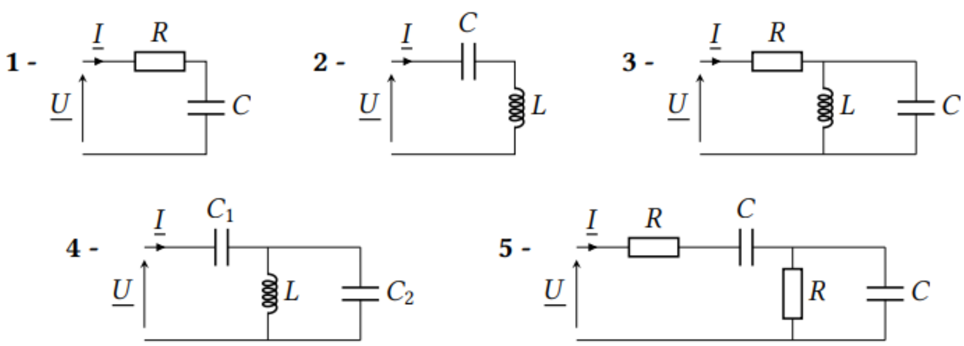
Les dipôles ci-contre sont étudiés en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω.

1 - Déterminer en fonction de ω les valeurs de R' et L' pour lesquelles les deux dipôles sont équivalents.

2 - Si l'on remplace la bobine L' par un condensateur C', peut-il encore y avoir équivalence ? Commenter.

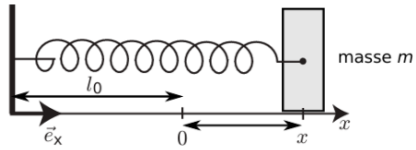
2) Détermination d'impédances

Déterminer l'impédance complexe des dipôles ci-dessous. Écrire les résultats sous forme d'une unique fraction, en faisant apparaître des quantités adimensionnées telles que $RC\omega$, $L\omega/R$ et $LC\omega^2$. Les trois premiers circuits sont simples et doivent être traités sans difficulté. Les deux derniers donnent des résultats un peu plus compliqués.



3) Oscillateur horizontal amorti

On considère le système ci-contre. On se place dans un référentiel terrestre supposé galiléen. Les frottements sont modélisés par une force s'exerçant sur la masse dont l'expression est $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$, $\alpha > 0$ étant une constante. Le ressort est de raideur k et de longueur à vide ℓ_0.

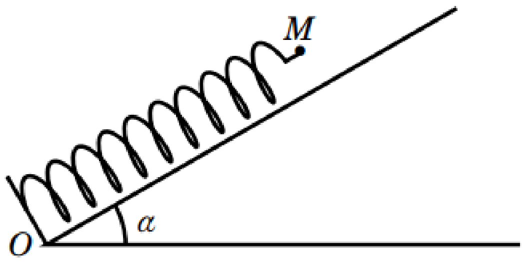


1. Faire un bilan des forces sur le système masse, appliquer le principe fondamental de la dynamique et en déduire l'équation portant sur la position $x(t)$.
2. Mettre cette équation sous forme canonique, donner alors l'expression du facteur de qualité et de la pulsation propre en fonction de λ, m et k.

   On se place dans un cas où $Q > 1/2$. On se donne des conditions initiales : à $t = 0$, $x(0) = 0$ et $v(0) = v_0 > 0$.
3. Résoudre l'équation du mouvement pour obtenir la solution $x(t)$. On déterminera les constantes d'intégration. On tracera l'allure de la solution.

4) Ressort sur un plan incliné

Un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 est accroché en O à la partie inférieure d'un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. La masse m, accrochée à l'extrémité supérieure du ressort, est également soumise à une force de frottement fluide $-\lambda\vec{v}$. On note x la distance OM.



1 – Déterminer l'équation différentielle vérifiée par x.

2 – Déterminer l'expression de la longueur à l'équilibre du ressort.

On étire le ressort d'une longueur a à partir de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse.

3 – En négligeant les frottements, résoudre cette équation. Commenter.

4 – En considérant que les frottements avec l'air sont très faibles, donner la solution de l'équation différentielle complète.